Appendice :
Du pareil au même ? Pas vraiment !

Vaut-il mieux dire *égal*, ou *isométrique*, ou *congruent*, ou *superposable* ...ou quoi encore ? La notion qu'évoquent tous ces termes est à l'origine même de la géométrie, et donc elle est fondamentale. Elle ne pose guère de problèmes dans le quotidien, où le contexte suffit dans la plupart des cas à prévenir les ambiguïtés.

Il n'en va pas de même en géométrie, comme en témoignent les controverses sur le choix du terme le plus approprié. C'est qu'en géométrie le contexte est plus pauvre, et l'univocité de l'expression s'appuie plus sur la logique que sur le contexte.

Le glossaire qui suit devrait servir à ceux qui, ayant pour mission d'enseigner la géométrie à partir du quotidien, cherchent à argumenter leurs choix[1].

Congruent. – 1. A l'avantage (et le désavantage) d'être un terme d'origine savante. L'avantage parce qu'on lui a donné le sens qu'on a voulu et qu'il ne renvoie à rien d'autre, le désavantage parce que c'est un mot de plus à apprendre.

2. Il n'y a plus grand monde aujourd'hui qui sait ce qu'il veut dire. Donc on peut le redéfinir à l'intention des débutants : deux figures seront dites *congruentes* si on peut les amener à coïncider parfaitement, fut-ce en pensée, et surtout fut-ce après transformation par un miroir.

De même mesure ou, en particularisant pour les segments : de même longueur, et pour les angles : de même amplitude.

1. La première objection est la même que pour *isométrique* (voir ci-dessous) : ces expressions supposent la mesure et par conséquent les nombres réels.
2. Par ailleurs, elles ne s'étendent pas à la plupart des objets qui ne sont ni des segments, ni des angles. Par exemple, deux polygones de même aire ne sont pas forcément isométriques (deux carrés oui), deux solides de même volume ne sont pas nécessairement isométriques (deux sphères ou deux cubes oui).
3. Or on aimerait conserver un terme *unique*, qui montre bien le fond des choses. Par exemple, des deux énoncés suivants, le second est plus parlant :

   (a) *Si un angle d'un triangle est de même amplitude qu'un angle d'un autre, et si les côtés adjacents à cet angle sont respectivement de même longueur que les côtés adjacents à l'autre, les deux triangles sont isométriques.*

   (b) *Si un angle d'un triangle est congruent à une angle d'un autre et si les côtés adjacents à cet angle sont respectivement congruents aux côtés adjacents à l'autre, les deux triangles sont congruents.*

   Dans le premier énoncé, deux propriétés de parties de triangle sont évoquées par deux mots différents, et la propriété des deux triangles complets est évoquée encore par un autre mot. Dans le second énoncé par contre, un seul mot est utilisé : la congruence des deux triangles

[1] Toutes les définitions apparaissant ci-dessous entre guillemets sont tirées du Robert [1967].

complets découle de la congruence de certaines parties, ce qui exprime assez bien le fond de l'affaire.

ÉGAL. – 1. « Qui est de même quantité, dimension, nature, qualité ou valeur. »
2. « Qui est toujours le même, qui ne varie pas. »

IDENTIQUE. – 1. « Se dit d'objets ou d'êtres parfaitement semblables, tout en restant distincts. »
2. « Qui est unique, quoique perçu, conçu ou nommé de manière différente. »
3. « Qui reste le même individu en dépit des changements survenus. »

ISOMÉTRIQUE. – 1. Terme savant (même commentaire que pour congruent).
2. Étymologiquement, signifie *de même mesure* ou *de mêmes mesures*. Au sens mathématique (et au pluriel), se dit de deux objets tels que la distance entre deux points quelconques de l'un soit égale à la distance entre deux points « homologues » de l'autre.
3. Donc *isométrique* suppose connue la mesure des distances, et par conséquent les nombres réels. Or la mesure d'une distance (en ligne droite) est une notion qui se construit par report (isométrique…, congruent…) d'une unité de mesure (puis d'une sous-unité, etc.) La construction conceptuelle se mord ici la queue : pour définir *isométrique*, on a besoin de la distance, et pour définir la *distance* on a besoin d'objets isométriques.
4. À cette objection logique, on peut en ajouter une autre : pratiquement, la congruence des objets simples (baguettes, segments, polygones en papier) se vérifie par superposition, opération première par rapport à la mesure. Cette opération se pratique à l'école maternelle, pas la mesure. La superposition vient « génétiquement » avant la mesure (même si très tôt les enfants mesurent, et qui voudrait les en empêcher ?)

LE MÊME. – 1. « Marque l'identité absolue. »
2. « Marque la similitude. »
3. « Marque l'égalité. »

PAREIL. – « Semblable par l'aspect, la grandeur, la nature. »

SUPERPOSABLE. – 1. A l'avantage (et le désavantage, voir ci-dessous) d'être un terme familier.
2. Superposer deux figures découpées dans du papier ne fait guère problème, bien que l'une des deux vienne au-dessus de l'autre, ce qui est non pertinent en géométrie.
3. Mais cette connotation joue fort dans l'espace : superposer deux cubes n'a rien à voir avec les amener mentalement en coïncidence. Par ailleurs amener deux cubes matériels en coïncidence est impossible, vu l'impénétrabilité de la matière.
4. Qui plus est, il est impossible d'amener mentalement à coïncider deux solides congruents et d'orientations opposées, tout en les respectant. Pour réaliser cela, il faut mentalement démolir et recomposer l'un des deux objets.
5. Superposable se comprend sans peine lorsqu'il s'agit de deux objets distincts, mais moins bien s'il s'agit de deux parties d'un même objet, car alors, pour superposer les deux parties, il faut *démonter* l'objet. Ou alors remplacer la superposition par l'action transitive d'un troisième objet. Par exemple, pour superposer les deux côtés congruents d'un triangle isocèle, il faut démonter celui-ci.

CONCLUSION : sans doute le mieux est-il de choisir le terme le plus approprié au sujet dont on traite et aux interlocuteurs que l'on a. Dans cette étude, nous avons parfois changé de vocabulaire d'une partie à l'autre. Mais nous avons tâché d'expliquer ces divers choix.