

Deuxième partie

Des problèmes

Chapitre 11

Des fiches-problèmes

11.1	Structure des fiches	231
11.1.1	Enoncé du problème	232
11.1.2	Les moyens nécessaires	233
11.1.3	Un exemple de résolution du problème	234
11.1.4	Des commentaires sur la situation et son évaluation	235
11.2	Fiche N° 1 : Un calcul d'aires	236
11.2.1	L'énoncé	237
11.2.2	Les moyens nécessaires	238
11.2.3	Exemple de résolution	239
11.2.4	Etude d'une expérience menée auprès d'élèves	242
11.3	Fiche N° 2 : La longueur d'une ellipse	250
11.3.1	L'énoncé	251
11.3.2	Les moyens nécessaires	253
11.3.3	Exemple de résolution	254
11.3.4	Commentaires	259
11.4	Fiche N° 3 : Un problème d'aire	263
11.4.1	L'énoncé	264
11.4.2	Les moyens nécessaires	265
11.4.3	Exemple de résolution	266
11.4.4	Commentaires	268
11.4.5	Prolongeons le problème	269
11.5	Fiche N° 4 : Des pavages du plan	275

11.5.1	L'énoncé	276
11.5.2	Les moyens nécessaires	278
11.5.3	Exemple de résolution	279
11.5.4	Prolongements possibles	290
11.6	Fiche N° 5 : Un peu de probabilité	292
11.6.1	L'énoncé	293
11.6.2	Les moyens nécessaires	295
11.6.3	Exemple de résolution	296
11.6.4	Un autre exercice	299
11.7	Fiche N° 6 : Le duopoly de Cournot	301
11.7.1	L'énoncé	302
11.7.2	Les moyens nécessaires	304
11.7.3	Exemple de résolution	305
11.8	Fiche N° 7 : Le problème des confetti	307
11.8.1	L'énoncé	308
11.8.2	Les moyens nécessaires	310
11.8.3	Exemple de résolution	311
11.8.4	Passage à la dimension 3	313
11.8.5	Mise en évidence de quelques suites	314
11.8.6	Prolongements possibles	315
11.9	Fiche N° 8 : Le problème de l'eau et du vin	316
11.9.1	Introduction	317
11.9.2	Les énoncés	318
11.9.3	Les moyens nécessaires	320
11.9.4	Exemple de résolution	321
11.9.5	Etude d'une expérience menée auprès d'élèves	323
11.9.6	La résolution <i>in extenso</i> d'un élève	327

Cette partie du travail est constituée de fiches traitant chacune d'une situation-problème. L'objectif poursuivi est d'illustrer les considérations développées dans la partie théorique. Nous ne nous contenterons donc pas de décrire l'exploitation mathématique des situations proposées. Nous formulerons également une série de considérations méthodologiques, mettant en évidence les compétences abordées au travers de ces situations.

11.1. Structure des fiches

Chaque fiche comporte les points suivants :

11.1.1 Énoncé du problème

Il s'agit non seulement d'énoncer le problème mais aussi de le situer dans plusieurs contextes. Nous les énumérons ici séparément, il importe toutefois de remarquer qu'ils ne sont pas nécessairement indépendants les uns des autres.

Le contexte mathématique

On situera ici la situation par rapport à la mathématique elle-même, indépendamment de son exploitation en classe.

Il importe de savoir si la situation étudiée est porteuse de sens, si elle est connectée à des théories importantes sur les plans théorique ou pratique. On sera ainsi amené à évoquer des faits destinés uniquement aux enseignants et non aux élèves.

La situation pourrait aussi n'être qu'un simple « exercice de style ». Ce genre d'activités n'est pas nécessairement à dédaigner, mais il sera difficile de l'intégrer dans la construction structurée d'un cours.

Le contexte scolaire

La situation doit normalement avoir un lien avec la matière dont l'étude est prévue au programme. Il convient donc d'expliciter ces liens.

