

Communauté française de Belgique

*Ministère de la Communauté française
Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique*

**PERSPECTIVES
POUR L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE**

**Centre de Recherche
sur l'Enseignement des Mathématiques a.s.b.l.**

Article publié dans
Le Point sur la Recherche en Education
N° 1
Octobre 1996

et diffusé sur
<http://www.agers.cfwb.be/pedag/recheduc/point.asp>

Service général des Affaires générales, de la Recherche en éducation et du Pilotage
interréseaux
9-13, rue Belliard 1040 Bruxelles
Tél. +32 (2) 213 59 11
Fax +32 (2) 213 59 91

Depuis le 1^{er} novembre 1995, le CREM (Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) poursuit une recherche sur l'enseignement de la géométrie, dans le cadre d'une convention passée avec la Direction Générale de l'Organisation des Études. Les objectifs de cette recherche, prévue pour une durée de trois ans, ainsi que les premiers mois de son déroulement sont résumés dans l'article qui suit.

Objectifs de la recherche.

Ces dernières décennies ont vu plusieurs bouleversements dans l'enseignement de la géométrie. Traditionnellement, la géométrie était enseignée suivant le modèle d'Euclide. Au centre de cette géométrie, on trouvait l'étude des figures. La révolution des « mathématiques modernes » devait éliminer cette approche pour introduire dans l'enseignement ce que quelques centaines d'années de recherche en mathématiques avaient produit de meilleur. C'est ainsi que les grandeurs disparurent de l'enseignement au profit de la théorie (naïve) des ensembles comme base des mathématiques. En géométrie les figures cédèrent la place aux transformations du plan, aux espaces vectoriels et au début de l'algèbre linéaire.

Suite à l'échec de cette réforme, d'autres idées ont vu le jour pour l'enseignement des mathématiques et en particulier de la géométrie. Notamment celle de construire une géométrie des figures et des transformations s'articulant aux nombres et à l'algèbre. Il ne s'agit plus ici de partir d'une démarche axiomatique bien précise comme dans la géométrie « à la Euclide », ni de disposer le plus rapidement possible de structures abstraites. Il s'agit bien de construire petit à petit des concepts sur le chantier des activités des élèves. Ceci rejoint une autre idée centrale développée ces dernières années: les situations-problèmes sont des outils de travail recommandés de plus en plus à travers le monde entier pour l'apprentissage des mathématiques.

Cette nouvelle situation pose des difficultés qui n'ont pas encore trouvé de réponses définitives aujourd'hui. S'il n'y a plus de fil axiomatique qui guide l'enseignement de la géométrie, quelle peut en être la cohérence, le fil conducteur? Comment assurer une telle cohérence à travers toute la *scolarité obligatoire* ? Comment, enfin, intégrer ces idées et problématiques dans les formations initiale et continuée pour donner aux enseignants de réels outils pour aborder l'enseignement de la géométrie dans ce contexte mouvant ?

Sans avoir la prétention de vouloir résoudre l'ensemble de ces questions, la recherche en cours au CREM a comme objectif d'y apporter quelques éléments de réponse concrets.

Axes de la recherche.

Les premiers mois de la recherche se sont poursuivis autour de plusieurs axes. Le premier d'entre eux est une **recherche bibliographique**. Nous nous bornerons ici à en évoquer la nécessaire diversité. D'ouvrages généraux traitant des fondements des diverses démarches de la géométrie, à des ouvrages axés directement sur son enseignement, elle vise principalement à ouvrir le champ des perspectives des chercheurs du CREM. Une deuxième préoccupation est celle d'une **étude épistémologique approfondie sur les débuts de la géométrie**. Une première ébauche a permis de mettre en évidence la notion de « structure géométrique visuelle»¹, qui sera présentée brièvement ci-dessous.

Une **expérimentation dans des classes** est actuellement en préparation. Nous l'évoquerons pour terminer cet article.

Un dernier domaine de recherche concerne **l'usage des outils informatiques dans l'enseignement de la géométrie**. Dans une phase initiale, le CREM rassemble un maximum de matériaux, préparant ainsi une étude critique et constructive à ce propos.

Les structures géométriques visuelles.

On peut aborder l'idée de structure géométrique visuelle en considérant le fait que des objets géométriques simples - et nous avons remarqué qu'il s'agit assez souvent de figures possédant des symétries fortes - permettent d'éclairer des phénomènes géométriques plus difficiles. Des objets géométriques qui sont (devenus) simples peuvent ainsi donner accès à de nouveaux phénomènes.

