Chapitre 2 : Kit 1 : Proportionnalité simple.

1. Références théoriques indispensables[12]

De manière à éviter les redites, nous listons dans ce paragraphe les éléments théoriques susceptibles d'être utilisés lors de la résolution des problèmes proposés dans ce kit. Nous invitons le lecteur désireux d'en savoir plus à consulter la section 3 du chapitre 1 de cette brochure. Il y trouvera des pistes de réflexion pour l'utilisation des divers outils mentionnés ci-dessous :

- Rapports internes et rapport externe ;
- Propriétés de linéarité ;
- Outils de formalisation : tableaux et graphiques ;
- Variables didactiques : nombres en jeu et domaine mathématique concerné.

[12] Pour plus de détails, se référer à la section 3 du chapitre 1 : « Quels repères mathématiques pour développer l'enseignement de la proportionnalité ? »

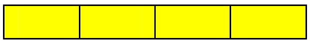
2. Items d'évaluation

Voici une série d'exercices pouvant servir de point de départ à la construction d'une épreuve diagnostique permettant d'évaluer le niveau de compréhension des élèves et de déterminer quel processus de résolution ils mettent plus volontiers en œuvre.
Pour faciliter la lecture, nous les avons classés selon le type de question posée.

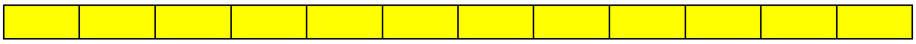
A. Trouve l'intrus :

Item 1

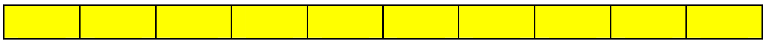
Hassan, Tamara, Thomas et Sophie ont réalisé des barres avec des cubes identiques. Ils ont ensuite mesuré leurs barres.



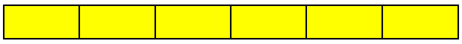
Hassan : 8cm



Tamara : 24cm



Thomas : 20cm



Sophie : 14cm

Un des personnages s'est trompé en mesurant. Lequel ? Explique ta réponse.
Quelle mesure aurait-il dû trouver ?

Item 2

Dans ce magasin, tous les bonbons sont au même prix. Sur le comptoir, on peut voir les sachets suivants :

200g	0,8€	600g	2,4€	500g	1,40€	250g	1€

Il semblerait que la caissière se soit trompée pour l'un d'entre eux. Lequel ?
Quel est le prix correct ?

B. Complète

Item 3

Si un article coûte 3 €, alors 4 articles coûtent .... €.
Si trois objets pèsent 6 kg, alors un objet pèse .... kg.
9 kg de pommes coûtent 8 € donc 18 kg de ce fruit coûtent .... €.
Si 15 cubes identiques occupent 27 cm^3 alors 5 cubes occupent .... cm^3.
Avec 3 verres je remplis 0,27 L, donc je peux remplir .... L avec 9 verres.
Quand j'achète 3,5 kg de carottes, je paie 5,95 €. Je paierai ....€ si j'en prends 7 kg.

Item 4

Combien cela coûte-il ?

Dans ce magasin, tous les cahiers sont vendus au même prix ... quelle que soit la quantité achetée !

Complète le tableau des prix :

8 cahiers	16 cahiers	40 cahiers	12 cahiers	80 cahiers	96 cahiers	100 cahiers
10 €	.....€	.....€	.....€	.....€	.....€	.....€

Item 5 : le robinet qui coule

Le robinet de l'évier de la cuisine fuit. Paul se demande quelle est la quantité d'eau ainsi gaspillée. Il place un récipient sous le robinet. Après 5 minutes, il constate ainsi qu'il a récolté 15 cl. Pour connaître la quantité qui s'écoule pendant plus longtemps, il a commencé un tableau. Complète-le pour déterminer quelle quantité d'eau est ainsi gaspillée chaque jour.

Durée	5 min	10 min	30 min	60 min	4 h	8 h	12 h	20 h	24 h
Quantité d'eau	15 cl	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

Item 6[13]

Reproduis et complète ce tableau

Nombre d'oeufs	6	12	18	24	30	....	....
Prix en €	....	2	....	....	....	12	10

Combien coûtent 6 œufs ? 18 œufs ? 24 œufs ? 30 œufs ?
Combien d'œufs peut-on acheter avec 12 € ? 10 € ?

Item 7: Des machines pour transformer les nombres[14]

Observe les machines à transformer les nombres puis complète les transformations.

2	→	3
-4	→	-6
1,5	→	2,25
70	→	105
0	→	?
0,01	→	?
2,5	→	?

4,5	→	31,5
1,5	→	10,5
60	→	420
?	→	21
?	→	451,5
3,5	→	?
x	→	?

36	→	12
-3	→	-1
1200	→	400
?	→	500
?	→	1/3
?	→	10^6
?	→	N

[13] Source : Pour comprendre les mathématiques CM2
[14] Source : Mathématiques 7-8-9

C. Construis

Item 8

Agrandis ce rectangle :

La longueur du rectangle agrandi est le segment suivant :

D. Choisis la méthode de résolution que tu préfères

Item 9

Maman achète 400g de jambon chez le boucher. Elle paie 4,8 euros.
Combien doit-elle payer pour un kilo ?
Et pour 700g ?

Item 10 (Source IREM Rennes)

En pressant 3 oranges, on obtient 15cl de jus d'orange. Quelle quantité de jus obtient-on en pressant 12 oranges ?

Ce que j'ai trouvé et comment j'ai fait :

Item 11 (Source IREM Rennes)

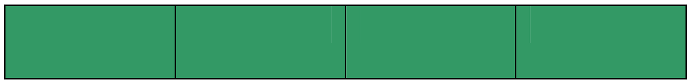
Pour une fête, on prépare de la menthe à l'eau avec du sirop de menthe et de l'eau ; il faut 3 verres de sirop de menthe pour 12 verres d'eau.
Combien utilise-t-on de verres d'eau pour 6 verres de sirop de menthe ?

Item 12 (Source IREM Rennes)

Un photographe a décidé de faire un agrandissement d'une photo. La photo a pour dimension 10 cm de largeur et 30 cm de longueur. L'agrandissement a une largeur de 20 cm. Quelle est la longueur de l'agrandissement ?

Item 13

Paul met bout à bout des bandes de couleur verte, toutes de même longueur. En mettant bout à bout 4 bandes vertes, il obtient une longueur de 9 cm.



Quelle longueur obtiendra-t-il en mettant bout à bout 12 bandes vertes ? 20 bandes vertes ? 24 bandes vertes ? 48 bandes vertes ?

Item 14

Pour peindre 16 m² il me faut 2 litres de peinture. Combien me faut-il de peinture pour faire 32 m², 64m² et 8m² ?
Présente les réponses sous la forme d'un tableau et explique ton raisonnement.

Item 15

Paul constate que son paquet de feuilles jaunes a la même épaisseur que son paquet de feuilles vertes ; ils mesurent tous les deux 35 mm d'épaisseur. Pourtant, il y a 250 feuilles jaunes et 200 vertes. Que peux-tu en conclure ? Explique ta réponse.

E. Représente graphiquement

Item 16

Une compagnie de transport propose deux formules :
a) Formule A : le billet ordinaire pour un voyage, soit 3 euros.
b) Formule B : une carte demi-tarif qui coûte 24 euros pour un maximum de 16 voyages.
Compléter le tableau suivant :

Nombre de voyages	6	10	16	20	24
Prix payé avec la formule A					
Prix payé avec la formule B					

a) Peut-on dire qu'il y a proportionnalité entre le prix et le nombre de voyages avec la formule A ? Justifier.
b) Qu'en est-il pour la formule B ?
c) Représenter les données de ce tableau dans un diagramme cartésien et expliquer comment on peut contrôler s'il y a ou non proportionnalité.

3. Activités d'apprentissage

Les activités développées dans ce paragraphe sont au nombre de six. Elles sont toutes construites selon le même canevas de fiche, détaillé à la page 9 de cette brochure.

Voici un tableau reprenant les six activités proposées dans ce paragraphe. Outre le titre de l'activité, il y est également fait mention du cadre mathématique concerné, des enjeux du problème de départ, des compétences plus spécifiquement travaillées, du niveau d'enseignement auquel s'adresse cette activité et enfin, la source dont elle est extraite. Les items d'évaluation liés aux différentes activités sont également indiqués.

Titre de l'activité	Cadre	Enjeux	Compétences	Niveau(x) d'enseignement	Source(s)	Item(s) d'évaluation concerné(s)
Le sirop	Grandeurs (quantité de verres d'eau, nombre de sucres)	Comparer deux sirops et indiquer si les sirops réalisés sont aussi sucrés l'un que l'autre.	M56	5P, 6P	ERMEL CM1 (2005)	1, 2, 11, 15
Le puzzle	Grandeurs géométriques	Agrandir des figures géométriques	M56, M57 et M59 M40	5P, 6P	Brousseau (1981) IREM Rennes, Mathenpoche 6e ERMEL CM2 (2005)	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14
Où il faut faire mouche	Grandeurs géométriques	Réduire une figure géométrique, sans donner le système de repérage	M56 et M59 M40	6P, 1S, 2S	7e RMT (@ARMT) http://cii.sesamath.net/	8, 12
Décoration	Grandeurs (mesures d'aire et nombres de pots de peinture)	Calculer l'aire de différentes figures. Établir la relation numérique qui lie les deux grandeurs en jeu.	M56 et M59 M45 et M47	5P, 6P, 1S	- 9e RMT (@ARMT), épreuve 2. - Vernex, M. (2001). Analyse et utilisation du problème *Décoration* du 9e RMT, Math-Ecole, 198, pp. 4-18.	1, 13, 14

					- Jaquet, F. (2005). Successioni proporzionali e variabili didattiche, L'Educazione matematica, 3. - Charnay, R., Combier, G. & Dussuc, MP. (2004). ***Cap maths CM1***. Paris : Hatier	
Truffes au chocolat	Grandeurs (nombre de truffes et masse des différents modes de conditionnement)	Identifier le nombre de truffes contenues dans chacune des boîtes ; Établir une relation numérique entre le résultat de ces dénombrements et les différentes étiquettes à coller sur les emballages ; Calculer la masse de la boîte pour laquelle il n'y a pas d'étiquette.	M56 et M59	6P, 1S, 2S	- 11e RMT (@ARMT), finale. - Vernex, M. (2001). Analyse et utilisation du problème *Décoration* du 9e RMT, Math-Ecole, 198, pp. 4-18. - Jaquet, F. (2005). Successioni proporzionali e variabili didattiche, L'Educazione matematica, 3. - Jaquet, F. (2005). Quelques aspects de la proportionnalité dans les problèmes du RMT in Jaquet, F. et Grugnetti, L. (2006). RMT : des problèmes à la pratique de la classe. ARMT : Universités de Parme & de Cagliari.	1, 13
Dynamomètre	Grandeurs (masses)	Mesurer la masse de différents produits à l'aide d'un dynamomètre ; Les comparer.	M56 et M59 M45	5P, 6P, 1S	- Equipe de recherche - Pythagore 6e – Paris : Hatier	3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14

3P	4P	5P	6P	1S	2S	3S
M55	M56	M57	M58	M59		

Le sirop

De quoi s'agit-il ?

