

# INDEX

- ADRAIT, R., 214, 222  
ALBERTI, 232  
alignement, 138  
angle, 76, 89, 90, 102  
angle au centre, 105  
angle-côté-angle, 100  
angle inscrit, 106  
angles complémentaires, 157  
angles correspondants, 113  
angles des polygones réguliers, 117  
angles opposés par le sommet, 113  
ANNESLEY, 28, 29  
ANNO, M., 144  
arc de cercle intercepté par un angle, 105  
ARNAULD, 14, 58  
ARNHEIM, R., 19, 28  
ARTIN, E., 74, 75  
ASCHER, 12  
assemblages de cubes, 214  
assembler des triangles isocèles, 154, 200  
assembler des triangles isocèles rectangles, 202  
assembler des triangles quelconques, 188  
assembler des triangles rectangles, 153, 194  
assembler deux triangles, 149  
assembler plus de deux triangles, 159  
AUDIBERT, G., 215, 222  
avant et arrière, 286  
avant-arrière et les bras étendus, 293  
axe de symétrie, 154  
  
BACHMANN, F., 74  
BAIR, J., 245, 277  
BARNÉDA-KACZKA, C., 214  
BARON, L., 144  
BAUHAUS, 225  
BEATLEY, R., 75  
BERTÉ, A., 46  
BERTOTTO, A., 144  
birapport, 231  
BIRKHOFF, G.D., 75  
bissectrice, 89, 154  
bissectrice d'un triangle, 92  
BKOUCHE, R., 36, 42, 51  
  
BLOSSFELDT, K., 42  
bonhomme d'Ampère, 298  
BOREL, É., 42  
BOURSIN, D., 144  
BRAUDEL, 11  
BRIANCHON, 232  
BRUNELLESCHI, 232  
BUEKENHOUT, F., 6  
  
calque, 144  
carré, 45, 145  
centre de symétrie, 161  
cercle, 45, 86, 102  
cercle circonscrit, 92  
cercle inscrit, 92  
cercles tangents, 99  
cerf-volant, 164, 194  
CÉZANNE, 27  
changement de cap, 259  
changement de position, 262  
CHASLES, 232  
chaînes de Markov, 277  
CHEVALIER, A., 245  
CHOISY, 225  
CHOQUET, G., 72, 74, 75  
CLAIRAUT, A.-C., 14, 74, 207  
classe à deux paramètres, 47  
classe à un paramètre, 46, 47  
COMAR, P., 225  
combinaison linéaire, 265  
COMÉLIAU, M.-N., 245  
compréhension, 46  
condition d'équilibre, 270  
conditions déterminantes du parallélogramme,  
132, 152  
congruence, 16, 20  
congruent, 301  
conservation de la somme, 239, 241, 248, 252  
conservation des rapports internes, 239–241,  
248, 250, 252  
constance de la grandeur et de la forme, 18  
constructions aux instruments, 172  
coordonnées cartésiennes, 258