Certaines figures géométriques font partie de l'environnement familier des enfants (par ex. le rectangle), d'autres (parfois les mêmes) sont appelées à jouer un rôle important dans le développement de certains concepts mathématiques à plus long terme (par ex. le parallélogramme en relation avec le concept de vecteur). Une structure géométrique visuelle sera choisie non pas tant en fonction de sa familiarité naturelle, même si celle-ci doit être prise en compte, mais en fonction de sa portée pour l'étude de la géométrie, à court ou à long terme suivant le cas.

Ce qui permet l'utilisation de figures pour développer la pensée géométrique, ce sont les propriétés que possèdent ces figures. Un deuxième critère de choix d'une structure géométrique visuelle consistera donc dans la richesse des propriétés révélées par la figure.

¹ Cette notion a été proposée par D. Van Hiele en 1957 dans sa thèse de doctorat, *De didaktiek van de meetkunde in de eerste klas van het V. H. M. O.*, à l'université d'Utrecht

Chaque figure géométrique possède un ensemble de propriétés. Certaines d'entre elles suffisent à déterminer entièrement la figure. Regardons la Figure 1.

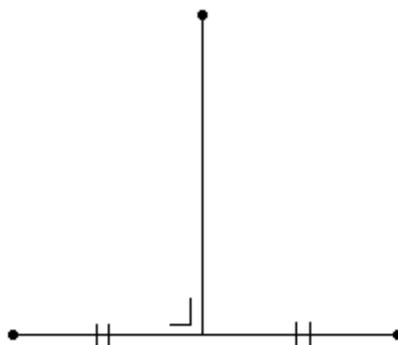


Fig. 1

Sa configuration évoque immédiatement un triangle isocèle. Ce triangle n'est pas encore entièrement dessiné, mais il est déterminé. Si l'on a un côté du triangle, il suffit de dessiner la perpendiculaire au milieu de ce côté et de choisir le troisième sommet du triangle sur cette perpendiculaire pour que ce triangle soit isocèle. Pour la classe des triangles isocèles, la condition « avoir le troisième sommet sur la médiatrice des deux premiers sommets » est donc une condition déterminante. D'autres conditions déterminantes sont évidemment : « avoir deux côtés de même longueur » ou « avoir deux angles de même amplitude ».

L'utilisation des structures géométriques visuelles se base sur ces conditions déterminantes. Si l'on observe que telle figure possède une propriété qui est condition déterminante d'une structure géométrique visuelle, on dispose alors de l'ensemble de toutes les propriétés de cette structure. Ces propriétés ne sont pas hiérarchisées ici en définition et propriétés.

Remarquons enfin qu'il n'y a pas de succession linéaire de structures géométriques visuelles qui viendraient se juxtaposer les unes derrière les autres, mais plutôt un réseau dynamique de telles structures. Un même problème pourra d'ailleurs être résolu avec des structures géométriques visuelles distinctes suivant les personnes.

Projet d'expérimentation.

La première expérimentation sera faite dans des classes du premier degré du secondaire. Elle aura comme objectif d'aider les chercheurs du CREM à évaluer la pertinence de certaines démarches dans l'apprentissage de la géométrie, et plus particulièrement celles qui intègrent une utilisation de structures géométriques visuelles.

L'expérimentation projetée ne consiste pas en une étude statistique des résultats obtenus en appliquant telle ou telle méthode d'enseignement ou en organisant la matière de telle ou telle manière. Pour affiner et apprécier la pertinence et l'efficacité pédagogique de concepts tels que celui de structure géométrique visuelle, les chercheurs du CREM souhaitent pouvoir observer la pensée « géométrisante » d'élèves mis en situation de travail et de recherche. Il s'agit de tester la pertinence de ce concept au moment où les enfants sont à la charnière entre les enseignements primaire et secondaire. Les enfants sont familiarisés avec des phénomènes géométriques. Ils sont confrontés maintenant à l'organisation de ces phénomènes, de même qu'à de nouveaux phénomènes, sans doute plus abstraits et plus complexes. Pour vérifier si les structures géométriques visuelles peuvent être un moyen utile pour organiser des phénomènes géométriques, et en même temps pour le développement de la pensée discursive, nous voulons mettre des élèves dans des situations propices à l'exploration et l'utilisation de telles structures.

Un dernier apport de cette expérimentation - et sans doute n'en est-il pas le moins important - est la collaboration avec les enseignants chez qui elle se déroulera. Travailler avec eux, cerner leurs enthousiasmes ou leurs difficultés est aussi un élément important pour apprécier la pertinence d'une démarche d'enseignement.

Perspectives pour l'année en cours.

Les différents travaux en cours se poursuivront avec un élargissement vers les enseignements primaire et secondaire supérieur.