Cette activité est une adaptation de ERMEL CM1. L'activité décrite peut être résolue, dans un premier temps, en réalisant l'expérience proposée ou en travaillant uniquement au départ de ce support écrit.

Je prépare du sirop dans les bouteilles A et B

	
Bouteille A	Bouteille B

Dans la bouteille A, je mets 4 verres d'eau et 2 morceaux de sucre.
Dans la bouteille B, je mets 12 verres d'eau et 10 morceaux de sucre.

Caroline dit : « C'est le sirop de la bouteille A qui est le plus sucré ! ».
Sophie dit : « C'est le sirop de la bouteille B qui est le plus sucré ! ».
Paul dit : « Les deux sirops sont pareils ! »

Qui a raison ? Explique pourquoi.

Enjeux :

Deux bouteilles contenant de l'eau et du sucre en proportions différentes sont présentées aux élèves. Il s'agit pour eux d'indiquer si les sirops réalisés sont aussi sucrés l'un que l'autre.
Selon la classification proposée par Vergnaud, on se situe ici dans un problème de comparaison de rapports.
Deux domaines de grandeurs sont en jeu : nombre de verres d'eau et nombre de sucres.
Les quantités en jeu (entiers inférieurs à 20) et les rapports simples qui lient ces deux ensembles permettent aux élèves de développer différentes procédures personnelles (voir *Identification des tâches attendues des élèves*). Le choix de ces variables didactiques permet de travailler spécifiquement la proportionnalité.

Comment s'y prendre ?

Cette activité s'adresse prioritairement aux élèves du dernier cycle primaire. Les variables didactiques favorisent l'émergence de procédures personnelles. Lors de la mise en commun, la confrontation de ces différentes procédures devrait permettre aux élèves d'approcher la notion de proportionnalité dans un aspect un peu particulier (comparaison de rapports).

Mise en situation :

- présenter la situation aux élèves et les laisser travailler seuls dans un premier temps ;
- dans un second temps, demander aux élèves de se mettre par deux avec pour objectif, la confrontation de leurs résultats et de leurs arguments.

Identification des tâches attendues des élèves :

- identifier les deux types de grandeurs en jeu (la quantité de verres d'eau et le nombre de sucres) et la valeur des relations numériques qui les lient ;
- établir que celles-ci ne sont pas équivalentes ;
- en déduire que la bouteille B est plus sucrée que la bouteille A ;
- confronter ce constat avec les affirmations présentées dans l'énoncé afin de conclure que « c'est Sophie qui a raison !»

Comment les élèves vont-ils s'y prendre pour comparer le taux de sucre contenu dans chaque sirop ?
L'analyse des productions des élèves fait apparaître les constats suivants :

- il y a d'abord ceux qui arrivent à la réponse correcte mais au départ d'un raisonnement erroné : « le sirop de la bouteille B est plus sucré car il contient plus de sucres ! ». Dans ce cas, la comparaison des quantités de sucre est effectuée sans prendre en considération les quantités d'eau correspondantes ;
- toujours au niveau des raisonnements erronés, il y a ceux qui arrivent à une réponse incorrecte au départ d'un raisonnement qui l'est tout autant : « c'est la même chose car il y a chaque fois deux verres de plus que de morceaux de sucre ! ». Par rapport au raisonnement précédent, la réponse est erronée mais on retrouve cette fois un raisonnement fondé sur une liaison arithmétique entre les deux ensembles de grandeurs ; malheureusement, il s'agit d'une relation additive ;
- au niveau des raisonnements corrects qui aboutissent à de bonnes réponses (sans erreur de calcul), on note les stratégies suivantes :
    - « dans la bouteille A, il y a la moitié de sucres et dans la bouteille B, il y a plus que la moitié de sucres ». Ce raisonnement s'inscrit dans la recherche d'un coefficient de proportionnalité (rapport externe) même si celui-ci n'est pas clairement identifié : « on sait que c'est plus ! », ce qui suffit pour produire la réponse attendue ;
    - « il y a trois fois plus d'eau dans la bouteille B mais il y a cinq fois plus de sucres ». Ce raisonnement s'appuie davantage sur les rapports internes qui lient les grandeurs.
    - Ce travail au départ des rapports internes permet à certains élèves d'arriver à comparer les deux sirops en faisant comme s'ils avaient la même contenance : « Si on mettait 12 verres d'eau dans A, il faudrait 6

morceaux de sucre. C'est quatre de moins que pour le sirop B. Le sirop A est donc moins sucré. »

Que faire si les élèves ne « rentrent » pas dans le problème ?

Cette situation peut être mise en scène réellement. L'occasion est ainsi offerte aux élèves de goûter les différents sirops et de constater la différence de taux de sucre. Pour essayer de les amener à visualiser les opérations effectuées, il peut être intéressant de représenter graphiquement les manipulations effectuées (4 verres et 2 sucres d'une part et, d'autre part, 12 verres et 10 sucres).

Organisation et gestion de la phase de mise en commun :

Au niveau de la mise en commun, l'accent doit être mis sur la confrontation des démarches de résolution utilisées par les élèves.
Pour organiser cette phase un peu délicate, il est sans doute utile de commencer par un recensement des élèves qui sont d'accord avec chacune des trois affirmations (celle de Caroline, de Sophie et de Paul).
L'enseignant note le nombre d'élèves favorables à chacune des propositions puis, en dessous, et sans faire de commentaires, les arguments développés par les élèves pour étayer ce choix.
Une fois tous les arguments notés, la discussion peut commencer. Une manière simple de procéder : demander aux élèves si, au vu de ce qui a été dit, certains ont envie de changer d'avis et, si oui, quels sont les arguments qui les ont convaincus.

Identification de ce que les élèves doivent retenir au terme de cette activité :

le but du débat décrit au point précédent est de faire apparaître la notion de proportionnalité en jeu dans la résolution de ce problème et la mise en évidence d'un raisonnement du type « s'il y a trois fois plus de … alors il faut trois fois plus de … ». Il est alors possible de rapprocher la résolution de ce problème à d'autres types de problèmes déjà résolus par les élèves.

Quels sont les prolongements possibles ?

Donner aux élèves un autre problème à résoudre individuellement. Le contexte reste identique (verres d'eau et sucres) mais la structure du problème change un peu : il s'agit cette fois d'un problème classique de recherche de quatrième proportionnelle.

Exemple de problème :

Dans la bouteille A, je mets 5 verres d'eau et 4 morceaux de sucre.
Dans la bouteille B, je mets 30 verres d'eau et du sucre.

Combien dois-je mettre de sucres dans la bouteille B pour que les deux sirops soient aussi sucrés ?
Explique pourquoi.

On notera ici des changements au niveau des variables didactiques : outre la structure du problème, le choix des nombres 5 et 4 est destiné à favoriser un raisonnement basé sur les rapports internes.

Pour en savoir plus :

Voir chapitre 1 et plus particulièrement :

- proportionnalité simple
- comparaison de rapports
- rapports externe et internes

Source(s) :

ERMEL CM1 (2005)

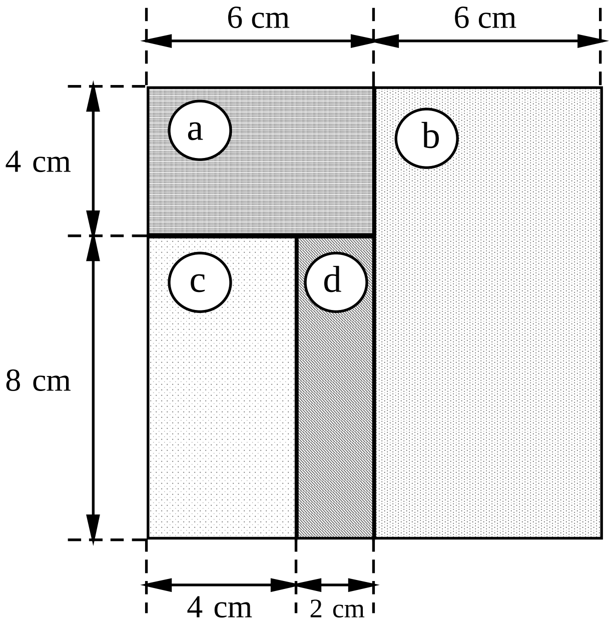
3P	4P	5P	6P	1S	2S	3S
M55	M56		M57	M58		M59

Le puzzle

De quoi s'agit-il ?

Cette activité est une adaptation de la situation « agrandissement d'un puzzle » développée par Brousseau (1981).
Cette fois, le puzzle est composé de 4 rectangles de dimensions différentes. Connaissant la valeur d'une des dimensions, les élèves doivent agrandir toutes les pièces de ce puzzle.

Voici un puzzle constitué de 4 pièces a, b, c, d :



Vous devez construire un agrandissement de ce puzzle. La seule information qui vous est donnée est la suivante : le segment qui mesure 4 cm sur le modèle reçu devra en mesurer 5 sur le puzzle agrandi.

Enjeux :

Cette situation propose aux élèves de réaliser des agrandissements de figures géométriques (des rectangles). Au delà des compétences plus spécifiques liées à la proportionnalité, une telle activité permet également de développer la compétence suivante :

Solides et figures*, *dégager des régularités*, *des propriétés*, *argumenter :

- M40 : Reconnaître et construire des agrandissements et des réductions de figures

Comment s'y prendre ?

Cette activité étant complexe, il est bon de permettre dans un premier temps aux élèves de se familiariser avec le matériel sur lequel ils vont travailler.