- coordonnées cylindriques, 258  
 coordonnées polaires, 258  
 coordonnées sphériques, 258  
 CORDARO, C., 245  
 corde commune à deux cercles, 98  
 corde interceptée par un angle, 105  
 corps pesants, 249  
 COSTE-ROY, 12  
 côté-angle-côté, 99  
 côté-côté-côté, 100  
 CREM, 146, 214, 245  
 cube, 214  
 CUISINIER, G., 235
- DANBLON, P., 6  
 DE BLOCK-DOCQ, Ch., 150  
 DE LIÈVRE, B., 143, 282  
 DE STIJL, 225  
 défi primitif, 246, 251  
 DEMAL, M., 5, 144, 245  
 déplacement d'un point, 269  
 DESARGUES, G., 232  
 DESCARTES, 14, 251  
 DESMARETS, A., 214  
 dessin, 214  
 diagonale, 199  
 diagonales du parallélogramme, 192  
 dicter un itinéraire, 259  
 DIEUDONNÉ, J., 75  
 droite à l'infini, 231  
 droite plongée dans l'espace, 284  
 DÜRER, A., 43, 232, 234
- égal, 76, 301, 302  
 égalité de rapports, 134  
 EINSTEIN, 251  
 ellipse, 214  
 emboîtement de familles de quadrilatères, 158  
 énantiomorphe, 284, 297  
 enroulement, 214  
 enseignement en spirale, 6  
 équilibre, 268  
 équilibre d'un corps solide, 269  
 ERMEL, 214, 245  
 ESCHER, 173  
 espace à quatre dimensions, 299  
 esthétique, 26  
 ÉTIENNE, N., 245  
 EUCLIDE, 12, 66, 74, 75, 232
- évidence, 71  
 existence d'un rapport externe, 240  
 expérience des trois montagnes, 219  
 extension, 46
- figures géométriques semblables, 246  
 flèche, 266  
 FLETCHER, T.J., 245, 277  
 FLOCON, A., 232  
 fonction linéaire, 239, 240, 253  
 force appliquée en un point, 268  
 formes libres à symétrie simple, 42  
 formes simples à forte symétrie, 45  
 formes simples à symétrie modérée, 46  
 FREUDENTHAL, H., 13, 17, 23, 35–37, 61, 76, 244, 303  
 frise, 144  
 fuyante, 221
- GALILÉE, 251  
 GARDNER, M., 282  
 gauche et droite, 287  
 GEM, 75, 245  
 géométrie descriptive, 218  
 géométrie naturelle, 71, 73  
 géométrie projective, 232  
 GERGONNE, 232  
 GILBERT, Th., 215, 235  
 GONSETH, 36  
 GOOSSENS, A., 245  
 GOOSSENS, C., 215  
 grandeur, 246  
 grandeurs de même nature, 246  
 grandeurs mesurées, 254  
 graphique en ligne droite, 240  
 GUILLAUME, P., 213
- HALMOS, R., 71  
 HAMEAU, C., 144  
 haut et bas, 285  
 hauteur, 154  
 HÉLAYEL, J., 144  
 HILBERT, D., 74, 75  
 HONCLAIRE, B., 245  
 HORTA, 29  
 HUNEMAN, PH., 25  
 HUSSERL, E., 11, 17, 25
- identiques, 76, 302  
 inégalité triangulaire, 56, 93

- intelligence des situations, 19  
 intelligence discursive, 19  
 intérieur d'un angle, 90  
 intersection de deux cercles, 95  
 IREM, 245  
 isométrique, 16, 301, 302  
  
 JULLEMIER, G., 144  
  
 KLEIN, 5  
 KLEIN, F., 232  
 KLINE, M., 76  
 KOFFKA, 21  
 KRYSINSKA, M., 215  
 KULICH, E., 25  
  
 LE BOULCH, J., 282  
 LEONARDO DA VINCI, 232  
 les mêmes, 76, 302  
 linéarité, 211, 239  
 LISSITZKY, 225  
 losange, 84, 85, 145, 148, 201  
 LURÇAT, L., 282  
  
 MACH, E., 15, 20–23, 26, 27, 42–44  
 maquette, 214  
 MARTZLOFF, 12  
 MASY, H., 245  
 mathématiques modernes, 5  
 matrice, 276  
 MAWHIN, J., 277  
 MAXWELL, E.A., 245, 277  
 médiane, 154, 199  
 médianes du parallélogramme, 192  
 médiatrice, 80, 154  
 médiatrice d'un triangle, 91  
 MERLEAU-PONTY, M., 15, 17–19, 21, 22, 26,  
     33  
 mesure, 246, 253  
 MICHEL, F., 227  
 MINET, M.-N., 245  
 miroir, 144  
 MÖBIUS, 232  
 MOINIL, D., 215  
 moment de forces, 270  
 MONDRIAN, 27  
 MONGE, 218  
 MONNET, 27  
 MOZART, 27, 29  
 MÜLLER, G.N., 144  
  
