

Université de Mons-Hainaut
Service d'Analyse et Méthodologie
Mathématiques

**Des compétences terminales
en mathématique**

Rapport terminal 1998-99



J.-P. Cazzaro,
G. Noël,
F. Pourbaix,
P. Tilleuil.

1999

Réalisé dans le cadre d'une convention de recherche en éducation avec le Ministère de la Communauté Française, le présent travail a bénéficié de la collaboration, volontaire ou involontaire, de nombreuses personnes :

- les membres du comité d'accompagnement : Mmes C. Blondin, représentant le Ministre de l'Éducation, M. Duwez, directrice et I. Vanderbiest, sous-chef de bureau à l'Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique, MM. M. Bustin, inspecteur général, A. Bajart, P. Brzakala et B. Lardinois, inspecteurs, Mme M. Solhosse, animatrice-formatrice au CAF, M. P. Soudan, directeur, représentant du CPEONS, Mme F. Guillaume, directrice, représentante de la FELSI, M. J.-M. Demoustier, représentant du SEGEC ;
- les enseignants : MM. P. Dechamps, professeur à l'Athénée Royal de Mons, Y. Hanssens, professeur au Collège technique Saint-Henri à Mouscron, P. Lepourcq, professeur à l'École Internationale du SHAPE, F. Michel, professeur à l'Institut Decroly à Uccle, Mme Y. Noël, professeur honoraire à l'Institut Supérieur Pédagogique de la Communauté Française à Mons, M. J.-P. Richeton, collaborateur à l'IUFM de Strasbourg, Mme C. Terryn, professeur au Collège Sainte-Marie à Mouscron, M. L. Terryn, professeur au Collège Sainte-Marie à Mouscron ainsi que tous les collègues qui nous ont fait part de leur intérêt, leurs encouragements ou leurs critiques ;
- les élèves : M. Benjamin Desbuquoit, élève de l'Institut Notre-Dame à Comines, ainsi que les élèves de l'Athénée Royal de Mons, de l'École Internationale du SHAPE, de l'Institut Decroly à Uccle, du Collège technique Saint-Henri à Mouscron, de l'Athénée Royal Jean Rey de Couvin et du Collège Sainte-Marie à Mouscron.

Que tous trouvent ici l'expression de nos remerciements.

Table des matières

Introduction	1
I Analyse théorique	5
1 Des compétences	6
1.1 Introduction	7
1.2 En lisant les documents belges	8
1.3 A l'étranger	13
1.4 Première synthèse : un essai de définition	22
2 L'activité mathématique	24
2.1 La mathématique	25
2.2 L'activité du mathématicien	26
2.3 Une fonction culturelle et sociale pour la mathématique	28
2.4 Deuxième synthèse : une compétence terminale	31
3 L'apprentissage de la mathématique	32
3.1 Introduction	33
3.2 Des procédures, des structures et des modèles mentaux	36
3.3 Du procédural au structural	45
3.4 Troisième synthèse : retour aux problèmes	53
4 Des problèmes	54
4.1 Qu'est-ce qu'un problème ?	56
4.2 Résoudre un problème	59

4.3	Une compétence globale	65
4.4	Une compétence terminale	66
4.5	Une quatrième synthèse : des problèmes et des séquences de problèmes	68
5	Des hiérarchies de compétences	69
5.1	Un paradoxe	70
5.2	Des contenus	77
5.3	Le point de vue mathématique	84
5.4	Le point de vue didactique	88
5.5	Le point de vue psychologique	89
6	Le point de vue mathématique	91
6.1	Des cadres	92
6.2	Algébriser	94
6.3	Géométriser	102
6.4	Approcher	108
6.5	Numériser	117
6.6	Probabiliser	138
7	Le point de vue didactique	143
7.1	Introduction	145
7.2	Un découpage en épisodes	146
7.3	Des stratégies	156
7.4	Le contrôle de son activité par l'élève	174
7.5	Du côté des professeurs	175
8	Le point de vue psychologique	177
8.1	Une modélisation de résolution d'un problème	178
8.2	Une taxonomie d'objectifs cognitifs	184
8.3	Les niveaux de van Hiele	186
8.4	Une conclusion provisoire	196
9	Un problème passé au crible	197
9.1	Introduction	198