Mise en situation :

1. Un temps de familiarisation

- Les élèves sont répartis par groupes de 4 (un élève par pièce, idéalement).
- Chaque groupe reçoit un puzzle à découper et à reconstituer (voir modèle ci-dessus. Les mesures ne sont évidemment pas indiquées sur chacune des pièces ; par contre, celles-ci sont identifiées au moyen des lettres a, b, c et d).
- L'enseignant place au tableau une copie de ce puzzle de départ.
- Après avoir découpé le puzzle, chaque enfant prend une pièce, en mesure les dimensions et les note sur la pièce (dimensions en cm).
- Une première mise en commun permet de vérifier les mesures et de les noter au TN sur le puzzle affiché.

2. Agrandir le puzzle

- Montrer aux élèves un exemple d'agrandissement du puzzle qu'ils ont devant eux.
- L'afficher au TN (à côté du puzzle initial) et leur donner la consigne suivante : « *J'ai réalisé un agrandissement de ce puzzle. Je vous demande d'agrandir à votre tour votre puzzle de manière à ce que vous obteniez le même résultat que moi. Pour y arriver, je vous donne un seul indice : le côté de ce rectangle, qui mesurait 4 cm, mesure 5 cm sur le puzzle agrand*i. *Une fois que vous avez terminé, vous collez les différentes pièces agrandies de manière à reconstituer le puzzle et vous désignez un rapporteur chargé d'expliquer comment vous avez procédé* ».

3. Première mise en commun

Il convient dans un premier temps de laisser les élèves se débrouiller seuls.
Toutefois, l'expérience montre que certains élèves sont assez vite démunis lorsqu'ils constatent que la solution « ajouter 1 cm à chaque segment » ne fonctionne pas.
Si un trop grand nombre de groupes bloque sur cette résolution erronée, il est utile d'organiser une première mise en commun, non pas pour mettre en évidence des « méthodes qui fonctionnent » mais davantage pour permettre aux élèves d'expliquer les difficultés qu'ils rencontrent.
Il est alors possible de leur venir en aide, sans dénaturer la tâche de résolution, en leur demandant par exemple d'observer la pièce d.

Les dimensions de celles-ci doivent passer de 2 sur 8 cm à, normalement, 2,5 sur 12 cm ...
Si les élèves n'ont ajouté qu'un cm à chaque côté, ils sont en présence d'un rectangle de 3 sur 9 dont l'allure générale est assez différente de celle de départ.
L'observation des différences peut mettre les élèves sur la voie .... d'autant que certains vont peut être assez vite faire le lien entre 4 cm qui en deviennent 5 ... et deux qui en deviennent 2,5 cm (prise de conscience des propriétés de linéarité).

Cette première mise en commun ne doit pas être trop longue et doit permettre aux élèves de reprendre rapidement leur recherche.

Identification des tâches attendues des élèves :

Grâce au support proposé (il n'est pas possible de reconstituer le puzzle si les démarches d'agrandissement ne sont pas correctes), les élèves doivent prendre conscience que l'agrandissement des différents rectangles du puzzle ne se réalise pas en ajoutant simplement un cm à la longueur de chacun des côtés.
Ils doivent trouver une autre procédure. Le choix des nombres en jeu n'étant pas laissé au hasard (les mesures des côtés valant respectivement 2, 4, 6 et 8 cm), il est vraisemblable que les élèves vont développer des stratégies de résolution faisant intervenir les propriétés de linéarité. Le coefficient de proportionnalité est en effet de 1,25 ... mais il ne faut pas attendre des élèves du primaire qu'ils constatent d'emblée qu'ajouter le nombre et le quart du nombre correspond à une multiplication par 1,25 ... ou 5/4.

Organisation et gestion de la phase de mise en commun :

Il a été demandé aux élèves de coller leur agrandissement et d'expliquer leurs démarches. Cette mise en commun a pour objet d'analyser les différentes méthodes utilisées en distinguant celles qui ont réussi de celles qui échouent (autrement dit celles qui ne permettent pas de reconstituer le puzzle de départ).
Il est préférable de commencer par les procédures qui échouent et de regrouper les stratégies qui se ressemblent.

Identification de ce que les élèves doivent retenir au terme de cette activité :

A ce stade de l'activité, il est intéressant que les élèves dégagent les éléments suivants :

- agrandir, ce n'est pas ajouter la même chose à toutes les dimensions ; de la même manière, pour réduire une figure, il ne s'agit pas de retrancher la même chose à toutes les dimensions ;
- pour agrandir, on peut regarder les dimensions du puzzle : celles qui sont les mêmes sur le petit puzzle seront les mêmes sur le grand. De même, si la mesure d'un côté est deux fois plus petite qu'une autre sur le petit puzzle, elle sera également deux fois plus petite sur le puzzle agrandi.

La mise en forme des données est également importante. Ainsi, un tableau de ce type sera progressivement construit avec les élèves.

Dimensions du puzzle de départ	Dimensions du puzzle agrandi
4 cm	5 cm
8 cm	10 cm
6 cm	7,5 cm
2 cm	2,5 cm

Il permettra de dégager les rapports internes puis externe.
Avec les élèves du primaire, même si le tableau ci-dessus s'y prête bien, il vaut mieux ne pas relever les propriétés de linéarité. En effet, la situation « puzzle » est prévue pour faire obstacle à une stratégie d'agrandissement de type « additif ». Constater que la dimension 8 cm devient, une fois agrandie, 10 cm (soit l'addition, par exemple, des dimensions correspondant à 4 cm et 4 cm ou à 6 cm et 2 cm) risque de grandement perturber les élèves.

Quels sont les prolongements possibles ?

1. Des variations autour du problème de départ

Selon les difficultés rencontrées par les élèves, cette activité peut être prolongée par de nouvelles propositions d'agrandissement, soit « faciles » (4 cm deviennent 6 cm), soit plus difficiles (4 cm deviennent 7 cm).
Dans ce cas, les élèves doivent chercher les dimensions des pièces du puzzle agrandi sans réaliser le puzzle. Il est intéressant de voir dans quelle mesure, ils utilisent un tableau pour mettre en forme leurs données. On peut aussi leur proposer d'agrandir des pièces d'autres dimensions.

2. Proposer d'autres problèmes aux élèves

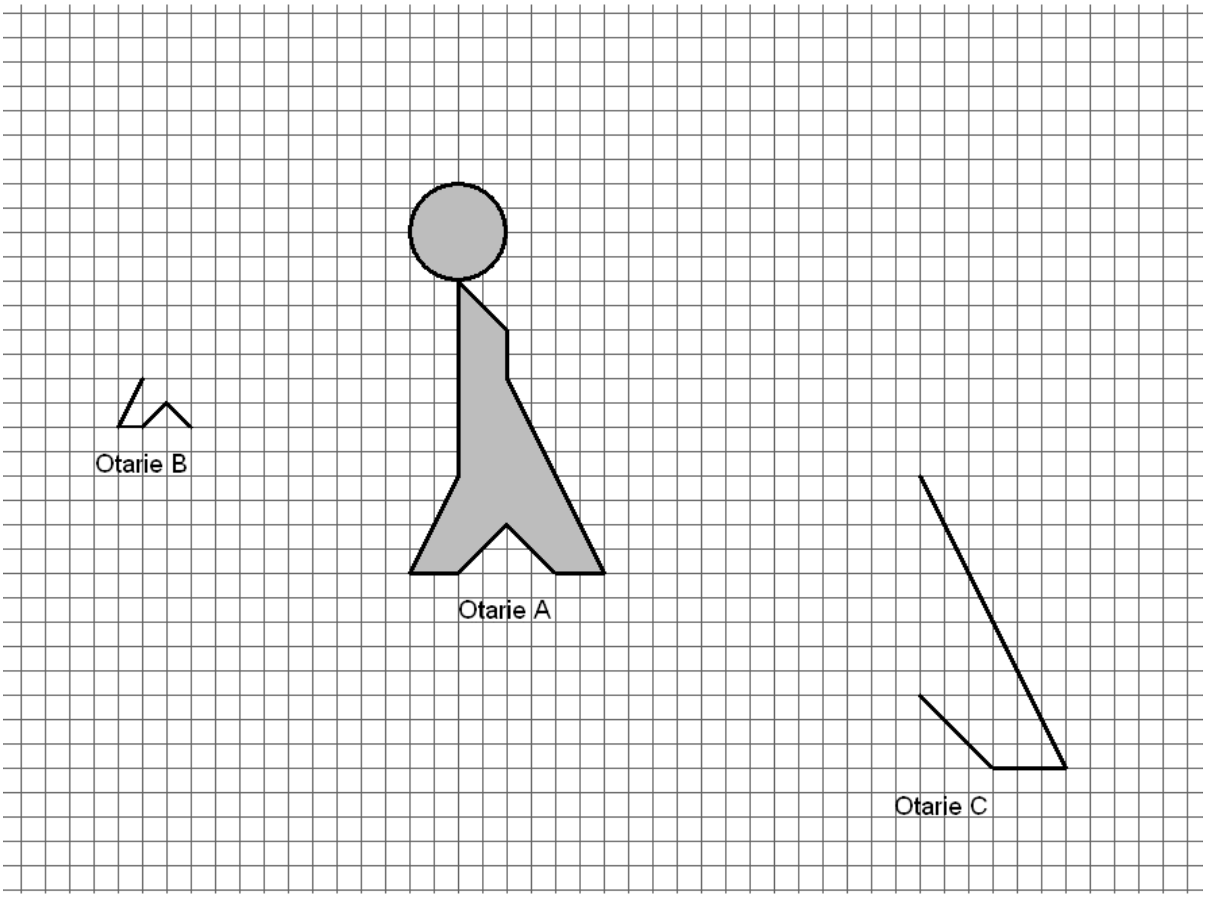
De nouveau, en fonction des difficultés rencontrées par les élèves, il est possible de proposer des activités de complexité différente.
Ainsi, la résolution du problème « agrandissement d'une photo de Leila » est sans doute plus complexe que celle de « l'otarie ».

a) Agrandissement d'une photo

J'aimerais réaliser un agrandissement d'une photo de ma copine Leila. La photo a un format de 8 cm sur 12 cm. Je voudrais que la largeur de la photo agrandie soit de 20 cm. Quelle sera sa longueur ?
Sur cette photo, Leila mesure 9,2 cm. Quelle sera sa taille sur l'agrandissement ?

b) L'otarie (source : IREM Rennes, Mathenpoche 6^{e})

Termine chaque dessin pour obtenir une otarie B réduite et une otarie C agrandie "de même forme".