 NINIO, J., 20, 41  
 NOËL, G., 228, 245  
 nombres positifs, 246  
 normalisation, 209  
  
 objet, 262  
 objet mental, 22  
 objets géométriques complexes, 48  
 objets mal ou incomplètement perçus, 208  
 objets trop grands, 207  
 objets trop petits, 207  
 obliques, 77  
 ombre portée, 214  
 ombre propre, 214  
 opérateur additif, 262  
 opérateur multiplicatif, 262  
 opération intellectuelle, 20, 21  
 opération mécanique, 20  
 orientable, 289  
 orientation, 282  
 orienté à droite, 298  
 orienter l'espace, 296  
 orienter la droite, 260  
 orienter les droites, 283  
 orienter les plans, 289  
 origine, 260  
  
 paliers de rigueur, 76  
 papier pointé, 214  
 papiers peints, 172  
 PAPY, G., 72  
 parabole, 46, 49  
 parallèle, 127, 182, 184, 186  
 parallélogramme, 47, 48, 129, 130, 145, 150,  
     190, 192  
 parallélogramme des forces, 268  
 pareil, 302  
 PARMÉNIDE, 31, 41  
 PARSZYK, B., 215  
 PASCAL, B., 14, 232  
 pavage, 117, 160  
 paver avec des quadrilatères, 167  
 perception, 17, 31, 212  
 perpendiculaire, 77, 182, 184  
 perspective axonométrique, 222  
 perspective cavalière, 221, 226  
 perspective centrale, 229, 233  
 perspective isométrique, 222  
 perspective parallèle, 221, 222

- petites oscillations, 277  
 PIAGET, J., 12, 219  
 PICASSO, P., 28  
 PIERO DELLA FRANCESCA, 232  
 plan coté, 214  
 plan de symétrie du corps humain, 294  
 plan plongé dans l'espace, 291  
 plans frontaux, 295  
 pliage, 144, 214  
 PLÜCKER, 232  
 plus courte distance, 215  
 POINCARÉ, H., 53, 59  
 point à l'infini, 231  
 point de fuite principal, 230  
 pointe de flèche, 164  
 polyèdre, 215  
 PONCELET, 232  
 position, 257  
 position privilégiée, 18  
 POURBAIX, F., 245  
 prélogique, 18, 19  
 programmation linéaire, 277  
 programme d'Erlangen, 5  
 projection centrale, 230  
 projection cotée, 217  
 projection orthogonale, 216, 218, 219  
 psychomotricité, 143  
 puzzle, 144  
 Pythagoriciens, 141  
  
 quadrilatère inscrit, 109  
  
 rapport, 249, 264  
 rapport de longueurs, 133  
 rapport externe, 242, 249, 250, 252  
 rapport interne, 239  
 réalisme intellectuel, 214  
 rectangle, 46, 53–55, 145, 198  
 règle de la main droite, 298  
 repérage, 257  
 repérer dans le plan et l'espace, 263  
 repérer sur une droite, 260  
 rigueur, 75  
 RORSCHACH, 42  
 rosace, 144  
 rotation de  $180^\circ$ , 186, 190  
 ROUCHE, N., 64, 150, 277  
 ruban de Möbius, 258, 300  
  
 SÉNÉCHAL, B., 172  
  
 sens négatif, 283  
 sens positif, 283  
 similitude, 21, 41  
 sinusoïde, 214  
 situation privilégiée, 217  
 situation-problème, 143, 171  
 somme, 249, 267  
 somme de deux distances, 251  
 somme de deux intervalles de temps, 251  
 somme de deux segments, 247  
 somme des angles d'un polygone, 116, 158  
 somme des angles d'un quadrilatère, 116, 158  
 somme des angles d'un triangle, 115, 156  
 SOMMIER, D., 214, 222  
 sphère, 300  
 STAES, L., 282  
 STEINER, 232  
 sténopé, 234  
 STRAGIER, A., 245  
 structure de base, 72  
 superposable, 301, 302  
 superposables par retournement, 149  
 symétrie, 175  
 symétrie bilatérale, 290, 297  
 symétrie en miroir, 175  
 symétrie orthogonale, 194  
  
