

Chapitre 2

Le passage de rang.

Préambule

Pour bien maîtriser l'univers des nombres, il est nécessaire d'acquérir une bonne connaissance des mécanismes de la numération décimale de position. À cet égard, la multiplication des approches en permet une meilleure compréhension.

C'est dans cette optique que nous proposons, pour les enfants de huit à dix ans, des activités avec des compteurs numériques et des bouliers.

1 Les machines à compter

Les compteurs numériques font partie de notre quotidien. Nous les rencontrons aussi bien à la maison (compteurs d'eau, d'électricité, ...), que sur la route (compteurs kilométriques de voiture ou de vélo) ou encore dans le cadre du travail (photocopieuses, ...).

De quoi s'agit-il ? Observer le fonctionnement de compteurs numériques.
Fabriquer une machine à compter.
Utiliser les compteurs dans des situations de comptage.

Enjeux Approfondir la compréhension du passage d'un rang à un autre dans la numération décimale de position.

Compétences

Dire, lire et écrire des nombres dans la numération décimale de position en comprenant son principe.

Agir et interagir sur des matériels divers.

Identifier et effectuer des opérations dans des situations variées.

Classer (situer, ordonner, comparer).

De quoi a-t-on besoin ?

Matériel

Les fiches 23 à 26 situées en annexe aux pages 115 à 118.

Des bandelettes de papier portant les chiffres de 0 à 9 (fiche 24), d'autres bandelettes « inappropriées » (comme par exemple celles de la fiche 25), du carton fort, du papier adhésif, une plastifieuse, de la colle.

Des compteurs numériques (compteurs de photocopieuse, de vélo, de curvimètre, ...)

Prérequis

Pouvoir compter oralement, lire et écrire des nombres jusqu'à 100.

Pouvoir additionner et soustraire un nombre inférieur à 10 à un autre nombre de deux chiffres.

1.1 Observation

Pour cette partie de l'activité, il est nécessaire de se munir de compteurs numériques, comme celui d'un curvimètre, de la photocopieuse ou encore d'un vélo. D'autres conviennent également, pour autant que leur utilisation soit possible à l'école. Dans ce qui va suivre, nous avons choisi d'avoir recours au curvimètre – parfois appelé odomètre ou podomètre. Il en existe différents modèles à usage scolaire, dont le compteur peut être réinitialisé quand on le désire. Ici, le compteur avance de 1 par tour de roue, ce qui correspond à un mètre.

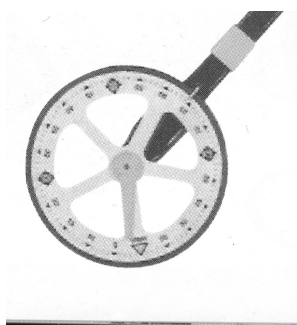


Fig. 16

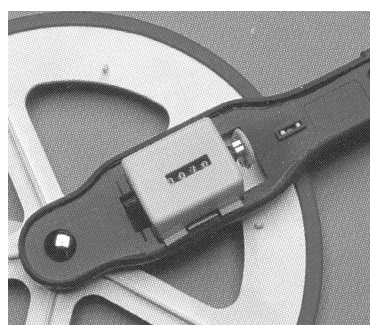


Fig. 17

L'essentiel de cette partie de l'activité se déroule oralement. Il est en effet primordial d'amener les enfants à verbaliser leurs observations. Pour cela, l'enseignant relancera autant de fois que nécessaire la discussion par des questions opportunes.

Comment s'y prendre ?

On décide de mesurer, à l'aide de l'appareil, une distance déterminée par l'enseignant comme par exemple, la longueur de la cour de récréation. Idéalement, on choisit une distance supérieure à 10 mètres – 10 tours de roue – pour donner aux élèves l'occasion d'observer le changement de rang au compteur.

Que se passe-t-il quand on fait rouler l'appareil ?

Les enfants remarquent qu'à chaque tour de roue, le compteur augmente de 1. Par de petites questions orales, on les amène à effectuer des opérations qu'ils vérifient à l'aide de l'instrument.

Voici deux exemples de questions possibles.

« Nous avons parcouru treize mètres. Quelle distance indiquera le compteur si la roue tourne encore cinq fois ? »

« Nous avons parcouru huit mètres. Qu'indiquera le compteur si la roue tourne encore six fois ? »

Les situations de ce type sont multipliées pour permettre aux enfants d'appréhender le fonctionnement du compteur.

On peut également les amener à effectuer quelques soustractions, par des questions simples comme celle qui suit.

« Sur le compteur, nous lisons 25 mètres. Et si la roue avait fait sept tours de moins, qu'aurait indiqué le compteur ? »

Dans cette première phase, on se limite à la lecture du cadran et à quelques questions pour familiariser les enfants avec l'appareil. L'analyse des mécanismes du compteur vient après.

1.2 Et si nous fabriquons notre propre machine à compter ?

L'activité est prévue pour se dérouler en groupes. Toutefois, on peut aussi la proposer individuellement. On peut favoriser l'autonomie des enfants en les laissant se débrouiller seuls pour créer leur compteur, mais on peut gagner du temps en préparant le matériel nécessaire à sa fabrication. C'est l'option que nous décrivons ci-après.

Le matériel (fiches 23 à 25) est disposé sur la table de travail. Nous y avons inséré quelques éléments inutiles ou inappropriés, tels que des bandelettes numérotées de 1 à 10 ou d'autres sur lesquelles il manque des chiffres, afin que les élèves développent un certain esprit critique. On leur signale, dans les consignes, qu'ils ne sont pas obligés de tout utiliser.

Comment s'y prendre ?

À l'aide du matériel mis à votre disposition, essayez de fabriquer une machine à compter.

L'enseignant aura préalablement découpé les entailles dans le morceau de carton fort afin d'éviter la manipulation du cutter. Il pourrait aussi avoir plastifié les bandelettes pour les rendre plus solides.

Les élèves discutent entre eux et effectuent diverses tentatives. On les laisse procéder par essais et erreurs.

D'abord, ils prennent le carton avec les ouvertures en haut et en bas.



Fig. 18

Ensuite, ils choisissent les bonnes bandelettes (figure 19) – attention à ne pas, par exemple, refuser la bandelette commençant par 2 et se terminant par 1 (figure 20). Si les élèves n'utilisent pas cette dernière bandelette, il nous semble intéressant de leur faire remarquer qu'elle convient également lorsqu'on colle ses deux bouts.

Ils font alors passer les bandelettes par les ouvertures (figure 21), puis collent les bouts de chaque bandelette pour qu'elles puissent tourner (figure 22).



Fig. 19

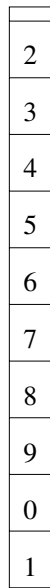


Fig. 20

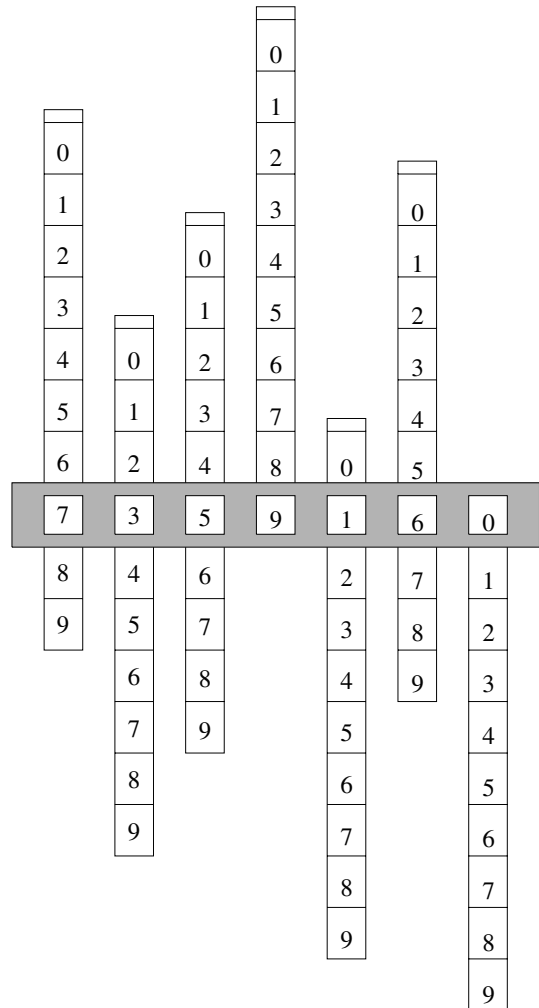


Fig. 21

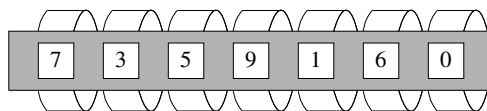


Fig. 22

Pour des enfants de cet âge, on aurait pu se contenter d'un compteur à quatre rangs. On a cependant décidé d'en construire un à sept rangs afin de pouvoir encore l'utiliser lorsque l'on travaillera avec de plus grands nombres.

Chaque groupe présente le compteur qu'il a fabriqué. On vérifie ensemble que les différentes machines sont correctement assemblées. Dans le cas où des élèves ne trouvent pas un montage adéquat, les remarques des autres devraient suffire à les mettre sur la voie. En dernier recours,

l'enseignant les amène à une solution correcte. Les groupes fabriquent plusieurs machines afin que chacun dispose de son propre compteur. Cette activité peut se réaliser au cours de bricolage.

1.3 Jouons avec nos compteurs !

Comment s'y prendre ?

Pour commencer, on peut laisser les élèves jouer librement avec leur compteur (individuellement ou par deux). Ensuite, ils les utilisent dans des jeux oraux de difficulté croissante. Le nombre d'exemples à proposer, ainsi que la gradation des exercices sont laissés à la discrétion de l'enseignant qui adapte ces modalités à sa classe.

Place les nombres que je cite sur ta machine.

Dans un premier temps, on propose des situations relativement simples avec des nombres connus. Suivant le niveau de la classe, ces nombres peuvent comporter deux, trois ou quatre chiffres comme par exemple 28, 354 ou encore 2 678. On peut ensuite fournir d'autres nombres qui comportent plus de chiffres (par exemple 25 417).