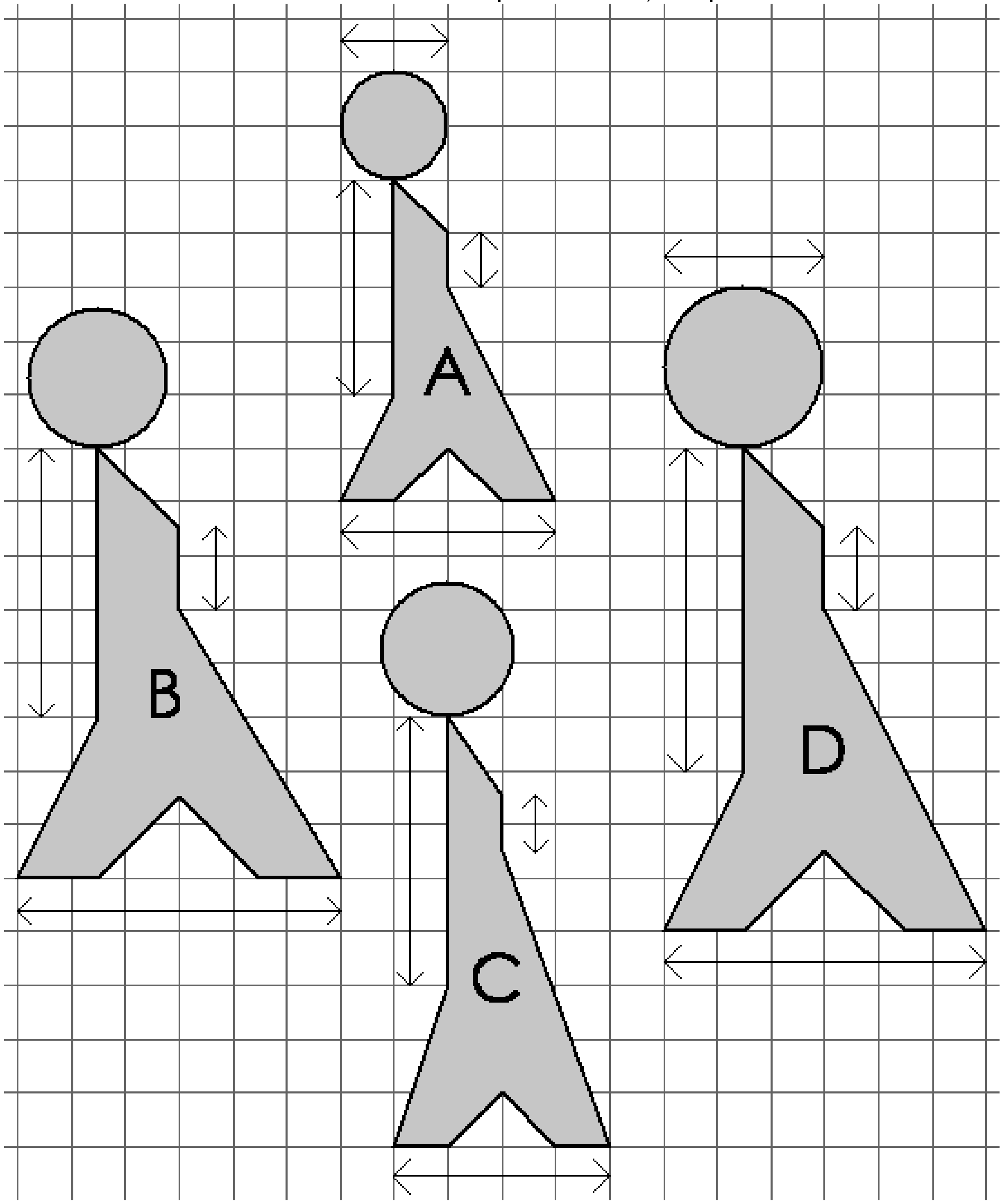
Complète les phrases suivantes :

Pour obtenir les longueurs de l'otarie B, j'ai multiplié les longueurs de l'otarie A par ....

Pour obtenir les longueurs de l'otarie C, j'ai multiplié les longueurs de l'otarie A par ....

Comment obtient-on l'otarie C à partir de l'otarie B ?
....
....
....
....

L'un des 3 dessins B, C, D est un agrandissement du dessin A (c'est-à-dire que l'otarie dessinée a exactement la "même forme" que l'otarie A). Laquelle ?



Pour cet agrandissement, toutes les longueurs de l'otarie A ont été multipliées par ....

Pour en savoir plus :

Voir chapitre 1 et plus particulièrement :
- proportionnalité simple
- cadre géométrique
- rapport interne et propriétés de linéarité

Source(s) :

Brousseau (1981)
IREM Rennes, Mathenpoche 6^{e}
ERMEL CM2 (2005)

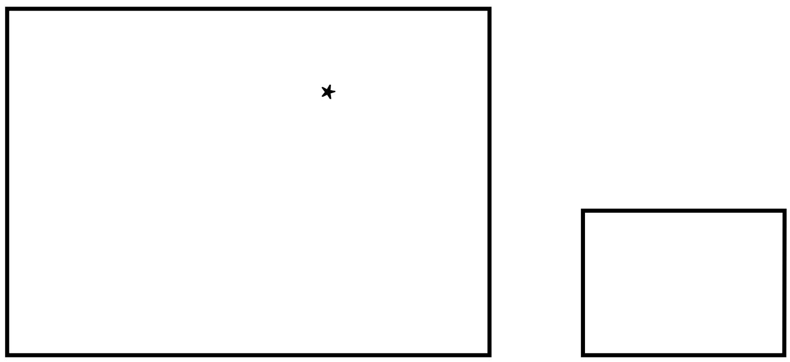
3P	4P	5P	6P	1S	2S	3S
M55	M56	M57	M58	M59		

Où il faut faire mouche

De quoi s'agit-il ?

Le point de départ est un problème proposé dans le cadre du 7e Rallye Mathématique Transalpin. Il peut être proposé aux élèves de 6P mais il s'adresse prioritairement aux élèves du premier cycle du secondaire.

OÙ IL FAUT FAIRE MOUCHE (@ARMT Cat. 6, 7, 8)



Le petit rectangle de droite, est une photographie du grand rectangle de gauche.
Au moment où la photographie a été prise, une mouche s'était posée sur le grand rectangle.
Le photographe a pris soin de l'effacer lors du développement de la photographie.
Replacez la mouche sur la photographie.
Expliquez comment vous avez procédé.

Enjeux :

Cette situation propose aux élèves de réduire une figure géométrique. Au delà des compétences plus spécifiques liées à la proportionnalité, une telle activité permet également de développer la compétence suivante :

Solides et figures, dégager des régularités, des propriétés, argumenter :

- M40 : Reconnaître et construire des agrandissements et des réductions de figures

Ce problème peut être vu comme un prolongement de « puzzle » puisque le système de repérage est ici à construire par les enfants.

Quels sont les pré-requis nécessaires ?

- Au niveau de ***l'enseignement primaire*** : les élèves doivent trouver l'***échelle*** ; il est donc nécessaire de prévoir un rapport entier entre les deux rectangles (adapter au besoin les mesures).
- Au niveau de ***l'enseignement secondaire*** : les notions d'***échelle*** et de ***distance*** (en particulier, la notion de distance entre un point et une droite ; soit la distance entre le point et le pied de la perpendiculaire abaissée ou élevée du point sur la droite).

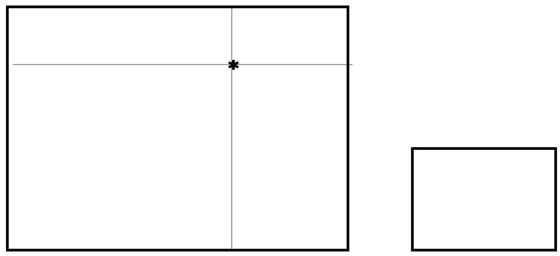
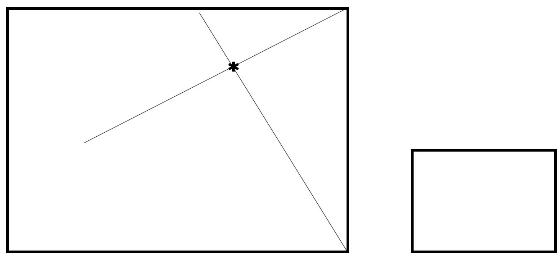
Comment s'y prendre ?

L'organisation du dispositif méthodologique à mettre en place (questions à poser aux élèves, indications pour l'organisation du travail, ...) peut être structurée au départ des éléments-clés suivants :

Mise en situation :

Dernier cycle primaire (10/12 ans)	***Premier cycle secondaire (12/14 ans)***
Proposer aux élèves de travailler seuls dans un premier temps avant de les placer par groupes de trois. Adapter la situation de manière à proposer un rapport entier entre les deux rectangles.	Placer les élèves en duos et leur demander de résoudre le problème (10 minutes)

Identification des tâches attendues des élèves :

Dernier cycle primaire (10/12 ans)	***Premier cycle secondaire (12/14 ans)***
	Procédures attendues qui mettent en jeu la proportionnalité : • Prendre les distances de la mouche par rapport aux côtés (tracer les perpendiculaires, ...) ;  • Déterminer l'échelle ; • Construire un tableau de proportionnalité ; • Utiliser ces informations pour replacer la mouche dans le petit rectangle. Une autre possibilité ne faisant pas intervenir la proportionnalité : • travailler au départ de la mesure de l'amplitude des angles 

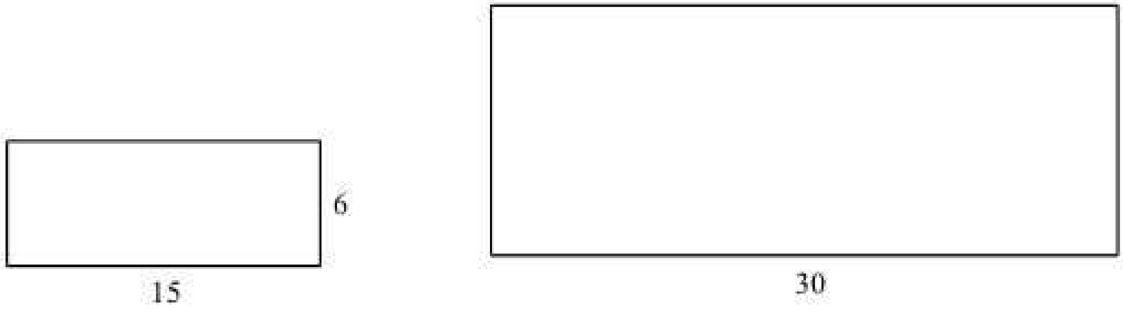
Que faire si les élèves ne « rentrent » pas dans le problème ?