Le contexte méthodologique

La situation pourrait être exploitée avec des intentions différentes. Deux possibilités existent *a priori* :

- La situation peut être intégrée à une séquence d'apprentissage (voir la description qui en est faite au chapitre 10). Dans ce cas, on peut envisager de la faire intervenir dans l'étape d'intériorisation, dans celle de condensation ou dans celle de réification.
- La situation peut être déconnectée de tout apprentissage d'un nouveau point de matière. Dans ce cas elle constitue un exercice un peu plus original ou plus complexe que les exercices didactiques de simple illustration, sans préoccupation théorique.

On indiquera donc quelles sont *a priori* les exploitations possibles, c'est-à-dire celles auxquelles les auteurs du présent document ont pensé. Ces indications ne peuvent en aucun cas être considérées comme des contraintes pour le professeur qui décide d'utiliser la fiche. Il demeure seul juge de l'emploi du matériel fourni.

11.1.2 Les moyens nécessaires

Nous rassemblons dans cette rubrique les outils tant intellectuels que matériels dont l'élève aura besoin pour résoudre le problème. On mentionnera en particulier

- les prérequis théoriques,
- les moyens de calcul,
- les instruments de dessin, ou plus généralement de représentation graphique,
- les sources éventuelles de documentation,
- ...

11.1.3 Un exemple de résolution du problème

Le but de cette rubrique N'est PAS de fournir aux enseignants LA résolution d'un problème, mais bien de leur en fournir UNE. Il ne peut s'agir que d'un exemple de résolution car certains problèmes peuvent être résolus de façons différentes. De plus, les démarches des élèves sont susceptibles d'être tellement variées et, même inattendues, qu'il serait hasardeux et même nuisible de prétendre ne rencontrer qu'une seule résolution. Dans cette partie, exclusivement réservée aux enseignants, nous utilisons aussi — fatalement — le symbolisme et le type de raisonnement utilisés par des mathématiciens confirmés, alors qu'un élève, non guidé de près par l'enseignant, va vraisemblablement inventer ses propres notations, ses propres démarches. Les résolutions que nous indiquerons ne peuvent donc en aucun cas être considérées comme des modèles pour le travail que l'on espère susciter dans la classe. Elles sont dues à des « experts », non à des débutants.

Cependant la description d'une résolution possible est importante car elle doit permettre à l'enseignant de s'informer sur certaines difficultés de la situation et de décider éventuellement de l'exploiter en l'adaptant aux conditions réelles de ses classes.

Les informations fournies doivent donc être très détaillées. Répétons qu'elles n'ont pas pour but d'imposer à l'enseignant une méthode particulière de résolution, et que dans la classe, ce sont les élèves qui doivent, avec leurs moyens propres, élaborer leur propre méthode, sous la direction de l'enseignant.

11.1.4 Des commentaires sur la situation et son évaluation

Selon la situation considérée, les commentaires peuvent être très divers. Des variantes ou des prolongements peuvent être indiqués. On procédera au moins à une analyse des difficultés rencontrées dans les différentes variantes. Par exemple, sont-elles de type procédural ou de type conceptuel? Des trucs ou astuces peut-être ingénieux mais pas nécessairement réutilisables ont-ils été mis en œuvre? Des changements de cadre ou de registre ont-ils été utiles ou nécessaires?

Les compétences activées lors de l'étude de la situation sont mentionnées dans des notes en marge au fur et à mesure de leur mise en œuvre.

On ne peut passer sous silence la question de l'évaluation, tout en insistant sur le fait que plusieurs points peuvent être évalués : la situation elle-même, les acquis des élèves en terme de connaissances et de comportements. Les difficultés de l'exploitation de la situation pour le professeur devraient également être envisagées. Cette évaluation, ou plus exactement ces évaluations, doivent normalement être effectuées APRÈS expérimentation. Elles doivent permettre de juger si les intentions initiales ont été réalisées. Nous traitons la question de l'évaluation de façon plus détaillée dans la dernière partie de ce travail