Le but est de familiariser les élèves avec leur machine et de les amener à passer de l'expression orale d'un nombre à sa représentation écrite. On vérifie ainsi si le passage de l'oral à l'écrit se déroule correctement.

Un problème qui pourrait surgir est que certains enfants placent les nombres n'importe où et non pas à la droite du compteur, comme attendu par l'enseignant. Dans ce cas, ce dernier veillera à ajuster les représentations des élèves en leur signalant que les unités sont toujours placées dans la colonne la plus à droite et il insistera sur la signification des zéros (inutiles) situés à la gauche des nombres placés.

Place sur ta machine le nombre que je cite, puis affiche le nombre qui suit – ou qui précède.

Au départ, on évite les nombres qui se terminent par 0 ou 9 afin de ne pas aborder d'emblée le problème du passage de rang. Les élèves sont vite convaincus que tourner la roue d'une case dans un sens ajoute un, et que la tourner d'une case dans l'autre sens enlève un.

On complique alors la situation en proposant des nombres qui entraînent un passage de dizaine (par exemple 9, 39, 489, 5 120), de centaine (par exemple 99, 899, 3 499, 78 100), ou d'autres rangs.

À ce moment, l'enseignant demande aux enfants d'exprimer ce qu'ils font réellement sur leur machine. Pour cela, il pose des questions telles que

« Qu'as-tu fait sur ta machine pour passer de 39 à 40 (par exemple) ? »

« Pourquoi tournes-tu aussi la deuxième roue ? »

« À quoi correspond le 4 du nombre 40 ? »

« ... »

Ce travail a pour but d'expliquer les changements de rang et se déroule évidemment pas à pas. L'enseignant cherche d'abord à faire comprendre le changement de dizaine et ce n'est que lorsque ce dernier est bien assimilé qu'il passe au changement de centaine.

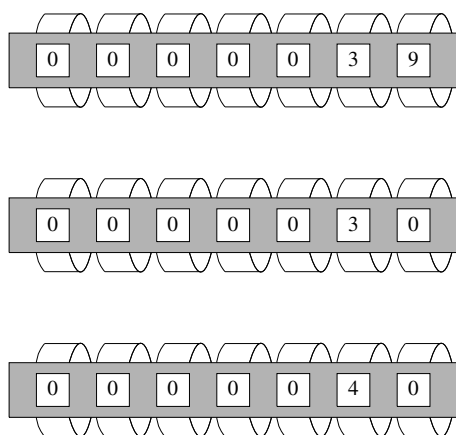


Fig. 23

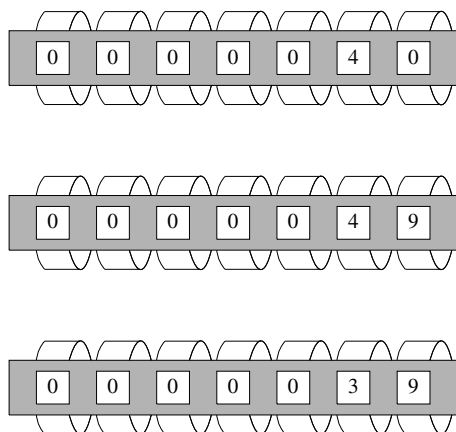


Fig. 24

Pour passer de 39 à 40, l'élève veut augmenter 39 de 1. Il avance la roue des unités d'une case. Cela amène 30. Il a bien avancé d'une case, mais la machine affiche 9 de moins que le 39 initial. Il doit alors faire avancer la roue des dizaines d'une case et ajoute donc 10. La machine affiche 40. Nous constatons donc que lorsqu'il y a un changement de rang, le compteur enlève 9 et ajoute 10; cela équivaut bien à augmenter de 1.

Un raisonnement similaire peut être tenu pour passer de 40 à 39. L'élève veut diminuer 40 de 1. Il recule la roue des unités d'une case. Cela amène 49. Il a bien reculé d'une case, mais la machine affiche 9 de plus que le 40 initial. Il doit alors faire reculer la roue des dizaines d'une case. Il retire donc 10. La machine affiche 39. Nous constatons donc ici que le compteur ajoute 9 et retire 10; ce qui équivaut bien à diminuer de 1.

Échos des classes

Les expérimentations relatives à l'activité sur les compteurs numériques se sont déroulées dans des classes de troisième et quatrième primaire à raison de deux séances d'une heure. La première séance a été consacrée à l'observation du fonctionnement du curvimètre et à la fabrication des compteurs, la seconde à l'utilisation de ces derniers par les élèves.

Lors du travail avec le curvimètre, les enfants étaient très attentifs. Ils ont rapidement constaté que le compteur augmentait de un à chaque tour de roue. Ils ont eu des difficultés à répondre aux questions qui nécessitaient des changements de rang. Ainsi, quelques enfants ont employé leurs doigts pour ajouter six à huit.

La fabrication des compteurs a été l'occasion de nombreux échanges entre élèves. Ces discussions ont permis de résoudre les légers problèmes engendrés par la présence des bandelettes inappropriées. Pour se convaincre de la validité de la bandelette commençant par deux et se terminant par un, il a été nécessaire de la coller et de la faire tourner.

Le simple placement des nombres sur les compteurs a été parfaitement effectué par les enfants. Ils ont tous placé les unités dans la colonne la plus à droite. Un élève a même fait remarquer que « les zéros situés devant le nombre ne servent à rien et on peut les retirer si on veut ».

L'ajout d'une unité à un nombre n'a pas posé de problème lors de la manipulation sur les compteurs. Les élèves ont cependant éprouvé des difficultés à exprimer les actions qu'ils avaient effectuées lorsqu'il y avait un passage de rang. Pour surmonter cet obstacle, les questions posées par l'enseignant se sont avérées essentielles. Grâce à ce travail de questions-réponses, les enfants sont parvenus, après cinq ou six nombres, à exprimer correctement leurs actions. Le retrait d'une unité a immédiatement été mieux expliqué par les élèves suite au travail préalable sur les additions.

Certains enseignants d'autres niveaux ont également essayé d'adapter l'activité avec les compteurs dans leurs classes. C'est ainsi qu'ils les ont employés avec succès au degré supérieur pour travailler les nombres décimaux non entiers.

Prolongements possibles D'autres exercices peuvent également être proposés. Nous ne les détaillons pas, mais nous en fournissons une liste non exhaustive.

Proposer les exercices précédents en incluant des nombres qui contiennent des zéros.

À partir d'un nombre donné, afficher les dix – ou plus – nombres suivants.

Trouver tous les affichages entre deux nombres donnés.

Compter de dix en dix, de cent en cent, à partir d'un nombre donné. Dans ce cas, une ou plusieurs roues restent immobiles.

Dire ce qui se passe lorsque l'enseignant bouge une seule languette – par exemple lorsque le compteur passe de 789 à 889.

Il peut également être intéressant de disposer d'un compteur à engrenages pour en montrer le fonctionnement aux élèves. Ce compteur pourrait ressembler à celui de la figure 25.

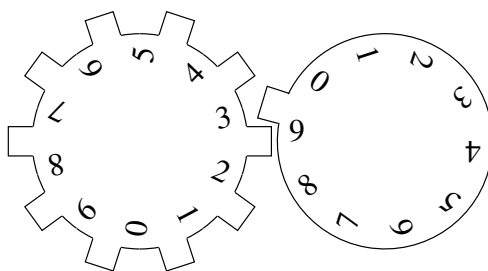


Fig. 25

Ce modèle de compteur figure sur la fiche 26 à la page 118.

Une activité de fabrication d'un odomètre est décrite dans la recherche 090SG réalisée par Dieu-donné LECLERCQ et AL. à l'Université de Liège et intitulée *Mise au point d'outils didactiques pour le cours d'éducation par la technologie*. Il est possible de télécharger cette activité sur le site officiel de la Communauté française¹.

¹<http://www.enseignement.be/prof/dossiers/recheduc/recheduc-liste.asp>
Introduire le mot clé « leclercq » dans la fenêtre prévue à cet effet.

2 Les bouliers

<i>De quoi s'agit-il ?</i>	<p>Fabriquer un boulier.</p> <p>Représenter des nombres sur un boulier.</p> <p>Effectuer des additions et des soustractions sur un boulier.</p>
<i>Enjeux</i>	<p>Appréhender les passages de rang dans l'addition et la soustraction à l'aide du boulier.</p> <p>Effectuer les groupements par 10 et les échanges : 10 unités = 1 dizaine, 10 dizaines = 1 centaine, 10 centaines = 1 millier, ...</p> <p>Compétences</p> <p><i>Dire, lire et écrire des nombres dans la numération décimale de position en comprenant son principe.</i></p> <p><i>Agir et interagir sur des matériels divers.</i></p> <p><i>Identifier et effectuer des opérations dans des situations variées.</i></p> <p><i>Présenter des stratégies qui conduisent à une solution.</i></p>
<i>De quoi a-t-on besoin ?</i>	<p>Matériel</p> <p>Des bouliers ou le matériel pour en fabriquer soi-même, c'est-à-dire des piques à brochettes en bois, des perles de trois couleurs différentes, une boîte à cigares (ou une autre boîte de même type) et de la colle.</p> <p>Les fiches 27 à 31 aux pages 119 à 123.</p> <p>Prérequis</p> <p>Pouvoir compter oralement, lire et écrire des nombres jusqu'à 100.</p> <p>Les notions d'unité, de dizaine, ...</p> <p>Les tables d'addition et de soustraction de 1 à 9.</p> <p>La décomposition d'une opération en plusieurs étapes (par exemple, $21-5 = 21-1-4$).</p>

2.1 Quelques types de bouliers

Le boulier est un instrument qui sert à effectuer des opérations arithmétiques (additions, soustractions, multiplications, divisions, extractions de racines carrées ou cubiques) sur des nombres rationnels limités. Il existe plusieurs types de bouliers, notamment les bouliers chinois, japonais et russe qui sont toujours utilisés actuellement.