Pour les élèves qui ne s'en sortent pas, il peut être utile de leur proposer les situations suivantes avant de revenir au problème de départ :

Exercice :

Pour chaque situation, le rectangle de droite est un agrandissement ou une réduction du rectangle de gauche.
Calcule la longueur ou la largeur manquante du rectangle de droite.
Attention : l'unité de longueur n'est pas le centimètre et est différente pour chaque situation.

Situation 1 :

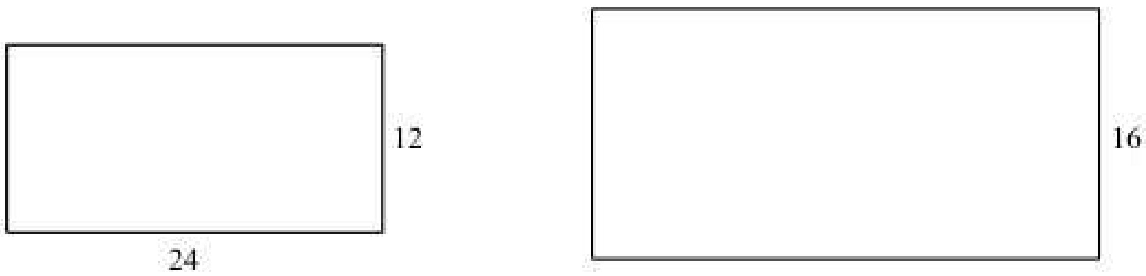


Explique ce que tu as fait : ……………………………………………………………………………………

………

………

Situation 2 :

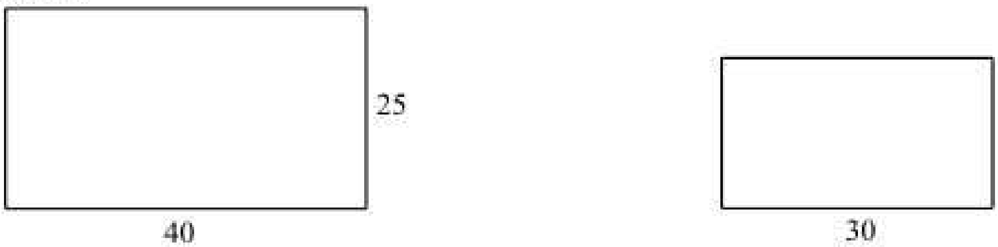


Explique ce que tu as fait : ……………………………………………………………………………………

………

………

Situation 3 :



Explique ce que tu as fait : ……………………………………………………………………………………

………

………

source : http://cii.sesamath.net/

Organisation et gestion de la phase de mise en commun :

Dernier cycle primaire (10/12 ans)	***Premier cycle secondaire (12/14 ans)***
	• construire un tableau avec les grandeurs ; • prendre d'autres distances si nécessaire (si seules les distances par rapport aux côtés les plus proches ont été choisies, demander aux élèves de prendre les distances par rapport à d'autres endroits) ; • identifier les rapports internes ; • expliciter le rapport externe.

Identification de ce que les élèves doivent retenir au terme de cette activité :

Dernier cycle primaire (10/12 ans)	***Premier cycle secondaire (12/14 ans)***
	• l'échelle est le rapport entre l'agrandissement (la réduction) et l'original ; • ce rapport est constant ; il a pour nom le coefficient de proportionnalité ; • deux grandeurs sont proportionnelles si ce rapport est constant.

Quels sont les prolongements possibles ?

Dernier cycle primaire (10/12 ans)	***Premier cycle secondaire (12/14 ans)***
	• prendre d'autres mesures afin de mettre en évidence que les mesures d'angles ne sont pas proportionnelles ; les angles conservent la même amplitude au fil des agrandissements et réductions.

Pour en savoir plus :

Voir chapitre 1 et plus particulièrement :

- proportionnalité simple
- cadre géométrique

Source(s) :

7e RMT (@ARMT)
Les 3 situations proposées en guise de remédiation sont extraites de Sesamath (http://cii.sesamath.net/).

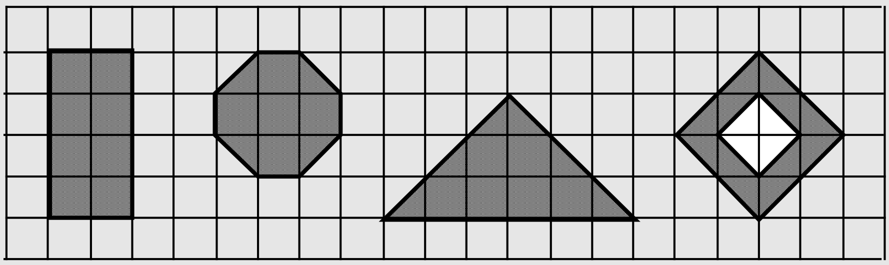
3P	4P	5P	6P	1S	2S	3S
M55		M56	M57	M58	M59	

Décoration

De quoi s'agit-il ?

Le point de départ est un problème proposé dans le cadre du 9e Rallye Mathématique Transalpin.
Il s'agit d'un ***problème de recherche*** dont le mode de résolution experte met notamment en jeu la ***proportionnalité***.

DÉCORATION (Cat. 5, 6, 7)
Un peintre a peint ces quatre figures différentes sur un mur, chacune avec une couche de peinture de la même épaisseur.



Il a utilisé des pots de peinture de même grandeur :
- 18 pots de rouge pour une des figures
- 27 pots de jaune pour une autre figure
- 21 pots de bleu pour une autre figure,
- des pots de noir pour la figure qui reste.

À la fin de son travail, tous les pots étaient vides.
Indiquez la couleur de chaque figure.
Combien de pots de peinture noire a-t-il utilisés ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

Enjeux :

Pour résoudre ce problème, la première étape consiste à calculer l'aire des différentes figures présentées. Ensuite, les élèves doivent établir la relation numérique qui lie ces mesures d'aire et le nombre de pots de peinture nécessaires.

Sur un plan mathématique, on se situe donc dans le domaine des grandeurs ; soit :
- définir une unité de mesure d'aires ;
- comparer et classer des mesures d'aires ;
- utiliser la proportionnalité (première approche).

Selon les Socles de compétences, au delà des compétences plus spécifiques liées à la proportionnalité, les principales compétences visées par cette activité sont :

***Les grandeurs, comparer et mesurer** (mesure d'aires) :*
- M45 : Effectuer le mesurage en utilisant des étalons familiers et conventionnels et en exprimer le résultat (longueurs, capacités, masses, aires, volumes, durées, coût).

- M47 : Construire et utiliser des démarches pour calculer des périmètres, des aires et des volumes.

Quels sont les pré-requis nécessaires ?

Ce problème a pour objectif principal une première approche de la proportionnalité. Toutefois, pour le résoudre, les élèves doivent d'abord être capables de déterminer l'aire de figures au départ de recouvrement et/ou de comptage d'unités.
Ils ne doivent pas calculer l'aire au départ d'une formule exprimée au départ des unités conventionnelles (m^2, cm^2, dm^2 , ...) comme cela est classiquement demandé.
Cette démarche n'est peut-être pas habituelle pour eux. On trouvera dans la section « Que faire si les élèves ne 'rentrent' pas dans le problème ? », des exemples d'activités de re-médiation à proposer aux élèves qui éprouvent des difficultés dans le calcul de l'aire des différentes figures.

Comment s'y prendre ?

Cette activité est prévue pour des élèves de la 5P à la 1S ... soit des élèves qui présentent des niveaux de compétences mathématiques en principe assez différents.
La démarche proposée est davantage ciblée pour des élèves du dernier cycle de l'enseignement primaire. Il va de soi que ce canevas est proposé à titre indicatif.

Mise en situation :

- Mettre les élèves par deux puis leur distribuer une feuille sur laquelle est reproduit le problème en leur précisant qu'ils ont 20 minutes pour le résoudre.
- Préciser également qu'il ne leur sera pas donné d'autres indications ; les élèves doivent prendre en charge seuls l'organisation de l'ensemble des tâches de résolution.

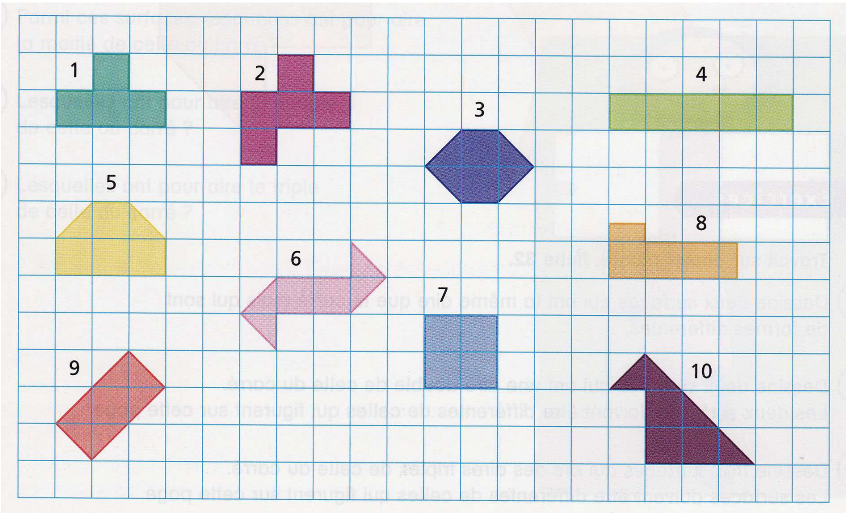
Identification des tâches attendues des élèves :

- Choisir une unité d'aire ;
- Utiliser celle-ci pour calculer le nombre d'unités dans chacune des figures ;
- Classer ces figures selon leur aire, en triangles (double carré = 12 ; octogone = 14 ; rectangle = 16 ; triangle = 18) ou en carrés (double carré = 6 ; octogone = 7 ; rectangle = 8 ; triangle = 9).
- Mettre en relation ces deux ensembles de données numériques afin d'identifier les relations numériques qui les lient :
    - Etablir la correspondance entre les aires de figures et le nombre de pots de peinture (double carré en rouge, octogone en bleu, rectangle en noir et triangle en jaune).
    - Déterminer le nombre de pots de peinture noire (24).