9.2	Origine et exposé du problème	199
9.3	La quête	201
9.4	Retour à l'algèbre	207
9.5	Commentaires	209
10	La problématisation du cours de mathématiques	210
10.1	Un contraste à réduire	212
10.2	Une structure commune	215
10.3	Plusieurs espèces de problèmes	221
10.4	En guise de conclusion	225
II	Des problèmes	227
11	Des fiches-problèmes	228
11.1	Structure des fiches	231
11.2	Fiche N° 1 : Un calcul d'aires	236
11.3	Fiche N° 2 : La longueur d'une ellipse	250
11.4	Fiche N° 3 : Un problème d'aire	263
11.5	Fiche N° 4 : Des pavages du plan	275
11.6	Fiche N° 5 : Un peu de probabilité	292
11.7	Fiche N° 6 : Le duopoly de Cournot	301
11.8	Fiche N° 7 : Le problème des confetti	307
11.9	Fiche N° 8 : Le problème de l'eau et du vin	316
III	Séquences d'enseignement	331
12	Du discret au continu : l'intégrale	332
12.1	Présentation générale	334
12.2	L'organisation pratique de l'expérience	339
12.3	Un compte-rendu de l'expérimentation : la phase d'intériorisation	342
12.4	Un compte-rendu de l'expérimentation : la phase de condensation	353
12.5	Un compte-rendu de l'expérimentation : la phase de réification	377
12.6	Des conclusions . . . préliminaires	378

12.7	Postérité : une nouvelle version des notes de cours	382
13	Un peu d'algèbre linéaire	414
13.1	Présentation générale	415
13.2	Déroulement des séances de cours	417
13.3	Commentaires	426
13.4	Des énoncés supplémentaires	427
14	Initiation aux probabilités	430
14.1	Compte-rendu de l'expérience	432
14.2	La séquence de cours	453
IV	Outils pédagogiques	469
15	Problématisation et formation continue	470
15.1	Introduction	471
15.2	Pourquoi envisager une formation à la problématisation ?	472
15.3	Quelques caractéristiques des modules de formation	473
15.4	Un exemple détaillé	474
15.5	Parmi les premières réactions	477
16	Un module de formation : Géométrie Ecrite et Algèbre Visuelle	479
16.1	Les deux opérations fondamentales	483
16.2	Les droites et les plans	491
16.3	Une question d'équilibre	501
16.4	Des angles au produit scalaire	507
16.5	Le produit scalaire . . . dans tous ses états	513
16.6	Un peu de programmation linéaire	518
16.7	Les statistiques et le calcul des distances minimales	519
16.8	La représentation matricielle	527
16.9	Le début d'un herbier	538
16.10	La marche-arrière	551
16.11	Un retour aux sources	563

V	L'évaluation	575
17	Généralités	576
17.1	Un vieux problème ... jamais résolu	577
17.2	Que veut-on évaluer ?	578
17.3	Que veut-on faire des résultats de l'évaluation ?	584
17.4	Comment évaluer ?	588
17.5	Le problème de l'évaluation des résolutions de problèmes	593
17.6	Résumé des chapitres suivants	595
18	L'évaluation de la résolution de problèmes	597
18.1	Trois hypothèses de travail	599
18.2	Un schéma d'évaluation	601
18.3	Ce schéma s'adapte-t-il à des situations concrètes ? Trois expériences	603
18.4	Peut-on envisager une certification de la résolution de problèmes ? . .	647
18.5	Il reste du pain sur la planche	649
19	L'évaluation lors d'une séquence d'enseignement sur les probabi- lités	650
19.1	Introduction	651
19.2	Une interrogation	652
19.3	Un modèle de correction	653
19.4	Remarques générales et cas particuliers	654
19.5	Comportements significatifs	659
19.6	Une tentative d'évaluation « vectorielle »	661
19.7	Exploitation des résultats par analyse factorielle	663
19.8	Exploitation des résultats par une méthode d'aide à la décision . . .	668
19.9	Conclusion	672
20	Une autre évaluation, au départ de dossiers-projets	673
20.1	Une dimension transversale	674
20.2	Le dossier-projet	675
20.3	Un exemple venu des U.S.A.	676
20.4	Un exemple en Belgique francophone	677

20.5	Une version de dossier-projet sur CD-ROM	679
20.6	Une autre expérience de dossier-projet sur CD-ROM	686
20.7	L'évaluation et les dossiers-projets	691
20.8	Quelques questions ... à explorer encore	692
21	Un examen à l'université	693
21.1	Introduction	694
21.2	Les questions et les comportements observés	696
21.3	Evaluer le questionnaire	711
21.4	Evaluer les étudiants	723
VI	Annexes	733
A	L'analyse des correspondances	734
A.1	Introduction	735
A.2	Rappels de mécanique	736
A.3	Le problème de l'analyse des tableaux de nombres positifs	740
A.4	Nuages et produits scalaires dans \mathbb{R}^n et \mathbb{R}^p	745
A.5	L'analyse dans \mathbb{R}^p	746
A.6	L'analyse dans \mathbb{R}^n	749
A.7	Lien entre les analyses dans \mathbb{R}^p et \mathbb{R}^n	750
A.8	Retour à la dépendance	754
A.9	Le problème de l'interprétation	755
A.10	Contributions absolues et relatives	756
A.11	Des variables supplémentaires	758
B	Bibliographie	759
C	Index	770