Le boulier chinois, appelé *suan-pan*, remonte aux environs du XIII^e siècle de notre ère. Déposons ce boulier à plat sur une table, comme illustré à la figure 26. Il possède des tiges – dont le nombre peut varier – sur lesquelles sont enfilées sept boules. Cinq de ces boules se trouvent en dessous d'une barre horizontale et valent chacune 1, ce sont les boules unaires. Les deux autres se situent au-dessus de cette barre et valent chacune 5, ce sont les boules quinaires.

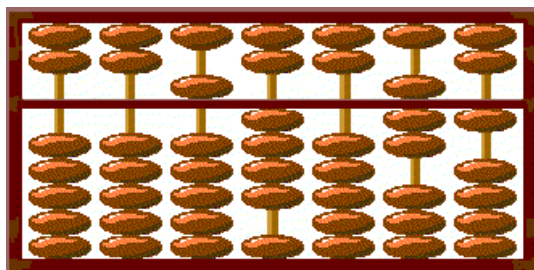


Fig. 26

Selon MARTZLOFF [108], le système aurait été conçu à l'origine pour faciliter la manipulation des unités de poids appelées *jin* (livres) et *liang* (onces). En fait, 1 *jin* vaut 16 *liang* ; ainsi, puisqu'on ne peut marquer que 15 unités par tige, c'est comme si l'inventeur du boulier avait voulu travailler en base 16. Bien entendu, l'appareil peut être utilisé pour effectuer d'autres calculs que ces conversions de *jin* en *liang*.

Pour le calcul en système décimal, l'unaire du bas et la quinaire du haut ne sont pas nécessairement activées.

L'instrument était employé par les commerçants, les comptables, les banquiers, les hôteliers, les mathématiciens, les astronomes. À l'heure actuelle, une partie de la population chinoise y a toujours recours ; il est également encore utilisé en Inde.

Le boulier japonais, appelé *soroban* est d'origine chinoise (figure 27). Il fut introduit au Japon au cours du XVI^e siècle. Sa forme actuelle a été adoptée vers 1930. Il ressemble très fort au boulier chinois, mais on lui a enlevé les deux boules devenues inutiles.

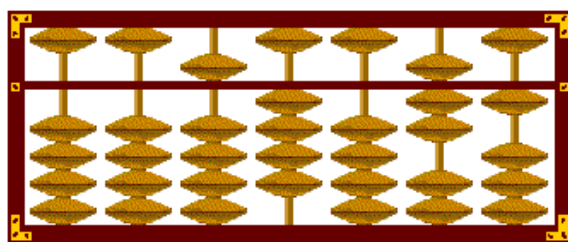


Fig. 27

Les Japonais considèrent le boulier comme le principal instrument de calcul courant. C'est un outil indispensable pour les écoliers, les commerçants, les fonctionnaires. Au Japon, près de 30 000 écoles spécialisées enseignent le calcul avec le soroban. Comme au judo, on se présente à des examens de qualification. Il y a six degrés et dix *dans*. Chaque année, en Asie, s'organisent des olympiades de calcul avec le soroban auxquelles participent plus de trois cents personnes venant de douze pays différents. L'art du soroban consiste à effectuer des calculs très rapidement en déplaçant le moins possible de boules. Même si les calculatrices commencent à gagner du terrain, de nombreux fabricants y associent un petit boulier pour effectuer une ultime vérification.

Le boulier russe, appelé *stchioty*, se compose de colonnes de dix boules chacune (figure 28). Ce boulier présente deux ou trois boules noires par colonne. Ces boules noires ne sont que des repères. Elles permettent d'estimer très vite combien de boules sont rangées à l'une des extrémités d'une colonne.

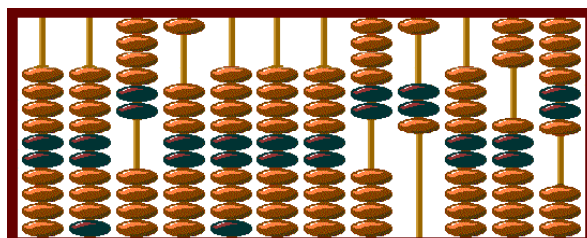


Fig. 28

Les boules noires situées en bas des colonnes indiquent les rangs des milliers et des millions. On remarque qu'une des colonnes ne comporte que quatre boules. Elle sépare la partie entière d'un nombre de sa partie décimale. Cette colonne est parfois aussi employée pour calculer avec des quarts ou des demis. Ce type de boulier est encore utilisé dans certains hôtels, quelques banques et des grandes surfaces russes.

En Europe, jusqu'au XIX^e siècle, et parfois après, on avait souvent recours au boulier dans les écoles pour apprendre à calculer.

Aujourd'hui encore, le boulier est un outil pédagogique utile dans certaines classes du primaire pour maîtriser la numération et le calcul. En effet, représenter un nombre sur un boulier, c'est déjà l'écrire en numération décimale de position. Le boulier est aussi employé pour venir en aide à des élèves en difficulté. Il demande peu de connaissances préalables puisque pour effectuer des opérations sur les bouliers, il suffit de connaître les tables d'addition et de multiplication de 1 à 9.

2.2 Fabriquer un boulier

Comment s'y prendre ?

Il convient tout d'abord de choisir le type de boulier que l'on va employer. Nous pensons que le boulier russe – ou un boulier lui ressemblant – est le plus approprié, car il ne demande aucun échange intermédiaire de cinq boules contre une autre. Toutefois, les bouliers chinois ou japonais conviennent également. On trouve assez facilement des bouliers dans le commerce à des prix relativement peu élevés², mais, si le coût semble trop important, on peut fabriquer un boulier à partir d'une boîte à cigares.

On retire d'abord le couvercle de la boîte à cigares ainsi que ses charnières, puis la paroi du haut (figure 29).

²Chez Nathan, Viroux, Maxi Toys,...

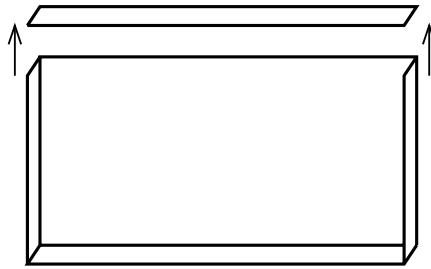


Fig. 29

On pratique ensuite des trous à intervalles réguliers dans la paroi du bas et dans celle du haut. Ces orifices doivent bien entendu se trouver les uns en face des autres (figure 30).

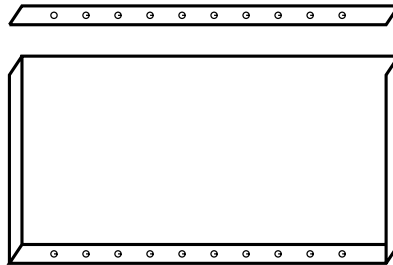


Fig. 30

On colle les piques à brochettes dans les ouvertures de la partie inférieure. On place dix perles sur chacune des piques en respectant les différences de couleurs indiquées à la figure 31, puis on replace la partie supérieure en veillant à coller l'autre bout des piques dans les ouvertures. Le boulier est ainsi terminé et on peut commencer à l'utiliser.

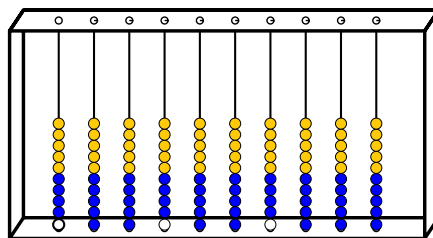


Fig. 31

Dans l'activité présentée ci-après, on utilise des bouliers de ce type : ils comportent par colonne, cinq boules d'une couleur et cinq d'une autre afin de marquer un repère pour 5, ce qui devrait faciliter la lecture des nombres par les élèves. La perception immédiate d'un groupe de cinq boules évite de les compter une à une lorsqu'il y en a plus que cinq. En partant de la droite, la bille du bas des 4^e, 7^e et 10^e colonne est également de couleur différente afin de fournir un repère pour les milliers, les millions et les milliards.

Les élèves se familiarisent avec leur boulier pendant une durée assez réduite (4 à 5 minutes). À la fin de cette prise de contact, ils énoncent leurs observations. L'enseignant n'intervient pas immédiatement si des erreurs apparaissent. Les explications viendront au moment de l'apprentissage proprement dit.

Chez les Orientaux, il existe une technique permettant une manipulation rapide des boules. Il ne nous semble cependant pas opportun de l'enseigner aux enfants puisque notre but n'est pas de leur faire acquérir une dextérité hors pair sur le boulier, mais bien d'en comprendre le fonctionnement.

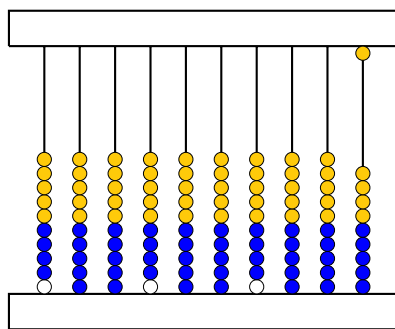
2.3 Reconnaître et représenter des nombres

Comment s'y prendre ?

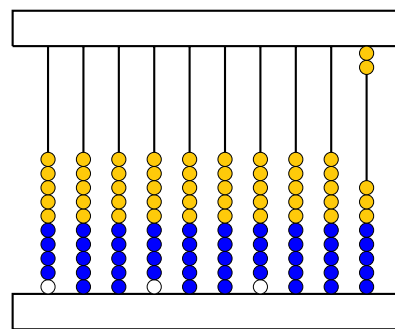
Dans un premier temps, il importe de repérer les valeurs des différentes boules, selon la colonne qu'elles occupent. Pour cela, nous proposons une activité sur papier qui fait correspondre un nombre à sa représentation sur le boulier.

Quelle est la valeur des boules de la première tige (à droite), de la deuxième tige, ... ?