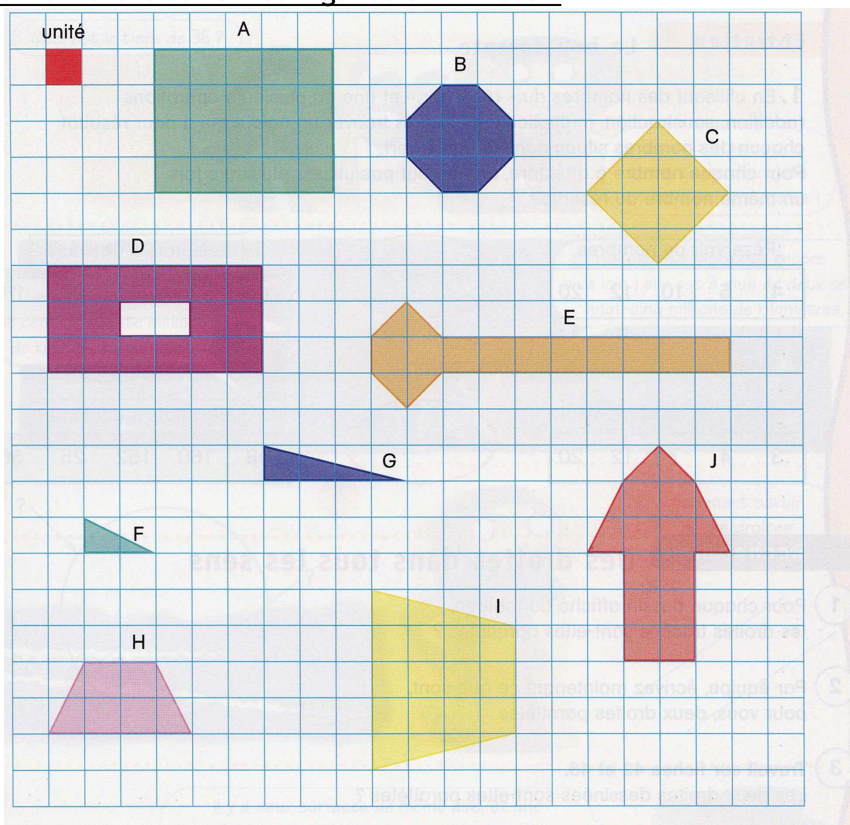
Que faire si les élèves ne « rentrent » pas dans le problème ?

Comme cela a été précisé, les élèves doivent être capables de calculer l'aire d'une figure en choisissant un étalon (dans ce cas-ci un rectangle ou un triangle). Cela peut poser des difficultés aux élèves habitués à concevoir la mesure d'aire uniquement au départ des formules classiques.
Pour ces élèves-là, il est peut être utile de proposer, en guise de remédiation, des activités[15] autour des supports suivants. Ensuite, il leur sera demandé de revenir à la résolution du problème initial.

1. Quelles surfaces ont la même aire ?



2. Quelle est l'aire de chacune des figures suivantes ?



[15] Source : Cap maths CM1

Organisation et gestion de la phase de mise en commun :

Pour faciliter l'organisation de la phase de mise en commun, il est sans doute utile de la faire précéder par une mise en commun à 4 : deux duos se rassemblent, comparent et confrontent leurs démarches et leurs solutions.
Au niveau de la mise en commun, l'accent doit sans doute être mis sur les démarches de résolution utilisées par les élèves.

Identification de ce que les élèves doivent retenir au terme de cette activité :

La réponse à cette question varie selon les intentions de l'enseignant et la manière dont il va approfondir le problème (voir section « Quels sont les prolongements possibles ? »).

Quels sont les prolongements possibles ?

Décoration permet une première approche de la notion de proportionnalité. Toufefois, la nature des nombres en jeu permet une résolution intuitive : les élèves qui résolvent correctement ce type de problème ne sont pas nécessairement conscients qu'ils ont eu recours intuitivement à la proportionnalité.

Si l'objectif de l'enseignant est de faire prendre conscience aux élèves de cette notion centrale en mathématiques, il importe de poursuivre la phase de résolution par diverses activités de structuration.

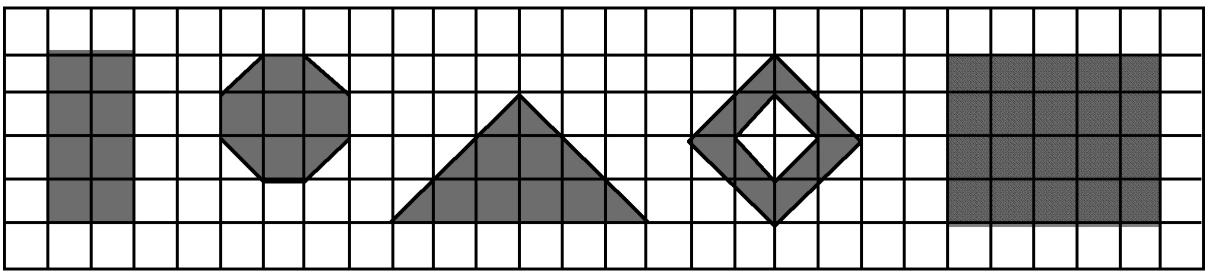
La méthodologie proposée ici s'inspire des travaux de Vernex (2001) et de Jaquet (2005) qui ont proposé différentes variantes au départ du problème ***Décoration***.

1. Une première variation : proposer d'autres figures à peindre

Objectif : vérifier la manière dont les élèves sont capables de généraliser leur démarche pour calculer le nombre de pots de peinture nécessaires pour recouvrir d'autres figures.
Comme point de départ, on peut partir de l'exemple ci-dessous dans lequel les élèves doivent calculer le nombre de pots de peinture nécessaires pour recouvrir une figure de 20 carrés.

DÉCORATION (variante 1)

Le peintre remarque qu'il reste encore de la place sur le mur, à droite. Il décide de peindre encore un grand rectangle, de 4 carreaux de large et de 5 carreaux de long, avec de la peinture verte.



Combien de pots de peinture verte le peintre va-t-il utiliser pour le grand rectangle ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

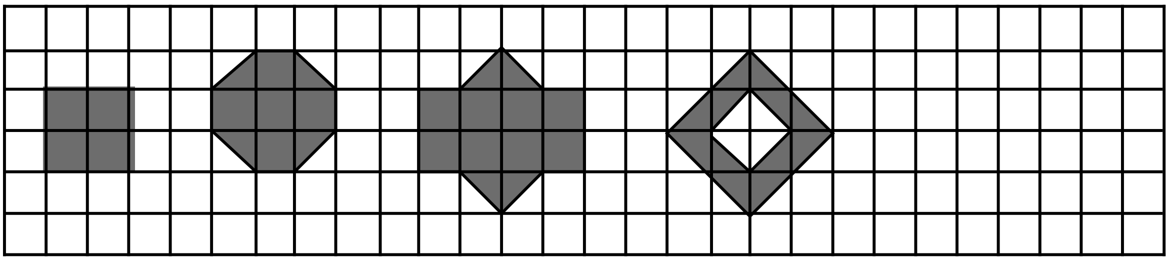
Ce nombre de 20 carrés n'est pas choisi au hasard ; ce n'est pas un multiple direct des mesures d'aire des autres figures. Ce qui est visé ici, c'est bien le rapport externe qui lie les deux ensembles de mesure. Ce dernier peut être exprimé de la manière suivante : « il faut trois pots de peinture pour peindre un carré ».
Ce rapport peut être mis en évidence au départ d'un tableau de correspondance ... qui va permettre d'imaginer la quantité de couleur nécessaire pour des figures qui ne seront cette fois plus nécessairement représentées.

Aires (Nombre de carrés)	X 3	Nombre de pots
6	==>	18
7	==>	21
8	==>	24
9	==>	27
20	==>	?

Pour aider les élèves dans cette tâche, on peut leur proposer cette nouvelle variante qui propose d'autres figures à peindre :

DÉCORATION (variante 2)

Un peintre a peint ces quatre figures différentes sur un mur, chacune avec une couche de peinture de la même épaisseur.



Il a utilisé des pots de peinture de même grandeur :

- 12 pots de rouge pour une des figures
- 30 pots de jaune pour une autre figure
- 18 pots de bleu pour une autre figure,
- des pots de noir pour la figure qui reste.

À la fin de son travail, tous les pots étaient vides.

Indiquez la couleur de chaque figure.

Combien de pots de peinture noire a-t-il utilisés ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

2. Une variante plus complexe!

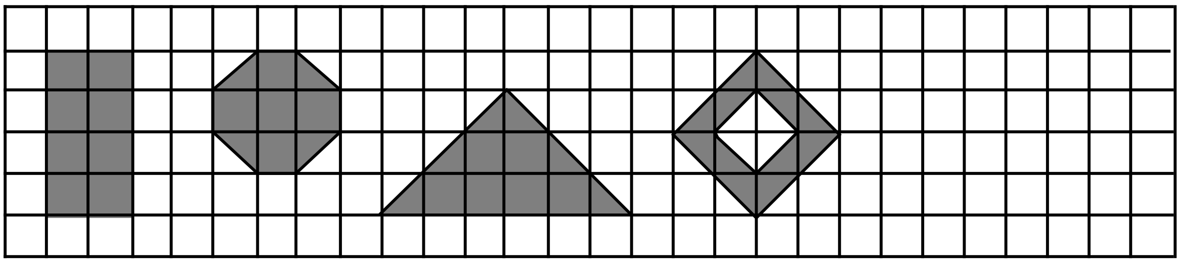
La démarche de généralisation proposée ici ne doit pas aboutir à la mise en évidence d'un seul rapport externe possible pour associer numériquement l'aire de figures à peindre et le nombre de pots de peinture nécessaires.

Dans cette nouvelle variante du problème, on a modifié les paramètres suivants :

- le nombre de pots de peinture nécessaires pour peindre chacune des figures (le rapport externe est de 12 dans ce cas-ci) ;
- la position de l'inconnue (cette fois, le nombre de pots inconnu concerne la plus grande figure à peindre).