 tangente, 88  
 TATON, R., 232  
 THALÈS, 75, 303  
 théorème de Pythagore, 123  
 théorie axiomatisée, 75  
 théorie des circuits, 277  
 théorie des graphes, 277  
 théorie des jeux, 277  
 TILLEUIL, Ph., 245  
 torseur, 271  
 tourner la page, 146  
 transformation, 171  
 transformation linéaire, 274  
 translation, 179, 267  
 transversale, 127  
 triangle isocèle, 47, 82, 83, 199  
 triangle rectangle, 198, 199  
  
 VAN DIEREN, F., 214, 245  
 VAN TROEYE, M.-F., 245  
 variation de position, 267  
 vecteur glissant, 271

vecteur libre, 261  
VIATOR, 232  
vitesse, 272  
vitesse absolue, 272  
vitesse d'entraînement, 272  
vitesse relative, 272  
voir dans l'espace, 219  
VON STAUDT, 232  
vue, 216  
vue de côté, 216  
vue de face, 216  
vue de profil, 216  
vue du dessus, 216  
vue en élévation, 216  
vue en plan, 216  
VYGOTSKI, L.S., 13, 15, 31, 33, 34, 37, 38  
  
WALLON, H., 19, 31, 34  
WEBER, 40  
WITTMANN, E.C., 71, 144, 220



# TABLE DES MATIÈRES

AVANT-PROPOS	5
1 Pourquoi une étude sur la géométrie ?	5
2 Un enseignement en spirale	6
3 Pour quels lecteurs ?	7
LES ORIGINES DE LA GÉOMÉTRIE	
<b>Introduction : une certaine épistémologie</b>	<b>11</b>
1 Trois approches des origines	11
2 Une quatrième voie	13
<b>Chapitre 1. La perception des objets</b>	<b>17</b>
1 La constitution mentale des objets	17
2 Reconnaître la congruence ou la similitude	20
3 De deux à trois dimensions	24
4 Géométrie et esthétique	26
<b>Chapitre 2. Les étapes de la conceptualisation</b>	<b>31</b>
1 Les préconcepts	33
2 Les objets mentaux	34
3 Les concepts formels	35
4 La plénitude des concepts	36
5 Les objets mentaux de base	37
6 En extension et compréhension	38
7 Un type idéal	40
<b>Chapitre 3. Les objets géométriques : du simple au complexe</b>	<b>41</b>
1 Les objets appréhendés à similitude près	41
2 Formes libres à symétrie simple	42
3 Formes simples à forte symétrie	45
4 Formes simples à symétrie modérée	46
5 Objets géométriques complexes	48
6 Le sens large	49
<b>Chapitre 4. Des objets mentaux aux inférences</b>	<b>53</b>
1 Quelques exemples d'inférences	53
2 Des conditions déterminantes évidentes	58
3 Des inférences inductives	59
4 Extension aux situations non privilégiées	60