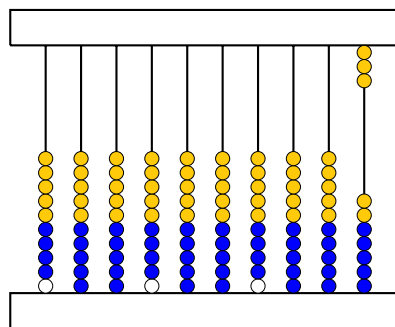
Voici les exemples proposés sur les fiches 27 et 28 aux pages 119 et 120.



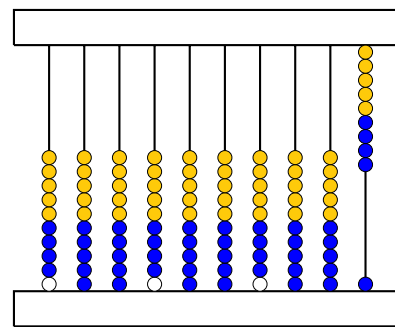
1



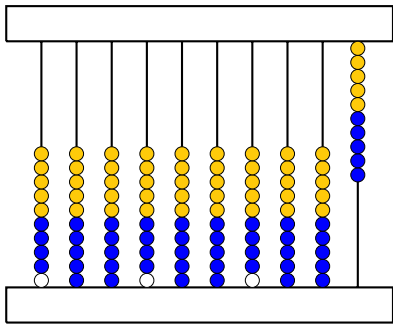
2



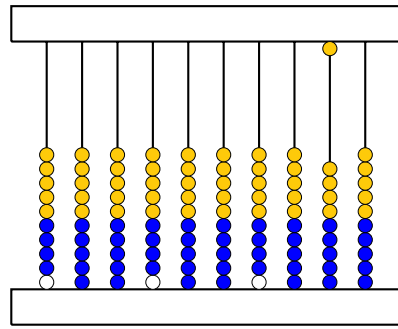
3



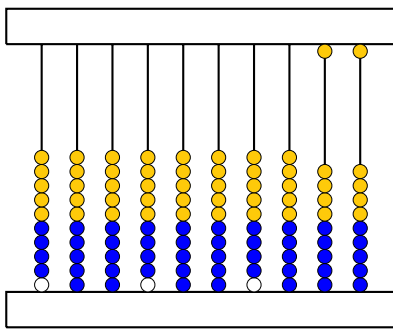
9



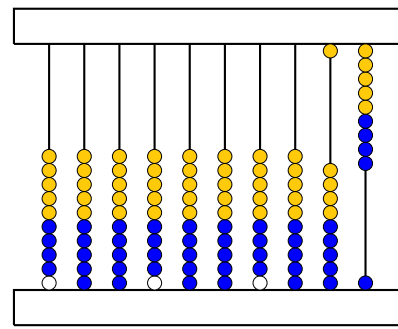
10



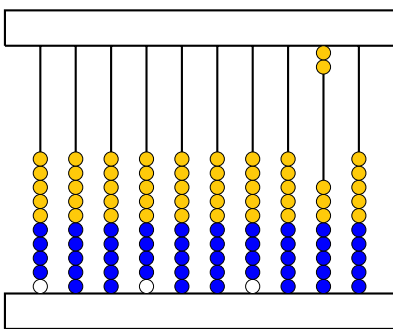
10



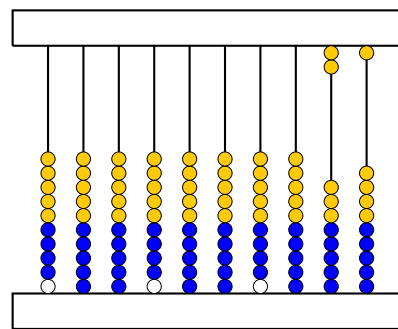
11



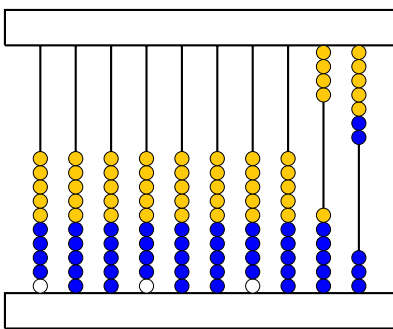
19



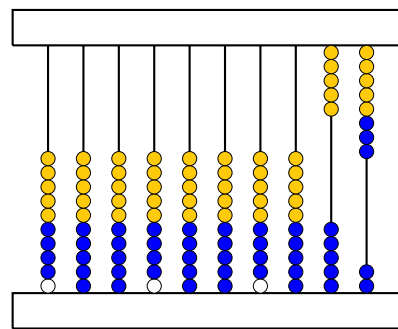
20



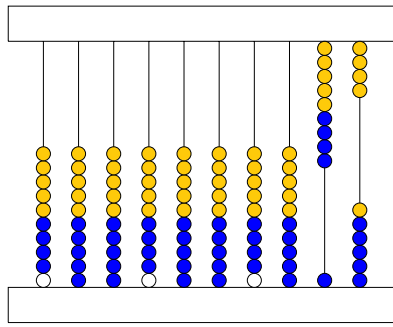
21



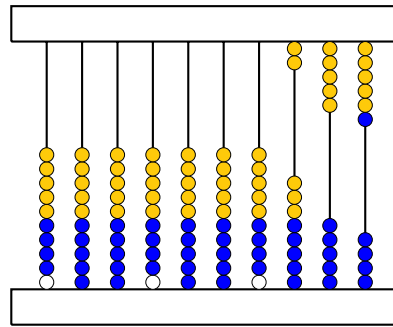
47



58

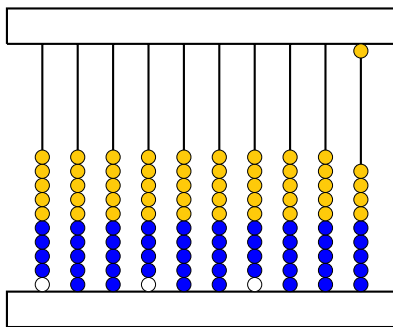


94

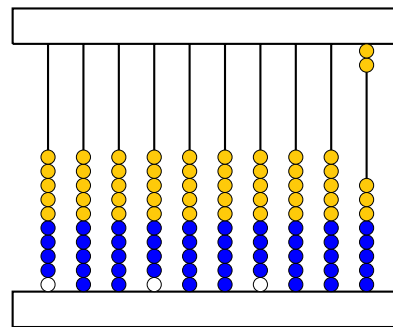


256

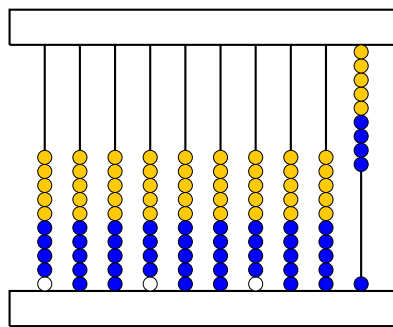
Suivant le niveau de la classe, l'enseignant peut également utiliser les fiches 29 et 30 aux pages 121 et 122 qui comportent aussi des nombres de quatre chiffres.