DÉCORATION (variante 3)

Un peintre a peint ces quatre figures différentes sur un mur, chacune avec une couche de peinture de la même épaisseur.



Il a utilisé des petits pots de peinture de même grandeur :

- 72 pots de rouge pour une des figures
- 96 pots de jaune pour une autre figure
- 84 pots de bleu pour une autre figure,
- des pots de noir pour la figure qui reste.

À la fin de son travail, tous les pots étaient vides.

Indiquez la couleur de chaque figure.

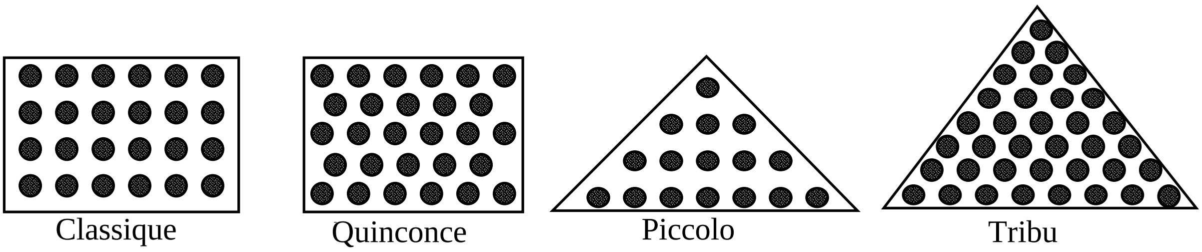
Combien de pots de peinture noire a-t-il utilisés ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

3. Une dernière variante plus radicale !

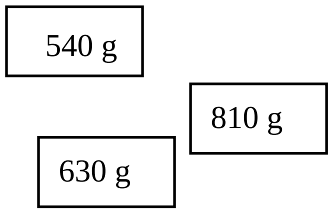
Pour tenter d'appréhender ce que les élèves ont retenu de cette activité, il est possible de proposer un nouveau problème aux élèves ; celui-ci met en jeu une procédure de résolution analogue mais dans un contexte tout à fait différent (la structure est identique mais l'habillage change). Il s'agit d'un autre problème du RMT : « Truffes au chocolat », proposé lors de la finale du 11^{e} RMT[16].

TRUFFES AU CHOCOLAT (Cat. 6, 7, 8) @ARMT
Voici quelques emballages de la maison Truffardi, qui contiennent tous le même type de truffes au chocolat :



Et voici les étiquettes qui indiquent le poids des truffes, à coller sur les emballages :

Mais elles sont en désordre et il en manque une.



Trouvez l'emballage pour lequel il n'y a pas d'étiquette et indiquez son poids.
Expliquez comment vous avez trouvé.

Pour en savoir plus :

Voir chapitre 1 et plus particulièrement :

- proportionnalité simple
- cadre grandeurs
- rapports internes et rapport externe

Source(s) :

Le problème ***Décoration*** est extrait de l'épreuve 2 du 9^{e} RMT.
Les éléments d'analyse proposés prennent appui sur des recherches effectuées par :

- Vernex, M. (2001). Analyse et utilisation du problème *Décoration* du 9^{e} RMT, Math-Ecole, 198, pp. 4-18.
- Jaquet, F. (2005). Successioni proporzionali e variabili didattiche, L'Educazione matematica, 3.

Les activités de remédiation pour le calcul de l'aire sont extraits de : Charnay, R., Combier, G. & Dussuc, MP. (2004). ***Cap maths CM1***. Paris : Hatier

16 L'exploitation de ce problème fait l'objet d'une fiche particulière.

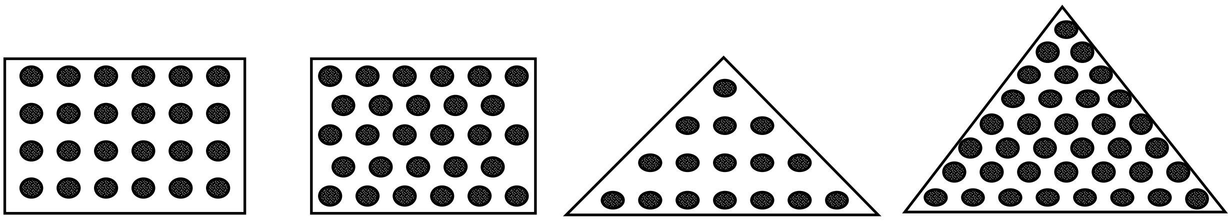
3P	4P	5P	6P	1S	2S	3S
M55	M56	M57	M58	M59		

Truffes au chocolat

De quoi s'agit-il ?

Truffes au chocolat est un ***problème de recherche*** proposé lors de la finale du 11^{e} Rallye Mathématique Transalpin (RMT). Il est destiné aux classes de 6^{e} année primaire et au premier cycle de l'enseignement secondaire.

TRUFFES AU CHOCOLAT (Cat. 6, 7, 8) @ARMT
Voici quelques emballages de la maison Truffardi, qui contiennent tous le même type de truffes au chocolat :



Classique Quinconce Piccolo Tribu

Et voici les étiquettes qui indiquent le poids des truffes, à coller sur les emballages :

Mais elles sont en désordre et il en manque une.

540 g

810 g

630 g

Trouvez l'emballage pour lequel il n'y a pas d'étiquette et indiquez son poids.
Expliquez comment vous avez trouvé.

Enjeux :

La résolution de ce problème passe par les étapes suivantes :

- une première étape consiste à identifier le nombre de truffes contenues dans chacune des boîtes ;
- les élèves doivent ensuite établir une relation numérique entre le résultat de ces dénombrements et les différentes étiquettes à coller sur les emballages ;
- le rapport identifié, les élèves doivent calculer la masse de la boîte pour laquelle il n'y a pas d'étiquette.

Deux domaines de grandeur sont en jeu : le nombre de truffes et la masse des différents modes de conditionnement.
Les tâches de dénombrement et de classement de nombres étant assez simples, il ne paraît pas utile de préciser d'autres compétences que celles liées explicitement à la recherche de la relation numérique qui relie ces deux ensembles de nombres.

Quels sont les pré-requis nécessaires ?

En réalité, ***Truffes au chocolat*** est une variante proposée dans le prolongement de l'exploitation du problème ***Décoration*** ; ***Truffes au chocolat*** met en jeu une procédure de résolution analogue mais dans un contexte tout à fait différent. La structure du problème est identique mais l'habillage est modifié. Le but poursuivi par ces modifications est de complexifier les tâches de résolution attendues.

Comment s'y prendre ?

Initialement ce problème est prévu pour des élèves de la 6P à la 2S ... soit des élèves qui présentent des niveaux de compétences mathématiques en principe assez différents. La démarche proposée ici est davantage ciblée pour des élèves du premier cycle de l'enseignement secondaire. Les différentes expérimentations menées dans les classes des enseignants de l'espace de collaboration montrent que ce problème est une bonne situation de départ pour aborder la proportionnalité avec les élèves de ce niveau d'enseignement. Il est assez (voire trop) difficile pour des élèves de 6P. Pour ces derniers, il sera éventuellement proposé comme défi dans le prolongement direct de la résolution du problème ***Décoration*** (comme cela est proposé sur cette fiche).

Mise en situation :

- mettre les élèves par deux puis leur distribuer une feuille sur laquelle est reproduit le problème en leur précisant qu'ils ont 20 minutes pour le résoudre.
- préciser également qu'il ne leur sera pas donné d'autres indications ; les élèves doivent prendre en charge seuls l'organisation de l'ensemble des tâches de résolution.

Identification des tâches attendues des élèves :

- identifier les deux types de grandeur en jeu (la quantité de truffes par boîte et la masse de chacun des conditionnements) entre lesquels ils vont devoir établir une relation numérique ;
- dénombrer le nombre de truffes contenues dans chaque boîte et les ordonner de la plus petite à la plus grande (Piccolo : 16 truffes, Classique : 24 truffes, Quinconce : 28 truffes et Tribu : 36 truffes) ;
- ordonner les trois étiquettes de masses ;
- établir la correspondance entre ces deux ensembles de données. Contrairement à ce qui se passe dans un problème classique de recherche de 4^{e} proportionnelle, les élèves ne disposent pas d'indication sur la position de l'inconnue. C'est à eux de la trouver au départ d'une démarche de type « essais-erreurs ». Dans ***Truffes au chocolat***, il y a 4 quantités différentes de truffes et trois masses identifiées. Cela définit donc 4 hypothèses sur la position de l'inconnue. Celles-ci peuvent être formalisées de la manière suivante :

Hypothèse 1	16 ?	24 540	28 630	36 810
Hypothèse 2	16 540	24 ?	28 630	36 810
Hypothèse 3	16 540	24 630	28 ?	36 810
Hypothèse 4	16 540	24 630	28 810	36 ?

Pour choisir la « bonne » hypothèse, les élèves doivent identifier celle pour laquelle la relation « nombre de truffes – masse » est proportionnelle ; c'est-à-dire celle qui donne, pour chaque couple de nombres, un même facteur (ou rapport externe) ; soit 540 : 24 = 630 : 28 = 810 : 36 = 22,5

- déduire de cette mise en correspondance que l'étiquette manquante est celle de la boîte Piccolo et utiliser le rapport externe pour calculer sa masse. Celle-ci vaut 360g ; soit le résultat de la multiplication du nombre de truffes (16) par le coefficient externe (22,5).

Malgré les précautions prises, il est à noter qu'une procédure davantage intuitive peut être développée par les élèves. La mise en correspondance des deux ensembles ordonnés de nombres peut faire apparaître que le premier ensemble est constitué de multiples de 4 et le second des mêmes multiples de 90.

Nombre de truffes
16
24
28
36

Masses des boîtes
?
540
630
810

Au départ de ce constat, il est possible de déduire que la masse de 4 truffes est de 90g et donc qu'une truffe pèse 22,5g.

Que faire si les élèves ne « rentrent » pas dans le problème ?

Comme cela a été précisé, il est possible de proposer aux élèves de résoudre au préalable une des variantes ou la situation initiale du problème ***Décoration***.