5	Du réel à l'idéal . . . . .	61
6	Vers une théorie . . . . .	63
7	L'univers de la géométrie commençante . . . . .	64
8	Mais aussi chercher . . . . .	65
<b>Appendice : les débuts de la géométrie d'Euclide</b>		<b>66</b>
UNE GÉOMÉTRIE NATURELLE		
<b>Introduction</b>		<b>71</b>
1	Des premières inférences à la théorie . . . . .	71
2	Des évidences de départ . . . . .	71
3	Ce que la géométrie naturelle est ou voudrait être . . . . .	73
4	Et la rigueur ? . . . . .	75
<b>Chapitre 5. Perpendiculaires et obliques</b>		<b>77</b>
1	Une perpendiculaire et des obliques . . . . .	77
2	La perpendiculaire et deux obliques égales . . . . .	78
3	Un segment et sa médiatrice . . . . .	80
4	Le triangle isocèle . . . . .	82
5	Le losange . . . . .	84
6	Un cercle et une droite . . . . .	86
7	Un angle et sa bissectrice . . . . .	89
8	Un triangle dans un cercle . . . . .	91
9	Un cercle dans un triangle . . . . .	92
<b>Chapitre 6. Trois segments</b>		<b>93</b>
1	L'inégalité triangulaire . . . . .	93
2	Deux cercles . . . . .	95
3	Deux triangles . . . . .	99
<b>Chapitre 7. Rectangles, cercles et angles</b>		<b>102</b>
1	Horizontale et verticale . . . . .	102
2	Rectangles . . . . .	103
3	Angles au centre . . . . .	105
4	Angles inscrits . . . . .	106
5	Quadrilatères dans un cercle . . . . .	109
<b>Chapitre 8. Parallèles et angles</b>		<b>112</b>
1	Parallèles, angles et demi-tour . . . . .	113
2	La somme des angles d'un triangle . . . . .	115
3	La somme des angles d'un quadrilatère . . . . .	116
4	La somme des angles d'un polygone quelconque . . . . .	116
5	Les angles des polygones réguliers . . . . .	117
6	Pavages . . . . .	117



<b>Chapitre 9. Le théorème de Pythagore</b>	<b>123</b>
1 En considérant des surfaces . . . . .	123
2 Réciproque du théorème . . . . .	124
<b>Chapitre 10. Parallèles et longueurs</b>	<b>127</b>
1 Parallèles et transversales . . . . .	127
2 Le parallélogramme . . . . .	129
3 Parallèles et rapports de longueurs . . . . .	133

## LA GÉOMÉTRIE EN CLASSE À DOUZE ANS

<b>Introduction</b>	<b>143</b>
1 Des situations-problèmes à douze ans : deux exemples d'enseignement . . . . .	143
2 Matériaux pour l'enseignement fondamental . . . . .	143
<b>Chapitre 11. Assembler des figures</b>	<b>145</b>
1 Tourner la page . . . . .	146
2 Assembler deux triangles . . . . .	149
3 Les parallélogrammes . . . . .	150
4 Assembler deux triangles rectangles . . . . .	153
5 Assembler deux triangles isocèles . . . . .	154
6 Les angles des triangles et des polygones . . . . .	156
7 Emboîtement de familles de quadrilatères . . . . .	158
8 Assembler plus de deux triangles . . . . .	159
9 Cerfs-volants et pointes de flèche . . . . .	164
10 Paver avec des quadrilatères . . . . .	167
<b>Chapitre 12. Figures en mouvement</b>	<b>171</b>
1 Papiers peints . . . . .	172
2 Tracer des perpendiculaires et des parallèles . . . . .	182
3 Assembler des triangles quelconques . . . . .	188
4 Assembler des triangles rectangles . . . . .	194
5 Assembler des triangles isocèles . . . . .	200
6 Assembler des triangles isocèles rectangles . . . . .	202

## REPRÉSENTER LES OBJETS

<b>Introduction</b>	<b>207</b>
1 Pourquoi représenter certains objets ? . . . . .	207
2 Comment représenter les objets ? . . . . .	210
3 Des questions pour apprendre . . . . .	213
<b>Chapitre 13. Les projections orthogonales</b>	<b>216</b>
1 Que sont les projections orthogonales ? . . . . .	216
2 Les projections orthogonales dans la civilisation . . . . .	218
3 Les projections orthogonales dans la réalité . . . . .	219
4 Les projections orthogonales dans l'enseignement . . . . .	219