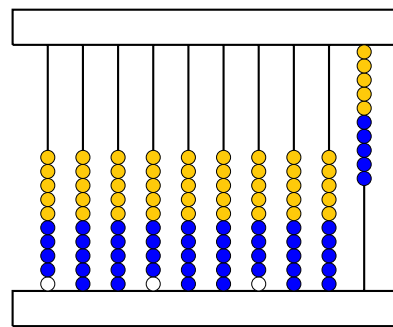
1



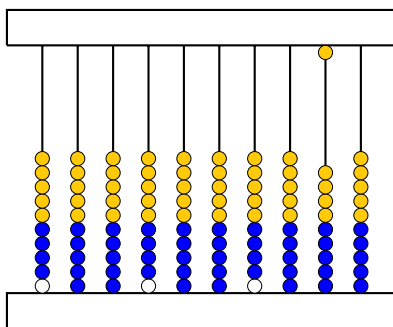
2



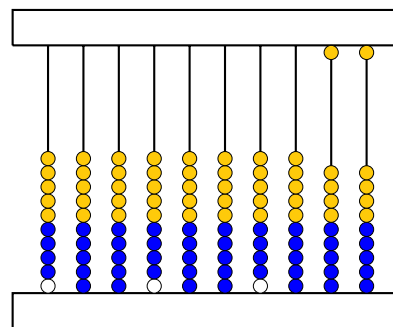
9



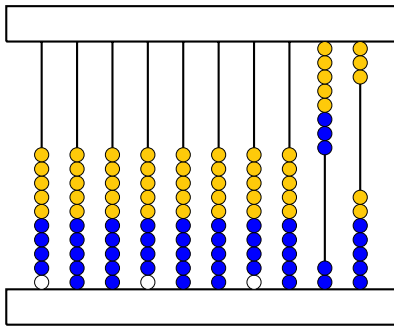
10



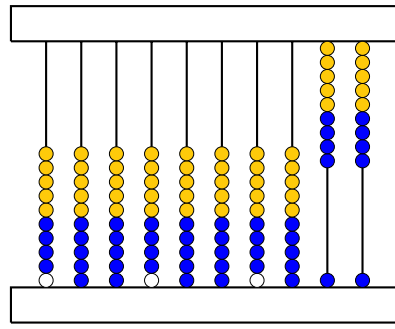
10



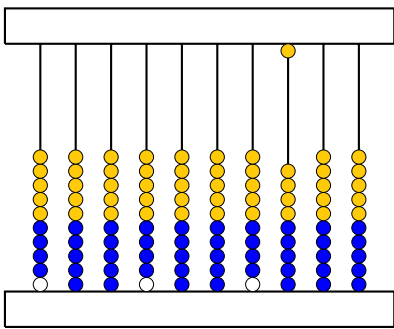
11



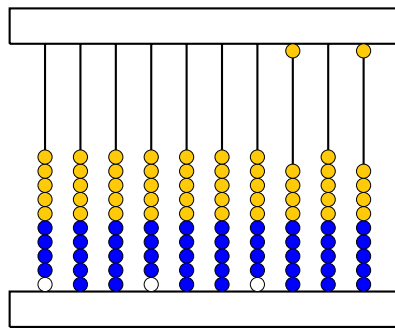
83



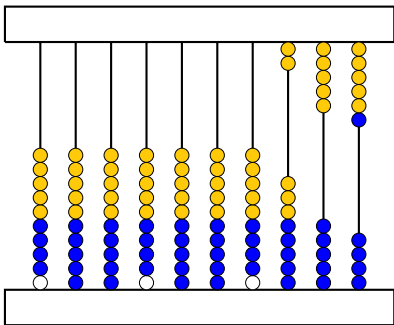
99



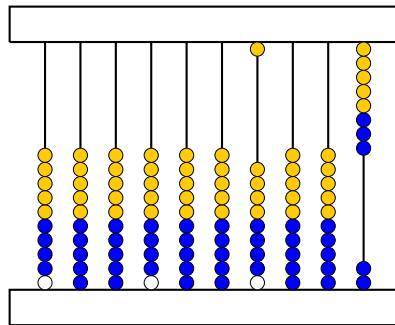
100



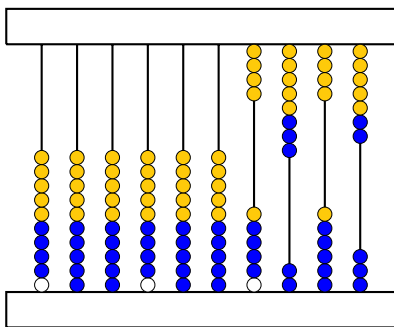
101



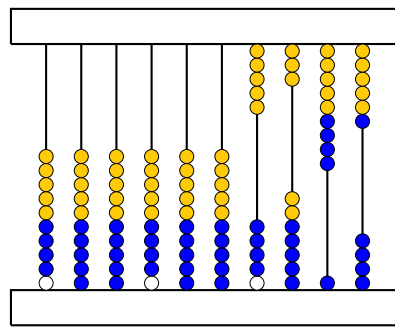
256



1 008



4 847



5 396

Suite à ces observations, les élèves arrivent à la conclusion que chaque boule située sur la tige la plus à droite vaut une unité, celles de la tige suivante correspondent chacune à une dizaine et ainsi de suite.

Le nombre 10 est représenté des deux manières possibles. On en profite alors pour bien expliquer aux élèves le passage d'une configuration à l'autre.

L'enseignant propose ensuite des nombres adaptés au niveau de sa classe. Les élèves doivent placer ces nombres sur leur boulier. Les exemples sont suffisamment nombreux pour qu'ils s'habituent à la manipulation de l'instrument.

Ensuite, ils reçoivent une fiche sur laquelle divers nombres sont représentés sur des bouliers. Ils inscrivent la valeur de ces nombres en dessous des bouliers. La fiche 31 à la page 123, qui comporte des bouliers sans boules, permettra à l'enseignant de réaliser lui-même des fiches de travail en fonction du niveau de sa classe.

2.4 Effectuer des opérations

Lorsqu'une maîtrise suffisante de la représentation des nombres sur un boulier est acquise, l'enseignant aborde les additions et, dans un second temps, les soustractions.

Comment s'y prendre ?

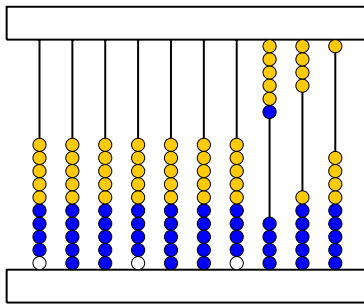
L'usage traditionnel du boulier veut qu'on commence à effectuer les opérations à partir de la gauche et non de la droite comme dans le calcul écrit. Ici, nous effectuons les opérations à partir de la droite, puisque le recours au boulier se fait dans un but pédagogique et qu'il n'y a donc pas lieu de perturber les habitudes des enfants. Les nombres proposés sont purement indicatifs, les enseignants choisiront des opérations qui correspondent au niveau de leur classe.

Effectue les opérations proposées.

Addition

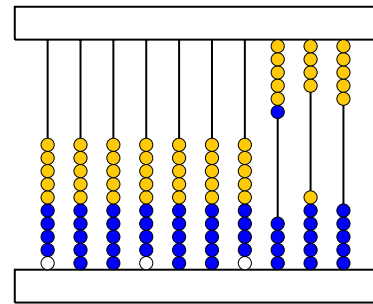
L'activité débute par des additions dont le deuxième terme comporte un seul chiffre. Les opérations ne nécessitent aucun passage de rang. Les élèves réalisent les calculs individuellement et expliquent les mouvements qu'ils ont effectués sur le boulier : d'abord, placer le premier nombre sur le boulier, puis, déplacer vers le haut le nombre de boules correspondant au deuxième nombre. Ainsi, pour additionner 6 à 82, on place d'abord le nombre 82, puis, on déplace 6 billes de la colonne des unités vers le haut, ce qui donne 88.

Lorsque le mécanisme est bien en place, on propose des additions dont les termes comportent tous plusieurs chiffres – toujours sans passage de rang. Ici aussi, les élèves réalisent les mouvements individuellement, puis, expliquent la méthode utilisée, qui ne diffère pas de celle des calculs précédents. Additionnons 234 à 641.



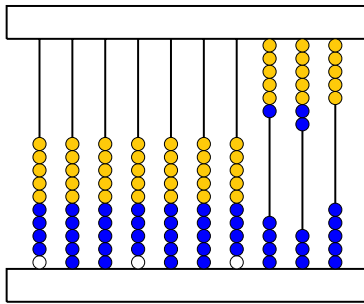
641

Les élèves placent d'abord 641 sur le boulier.



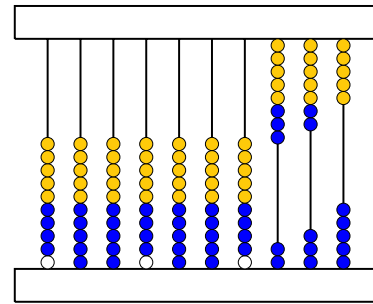
645

Ensuite, ils déplacent 4 boules de la colonne des unités vers le haut.



675

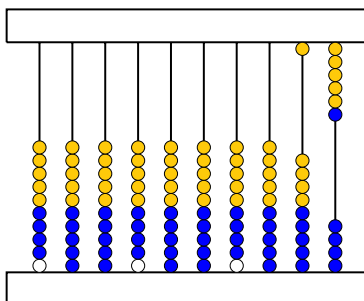
Puis, 3 boules de la colonne des dizaines.



875

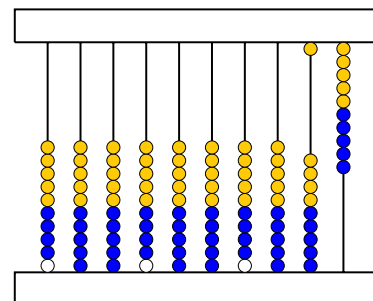
Enfin, 2 boules de la colonne des centaines.

Il reste à poursuivre l'apprentissage en proposant des additions comportant un passage de rang. Les élèves essaient de réaliser seuls une opération qui leur est proposée : d'abord, sur des nombres assez petits pour bien fixer le mécanisme du passage, par exemple $16 + 8$. On analyse alors les manipulations réalisées pour effectuer ce calcul.



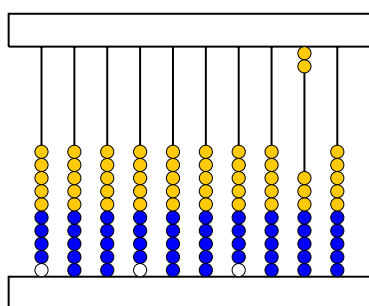
16

Comme précédemment, on place d'abord le premier nombre sur le boulier, en l'occurrence 16.



20

Ensuite, on commence par ajouter les 4 unités encore disponibles sur la tige des unités. Nous avons alors 1 dizaine et 10 unités.



20

Il reste encore 4 unités à ajouter. On transforme alors les dix unités en une dizaine. Nous avons donc 2 dizaines.

Nous avons décrit une manière de procéder sur le boulier. Toutefois, il convient de ne pas brider l'imagination des élèves qui choisiraient une autre méthode correcte en utilisant des techniques efficaces de calcul mental telles que celles indiquées ci-dessous.

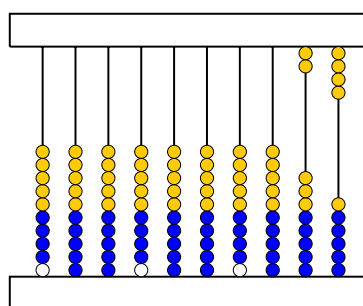
Pour effectuer $28 + 5$, nous pouvons réaliser

$$28 + 2 + 3,$$

$$28 + 10 - 5,$$

ou encore

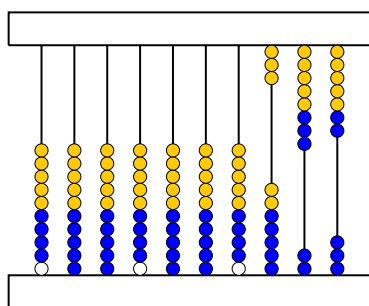
$$20 + (8 + 5).$$



24

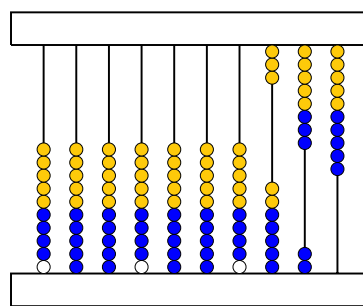
On dispose à nouveau de toutes les boules unités et on peut ajouter les 4 unités, ce qui donne 24.

On poursuit ces manipulations jusqu'à l'acquisition de la « technique » du passage de rang, les termes de l'addition pouvant, bien entendu, devenir de plus en plus grands. On aborde ensuite des opérations qui nécessitent plusieurs passages de rang, en appliquant la même méthode de travail. Voici une façon d'effectuer l'opération $387 + 274$.