Organisation et gestion de la phase de mise en commun :

Au niveau de la mise en commun, l'accent doit être mis sur la confrontation des démarches de résolution utilisées par les élèves. Au premier cycle de l'enseignement secondaire, une attention particulière sera accordée à la manière de formaliser ces démarches.
Il est par exemple important de faire apparaître les données sous forme de tableaux et mettre en évidence pourquoi le positionnement de l'inconnue à une autre place n'est pas correcte.
Ainsi, par exemple, cette solution, souvent proposée par les élèves, n'est pas correcte :

Nombre de truffes		Masses des boîtes
16	x 33,75	540
24	x 26,25	630
28	x 25,7	? (720)
36	x 22,5	810

Le coefficient de proportionnalité n'est pas constant ; ce n'est donc pas une relation de proportionnalité qui unit ces deux ensembles de nombres et la solution proposée n'est donc pas correcte.

Lors de la phase de mise en commun, il est également important de procéder à des variations de manière à généraliser progressivement les rapports à d'autres nombres. L'enseignant propose aux élèves d'effectuer de nouvelles recherches. Il leur donne d'autres quantités de truffes et il leur demande de trouver la valeur correspondante de la masse de la boîte.

Cette façon de procéder peut amener vers un travail plus spécifique sur la découverte des propriétés de linéarité.
Imaginons que l'enseignant ait demandé aux élèves de calculer la masse de boîtes contenant 44 ou 52 truffes.
Progressivement, le tableau de départ peut être complété par les réponses produites. On obtient ainsi un tableau de ce type :

Nombre de truffes		Masses des boîtes
16		360
24		540
28		630
36		810
44		? (990)
52		? (1170)

L'enseignant demande alors aux élèves de trouver une autre manière que le rapport externe pour trouver la masse d'une boîte contenant 44 truffes. Le choix des nombres en jeu pour le nombre de truffes ne résulte pas du seul hasard. Les rapports internes ne sont pas simples à calculer. Il en va autrement pour les propriétés de linéarité : 44 truffes = 16 truffes + 28 truffes donc la masse de la boîte contenant 44 truffes peut s'obtenir en additionnant 360g et 630g. Un raisonnement semblable peut être développé pour 52 truffes.

Identification de ce que les élèves doivent retenir au terme de cette activité :

La réponse à cette question varie selon les intentions de l'enseignant et la manière dont il a exploité la phase de mise en commun (voir la rubrique « Pour en savoir plus »).

Quels sont les prolongements possibles ?

Pourquoi pas un autre problème proposé lors de la deuxième épreuve du 15e RMT ? A nouveau, il s'agit d'un autre habillage d'une même structure de problème relevant de la proportionnalité simple.

Le troc (©ARMT, Cat. 7, 8, 9, 10)

Sur la petite île de Bellemer les enfants de la région récoltent des coquillages qu'ils échangent au kiosque de la plage.
Voici les tarifs pour cinq objets demandés par les enfants :

- *36 coquillages pour une glace,*
- *40 coquillages pour un sandwich,*
- *24 coquillages pour un jus de fruit,*
- *100 coquillages pour un masque de plongée,*
- *60 coquillages pour un cerf-volant.*

Les enfants peuvent aussi échanger les oursins qu'ils prennent sous l'eau dans les rochers pour obtenir les cinq objets précédents.
Voici les tarifs :

- *45 oursins pour l'un des cinq objets,*
- *27 oursins pour un autre objet,*
- *75 oursins pour un autre objet encore.*

Combien faudra-t-il d'oursins pour chacun des deux autres objets qui restent ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

Pour en savoir plus :

Voir chapitre 1 et plus particulièrement :

- proportionnalité simple
- rapport externe
- mise en forme des données en tableaux
- propriétés de linéarité

Source(s) :

Le problème ***Truffes au chocolat*** est extrait de l'épreuve finale du 11e RMT.
Les éléments d'analyse proposés prennent appui sur des recherches effectuées par :

– Vernex, M. (2001). Analyse et utilisation du problème *Décoration* du 9e RMT, Math-Ecole, 198, pp. 4-18.
– Jaquet, F. (2005). Successioni proporzionali e variabili didattiche, L'Educazione matematica, 3.
– Jaquet, F. (2005). Quelques aspects de la proportionnalité dans les problèmes du RMT in Jaquet, F. et Grugnetti, L. (2006). RMT : des problèmes à la pratique de la classe. ARMT : Universités de Parme & de Cagliari.

3P	4P	5P	6P	1S	2S	3S
M55	M56	M57	M58	M59		

Dynamomètre

De quoi s'agit-il ?

Il s'agit de l'application des règles de proportionnalité à une situation concrète de mesures et de comparaisons de différentes masses à l'aide d'un dynamomètre non gradué.
Un dynamomètre peut être assimilé à une sorte de ressort. L'allongement de ce dernier est proportionnel à la masse de l'objet (du moins, au vu des masses en jeu, on va le considérer comme tel). Connaissant la masse d'un objet de référence et la valeur de l'allongement du ressort qui y correspond, les élèves vont devoir calculer la masse d'autres objets.
Cette activité place les élèves en situation de manipulations concrètes : ils mesurent effectivement les différentes masses afin de les comparer. Si ce n'était pas le cas, il est possible de l'adapter sous une forme plus classique

Enjeux :

Cette situation permet une première approche de la proportionnalité dans un contexte de mesures de grandeurs (comparaison de masses).
Au delà des compétences plus spécifiques liées à la proportionnalité, la principale compétence développée dans cette activité est :

Les grandeurs, comparer et mesurer :

- M45 : Effectuer le mesurage en utilisant des étalons familiers et conventionnels et en exprimer le résultat (longueurs, capacités, masses, aires, volumes, durées, coût).

Comment s'y prendre ?

Le matériel nécessaire pour la mise en œuvre concrète de cette activité est le suivant :

- des dynamomètres non gradués et des lattes ;
- des sachets numérotés contenant différents éléments (billes, riz, pois, farine, sucre …) ; leur masse n'est pas précisée. Le choix des masses doit tenir compte des dynamomètres mis à la disposition des élèves. Pour que l'allongement soit bien proportionnel à la masse, il importe de rester dans une certaine plage de mesures (identifée sur le dynamomètre) ;
- un sachet de référence contenant 200g de riz et dont la masse est indiquée sur le sachet.

Matériel pour l'activité sous une forme évoquée :

- Une fiche présentant une évocation de la situation, le schéma d'un dynamomètre et les mesures d'allongement constatées.

Cette évocation est disponible sur le site internet de la recherche :
http://www.hypo-these.be/spip

Mise en situation :

Placer les élèves par groupes de 3 ou 4 puis leur donner la consigne suivante (laisser une trace écrite de celle-ci) :

« *Vous avez devant vous 5 sachets numérotés contenant différents objets, un dynamomètre, une latte.*
Dans un premier temps, par simple estimation, je vous demande d'essayer de classer ces différents sachets du plus léger au plus lourd.

Ensuite, vous devez vérifier si votre estimation est correcte. Pour cela, vous devez trouver la masse précise de chacun des sachets. Pour vous aider dans cette tâche, vous avez quatre éléments à votre disposition :
- *un indice : la masse d'un des sachets est connue (200g) ;*
- *deux instruments de mesure : une latte et un dynamomètre non gradué ;*
- *un dernier indice : l'allongement du ressort du dynamomètre est proportionnel à la masse de l'objet* ».

Identification des tâches attendues des élèves :

Pour résoudre ce défi, les élèves doivent :

- utiliser la masse repère 200g et identifier la mesure de l'allongement correspondant ;
- utiliser le dynamomètre et la latte pour mesurer l'allongement correspondant aux masses inconnues ;
- mettre en relation ces deux ensembles de nombres afin d'identifier les relations numériques qui les lient ; établir la correspondance entre les mesures de longueurs et de masses ;
- formaliser l'ensemble des données dans un tableau de ce type :

Sachet par ordre de masse croissante (du plus léger au plus lourd)	Allongement en centimètres (arrondir à 0,5 cm)	Masse en grammes
Sachet n°		
Sachet n°		
Sachetn n°		
Sachet n°		
Sachet n°		

- utiliser ce tableau pour préciser la masse de chacun des sachets ;
- classer les sachets par ordre croissant de masses.

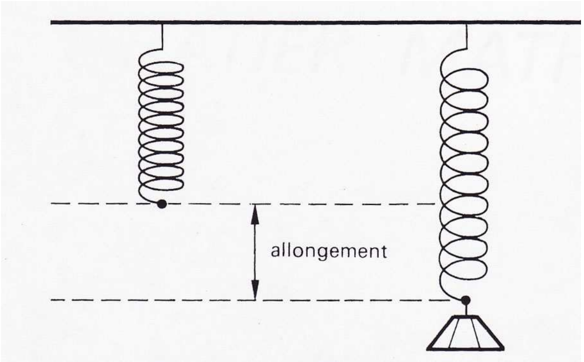
Exemple de démarche de mesure mise en œuvre par les élèves :

Organisation et gestion de la phase de mise en commun :

La phase de mise en commun permet aux élèves de vérifier si les différents classements sont équivalents ; elle favorise la comparaison des étalonnages proposés par les élèves.
Une mise en tableau faisant correspondre les mesures de longueurs et de masses est très importante.
Cette phase de mise en commun peut également déboucher sur une confrontation des mesures obtenues par les élèves et celles obtenues au départ d'une balance conventionnelle.

Quels sont les prolongements possibles ?

Un prolongement peut être donné à cette activité au départ de l'énoncé suivant ; il est extrait de Pythagore 6e.



Lorsqu'aucune masse n'est suspendue, le ressort mesure 15cm.
Lorsqu'on y suspend une masse de 150g, il mesure 16,5cm.
Combien mesure-t-il quand on y suspend 250g ?
Quelle est la masse suspendue lorsqu'il mesure 18,3cm ?

Pour en savoir plus :

Voir chapitre 1 et plus particulièrement :
- proportionnalité simple
- cadre grandeurs
- rapports internes, rapport externe et propriétés de linéarité

Source(s) :

Equipe de recherche
Pythagore 6^{e} – Paris : Hatier

4. Exercices d’application

Pour stabiliser les compétences des élèves, les enseignants peuvent utiliser certains exercices proposés comme items d’évaluation diagnostique, autres que ceux utilisés comme point de départ de leur séquence didactique.

Vous pouvez également trouver dans les fiches d’activité du paragraphe précédent, des propositions d’activités pour aller plus loin ou pour venir en aide aux élèves qui éprouvent encore des difficultés.