<b>Chapitre 14. Les perspectives parallèles</b>	<b>221</b>
1 Diverses sortes de perspectives parallèles . . . . .	221
2 La perspective cavalière dans la civilisation . . . . .	225
3 La perspective cavalière dans la réalité . . . . .	226
4 La perspective parallèle dans l'enseignement . . . . .	226
<b>Chapitre 15. La perspective centrale</b>	<b>229</b>
1 Qu'est ce que la perspective centrale ? . . . . .	229
2 La perspective centrale dans la civilisation . . . . .	232
3 La perspective centrale dans la réalité . . . . .	233
4 La perspective centrale dans l'enseignement . . . . .	234
GRANDEURS, REPÉRAGES, LINÉARITÉ	
<b>Introduction</b>	<b>239</b>
1 Un premier exemple de fonction linéaire . . . . .	239
2 Qu'est-ce qu'une fonction linéaire ? . . . . .	240
3 Encore deux exemples. . . . .	242
4 Des problèmes pour enseigner . . . . .	244
<b>Chapitre 16. Grandeurs, mesures et nombres positifs</b>	<b>246</b>
1 Grandeurs de même nature . . . . .	246
2 Grandeurs de natures différentes . . . . .	250
3 La mesure comme fonction linéaire . . . . .	253
4 Grandeurs mesurées . . . . .	254
5 Fonctions numériques . . . . .	256
<b>Chapitre 17. Repérages</b>	<b>257</b>
1 Exprimer une position . . . . .	257
2 Dicter un itinéraire . . . . .	259
3 Repérer sur une droite . . . . .	260
4 Repérer dans le plan et l'espace . . . . .	263
5 Généraliser les rapports . . . . .	264
<b>Chapitre 18. Vecteurs</b>	<b>266</b>
1 Variations de position ou translations . . . . .	267
2 Forces appliquées en un point . . . . .	268
3 Déplacement d'un point . . . . .	269
4 Équilibre d'un corps solide . . . . .	269
5 Vitesses . . . . .	272
<b>Chapitre 19. Transformations linéaires</b>	<b>274</b>
1 Des équations . . . . .	274
2 Des phénomènes nouveaux . . . . .	276

## L'ORIENTATION

<b>Introduction</b>	<b>281</b>
<b>Chapitre 20. Orienter les droites</b>	<b>282</b>
1 Éléments de théorie . . . . .	282
2 La droite plongée dans l'espace . . . . .	283
3 Le haut et le bas . . . . .	284
4 L'avant et l'arrière . . . . .	285
5 La gauche et la droite . . . . .	286
6 Orientation de directions quelconques . . . . .	287
<b>Chapitre 21. Orienter les plans</b>	<b>288</b>
1 Éléments de théorie . . . . .	288
2 Le plan plongé dans l'espace . . . . .	290
3 L'avant-arrière et les bras étendus . . . . .	292
4 Le plan de symétrie du corps humain . . . . .	293
5 Les plans frontaux . . . . .	294
<b>Chapitre 22. Orienter l'espace</b>	<b>295</b>
1 Éléments de théorie . . . . .	295
2 L'espace ordinaire plongé dans un espace à quatre dimensions . . . . .	298
3 D'autres problèmes d'orientation . . . . .	298
APPENDICE : DU PAREIL AU MÊME ? PAS VRAIMENT !	301
RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS	303
1 Percevoir les formes et les grandeurs . . . . .	303
2 Deux raisons d'être de la géométrie élémentaire . . . . .	303
3 Des objets mentaux . . . . .	304
4 Des inférences évidentes et d'autres moins évidentes . . . . .	304
5 Objets et mouvements, figures ou transformations ? . . . . .	305
6 Représenter les objets . . . . .	305
7 La linéarité comme fil conducteur . . . . .	306
8 L'orientation . . . . .	306
BIBLIOGRAPHIE	309
1 Les origines de la géométrie . . . . .	309
2 Une géométrie naturelle . . . . .	310
3 La géométrie en classe à douze ans . . . . .	311
4 Représenter les objets . . . . .	311
5 Grandeurs, repérages, linéarité . . . . .	312
6 L'orientation . . . . .	313
INDEX	315