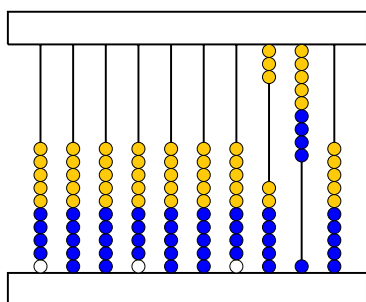
387

Les élèves placent d'abord 387 sur le boulier.



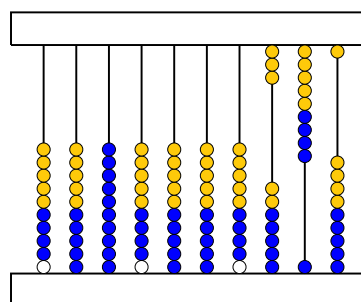
390

Ensuite, ils déplacent 3 boules de la colonne des unités vers le haut.



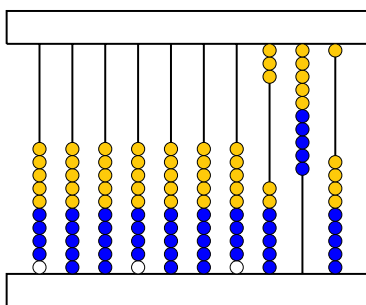
390

Ils transforment les 10 unités en une dizaine.



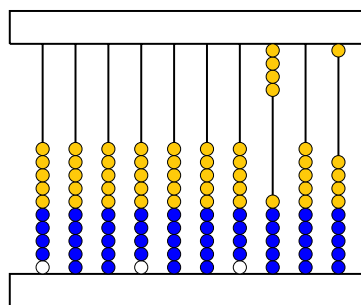
391

Ils ajoutent l'unité qu'il reste à ajouter.



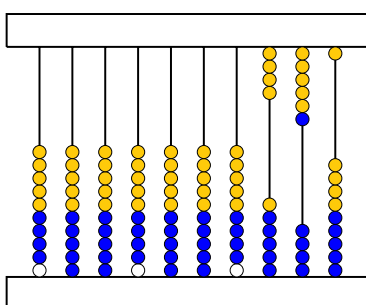
401

Ils ajoutent ensuite 1 boule dans la colonne des dizaines.



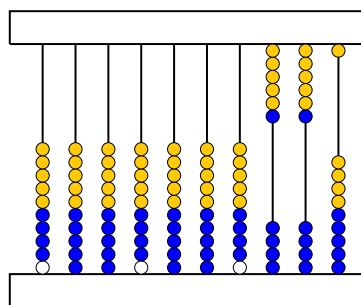
401

Ils transforment les 10 dizaines en une centaine.



461

Ils ajoutent les 6 dizaines qu'il reste à ajouter.



661

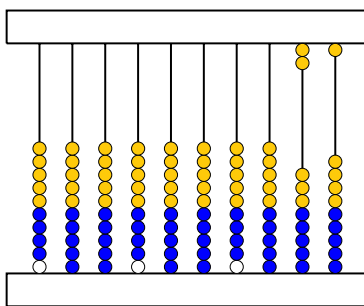
Enfin, ils ajoutent les 2 centaines qu'il reste à comptabiliser et obtiennent 661.

Les élèves réaliseront suffisamment d'exercices pour acquérir une certaine maîtrise du passage de rang et aborderont ensuite la soustraction.

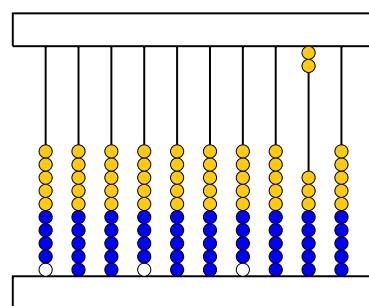
Soustraction

On va d’abord opérer une soustraction d’un nombre d’un seul chiffre qui n’occasionne pas de changement de rang. On procède d’une manière analogue à celle utilisée pour l’addition : résolution individuelle par les élèves, explication des mouvements effectués sur le boulier. Ainsi, pour soustraire 4 de 67, ils placent d’abord le nombre 67 sur le boulier ; puis, ils déplacent 4 billes de la colonne des unités vers le bas, ce qui donne 63. Par la suite, on propose des soustractions dont les termes comportent plusieurs chiffres, mais toujours sans changement de rang. Le mécanisme de déplacement des boules lors des soustractions devrait s’acquérir assez rapidement puisque la seule variante par rapport aux additions est le sens du déplacement.

Ensuite, les soustractions proposées comportent un passage de rang. Les élèves essaient d’effectuer seuls une première opération sur des nombres assez petits, par exemple $21 - 5$. Ensuite, on analyse les manipulations réalisées.



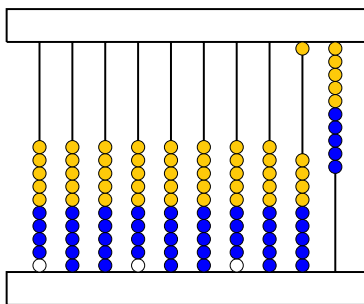
21



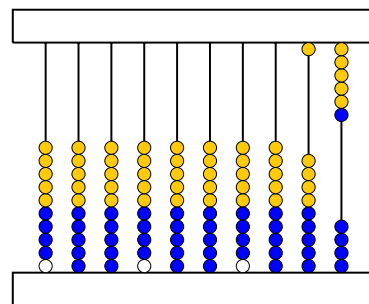
20

On place d’abord le premier nombre sur le boulier, en l’occurrence 21.

On commence par retirer 1. Il reste alors 2 dizaines. Mais il faut encore retirer 4 unités.



20



16

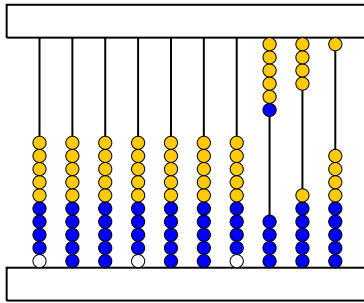
Pour y parvenir, on transforme une dizaine en 10 unités ; nous avons donc 1 dizaine et 10 unités.

Cela permet alors de retirer les 4 unités qu’il reste à enlever, ce qui donne 16.

Comme ce fut le cas pour l’addition, plusieurs procédés peuvent être employés.

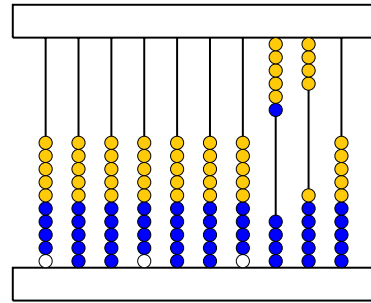
Ainsi pour effectuer $21 - 5$, nous pouvons effectuer $21 - 1 - 4$,
 mais aussi $21 - 10 + 5$.

Des opérations de ce type sont réalisées jusqu'à l'acquisition du passage de rang, avec des termes qui peuvent bien entendu être choisis de plus en plus grands. Ensuite, les opérations qui demandent plusieurs passages de rang sont abordées en appliquant la même méthode de travail. Voici un moyen d'effectuer l'opération $641 - 256$.



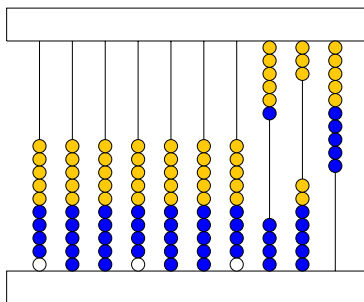
641

Les élèves placent d'abord 641 sur le boulier.



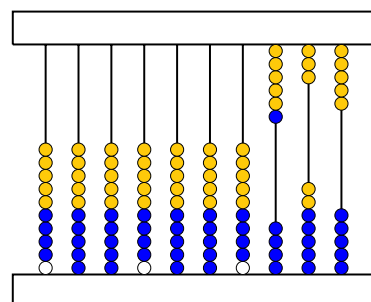
640

Ils enlèvent 1 boule de la colonne des unités. Il reste alors 5 unités à retirer.



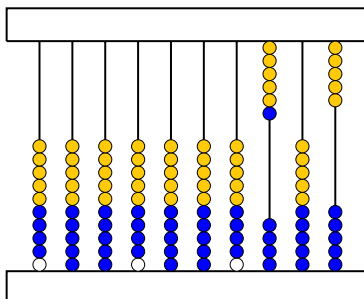
640

Pour y parvenir, les enfants transforment 1 dizaine en 10 unités. Il reste donc 6 centaines, 3 dizaines et 10 unités.



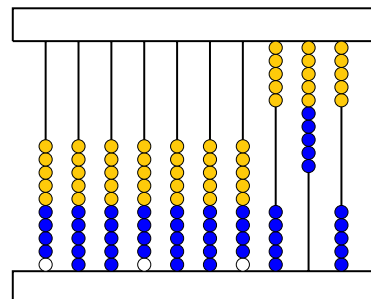
635

Ils enlèvent alors les 5 unités restant à retirer, ce qui donne 635.



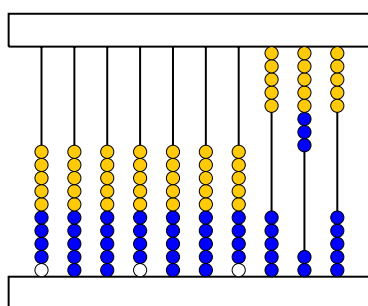
605

Ils retirent ensuite 3 boules dans la colonne des dizaines, ce qui donne 605. Il reste encore 2 dizaines à enlever.



605

Pour cela, ils transforment une centaine en 10 dizaines ; il reste donc 5 centaines, 10 dizaines et 5 unités.



585

Ils retirent les 2 dizaines qu'il leur reste à enlever et obtiennent donc 585.

Ici aussi, les élèves effectueront suffisamment d'exercices jusqu'à la maîtrise du passage de rang dans les soustractions sur le boulier.

Les activités sur le boulier permettent de visualiser les différents états successifs au cours d'une opération, d'en suivre pas à pas le cheminement et d'en comprendre le mécanisme. Ces caractéristiques méthodologiques plaident pour un recours au boulier comme soutien lors des opérations dans l'abaque ou lors de remédiations avec des élèves en difficulté.

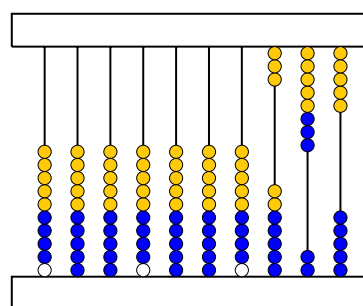
Échos des classes

Les activités sur les bouliers ont été expérimentées dans des classes de quatrième primaire à raison de deux séances de deux heures. La première séance a été consacrée à la reconnaissance et la représentation des nombres ainsi qu'aux additions et soustractions sans changement de rang, la seconde aux additions et soustractions avec passage de rang.

La fabrication des bouliers s'est faite au cours de bricolage, préalablement à l'activité. Nous avons constaté qu'il était nécessaire que l'enseignant perce lui-même les trous dans la boîte, car cela est trop difficile pour les enfants. De même, une intervention de l'adulte est nécessaire lors du collage des piques à brochettes et du dessus de la boîte.

La reconnaissance des premiers nombres présentés s'est faite aisément puisqu'une boule correspond à une unité. Il est ensuite très important d'insister fortement sur les deux représentations du nombre dix pour bien ancrer chez les élèves la correspondance entre dix unités et une dizaine. C'est un moment essentiel de l'activité qui en conditionne la suite.

Les différentes opérations sans changement de rang ont été maîtrisées par les enfants. Il est à noter que certains élèves ont débuté leurs opérations en commençant par la gauche, ce qui est tout à fait correct. Lors des additions avec passage de rang, il a été indispensable d'effectuer de nombreux exercices en faisant s'exprimer chacun. Cette verbalisation a permis d'expliquer les différentes étapes nécessaires pour effectuer les opérations. Pour additionner huit à seize, la majorité des élèves a employé la technique $(16+4)+4$, mais quatre enfants ont utilisé la méthode



385

Enfin, ils retirent les 2 centaines, ce qui donne 385.

$(16 + 10) - 2$. Au cours du travail sur les additions, ils sont amenés à transformer dix unités en une dizaine. Cette substitution s'est avérée plus facile que la transformation d'une dizaine en dix unités nécessaire lors des soustractions. Une verbalisation des différentes actions réalisées dans ce dernier cas a été essentielle et a permis aux élèves de réinvestir la méthode employée lors des additions. Avant de passer au travail avec des nombres plus grands, il est indispensable que la technique de passage de rang soit bien acquise.

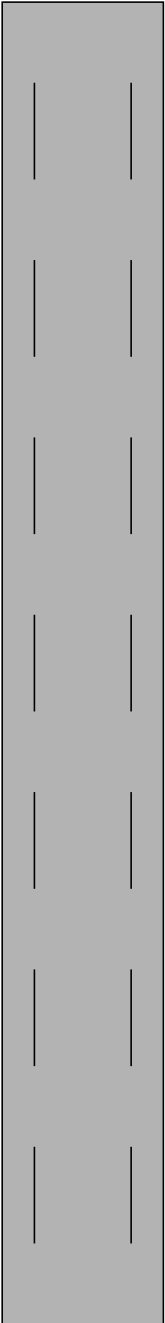
Les enseignants qui ont participé aux expérimentations continuent à utiliser les bouliers dans leurs classes et trouvent que ce matériel permet de structurer le travail des élèves.

Vers où cela va-t-il ?

Ce travail sur les compteurs et les bouliers mène vers les activités traditionnelles dans l'abaque et vers la réalisation des opérations de calcul mental.

Annexe I

Fiches à photocopier



0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

2
3
4
5
6
7
8
9
0
1

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

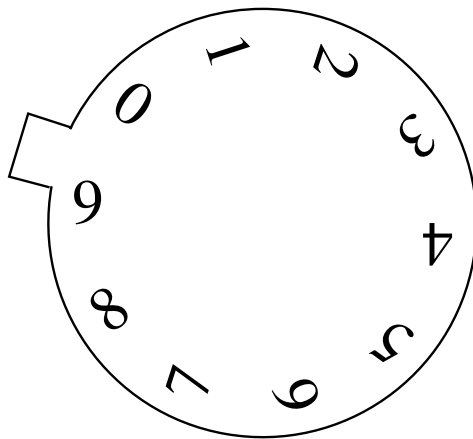
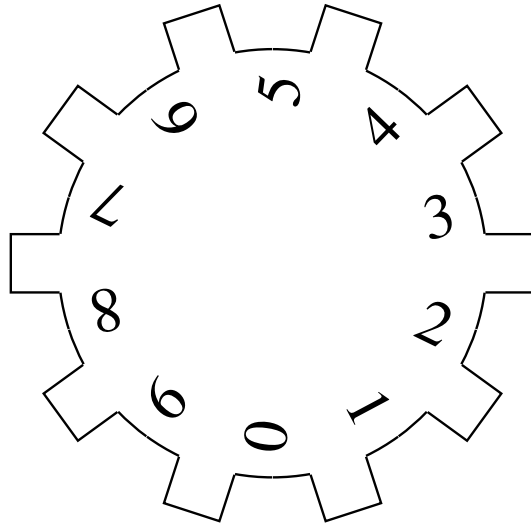
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

0
1
2
3
4
5
7
8
9

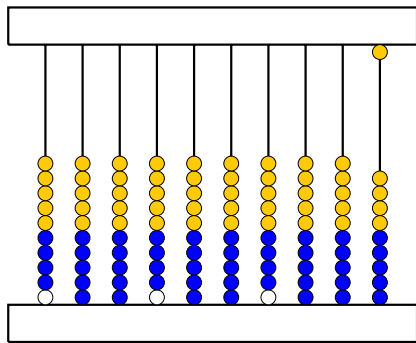
0
1
2
4
5
6
7
8
9

0
1
2
4
3
5
6
7
8
9

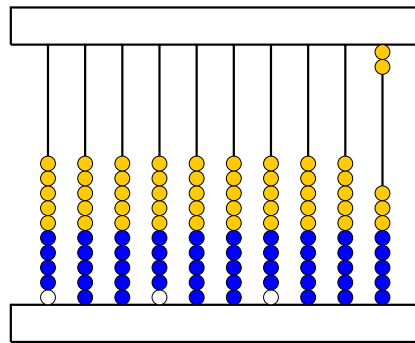
1
2
3
4
5
6
7
8
9



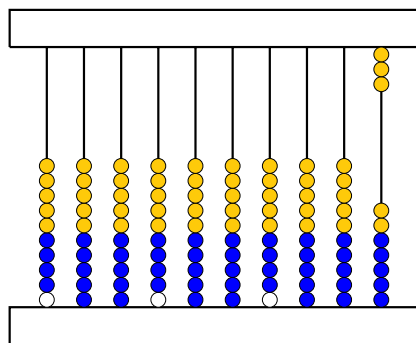
Observe bien les bouliers qui sont dessinés sur cette feuille. Quelle est la valeur des boules de la première tige (à droite), de la deuxième tige ?



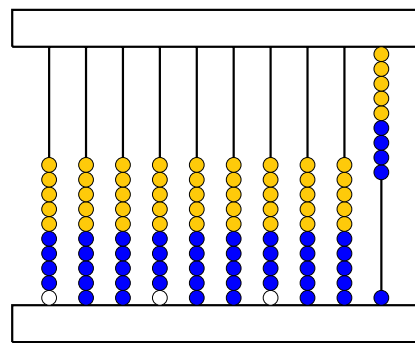
1



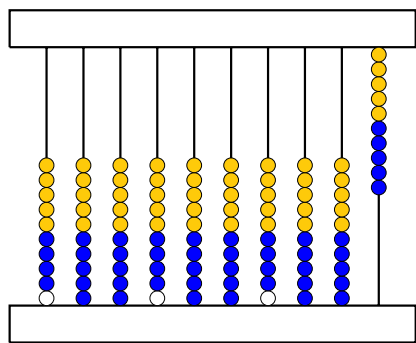
2



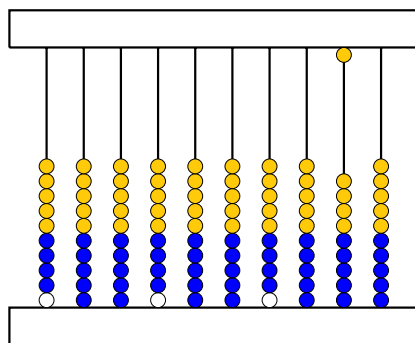
3



9

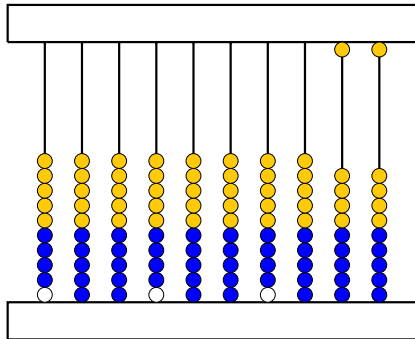


10

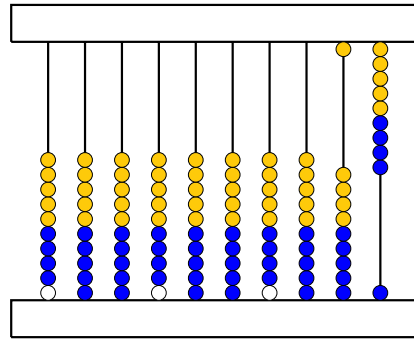


10

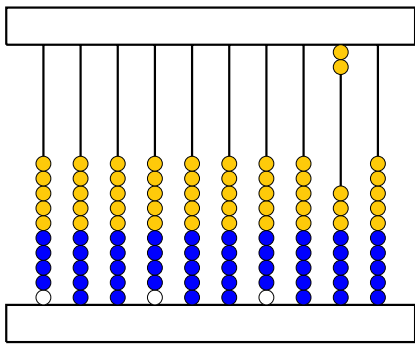
Quelle est la valeur des boules de la première tige (à droite), de la deuxième tige, ... ?



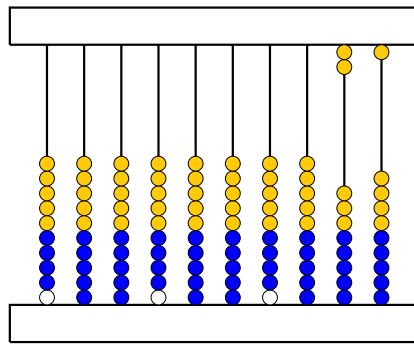
11



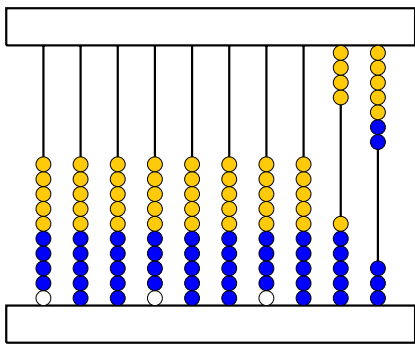
19



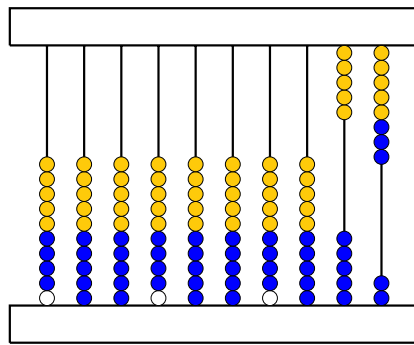
20



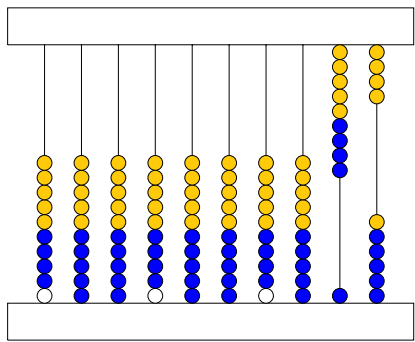
21



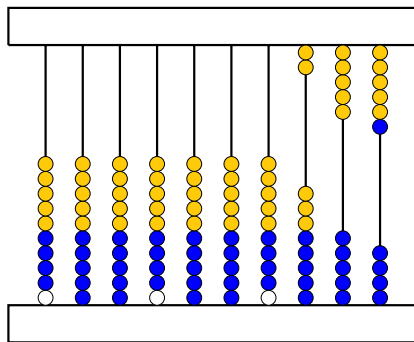
47



58

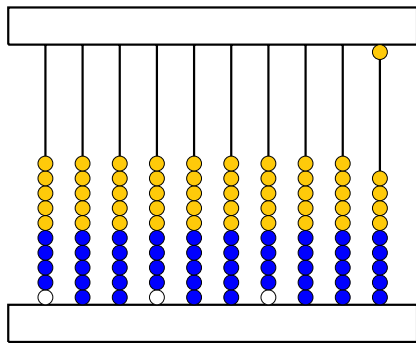


94

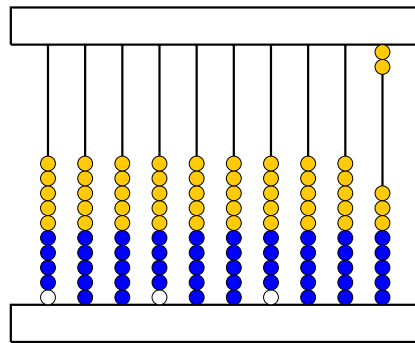


256

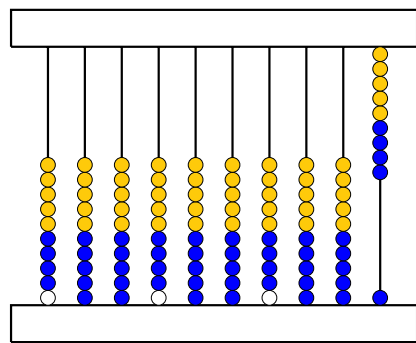
Observe bien les bouliers qui sont dessinés sur cette feuille. Quelle est la valeur des boules de la première tige (à droite), de la deuxième tige ?



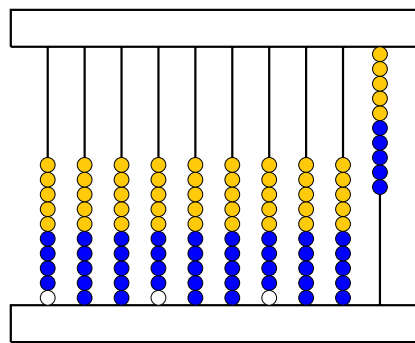
1



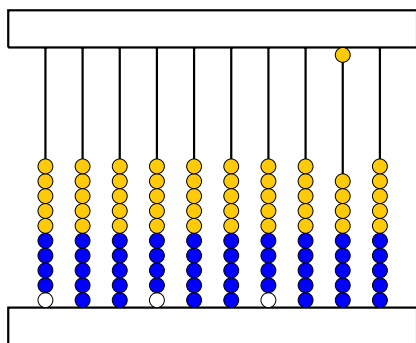
2



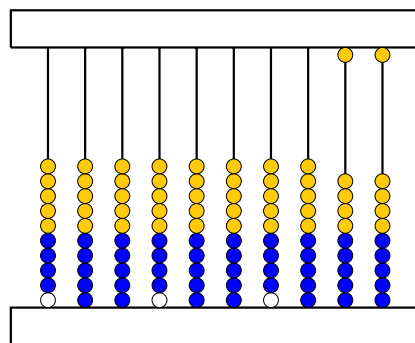
9



10

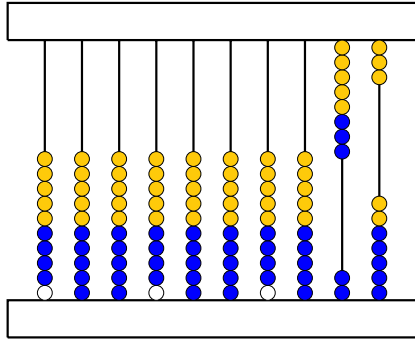


10

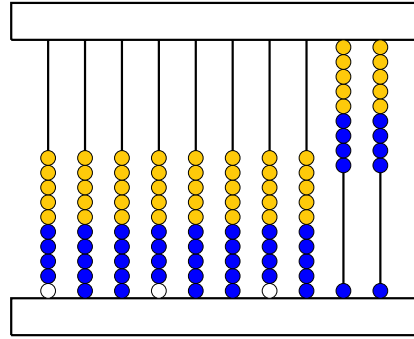


11

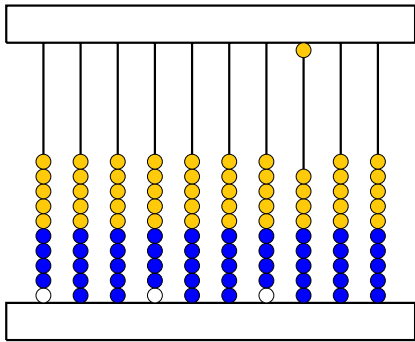
Quelle est la valeur des boules de la première tige (à droite), de la deuxième tige, ... ?



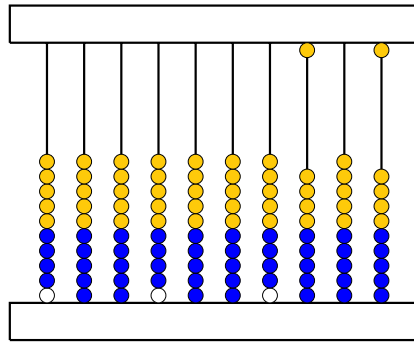
83



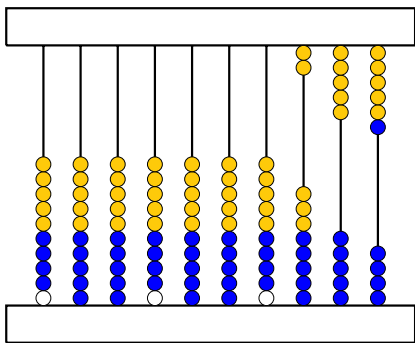
99



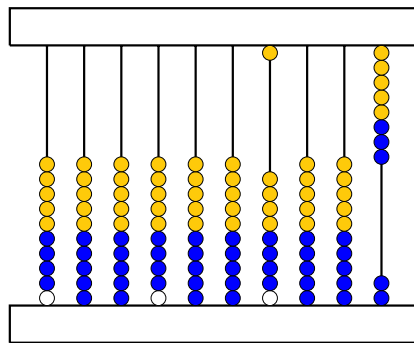
100



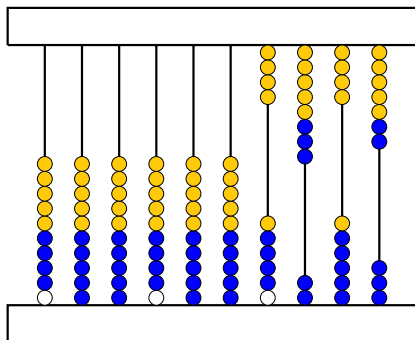
101



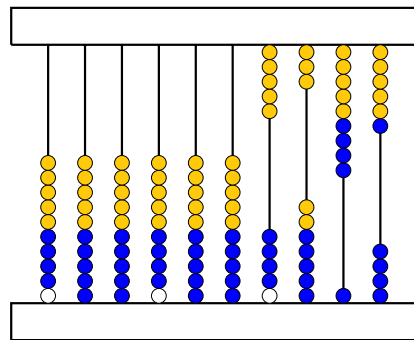
256



1 008



4 847



5 396

Quels nombres sont représentés ? Indique la valeur sous chacun des bouliers.

