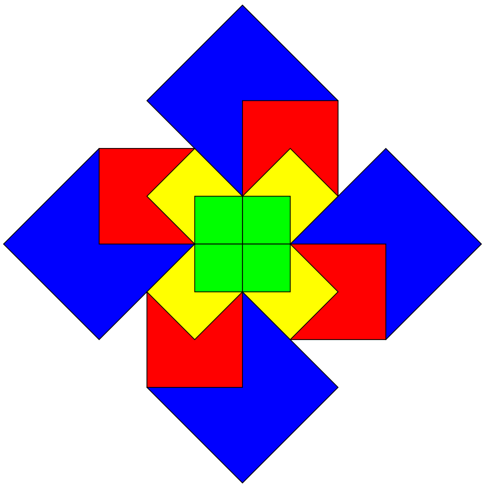
Apprenti Géomètre

Impact du logiciel « Apprenti Géomètre » sur certains apprentissages

Tome 5a



Ministère de la Communauté française

CREM

Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

2007

Cinquième partie

Les tests

Préambule

$\boxed{1.}$ La question de recherche à laquelle nous devons répondre est : « quelle influence le didacticiel *Apprenti Géomètre* a-t-il sur les représentations des élèves en géométrie ? » Pour tenter de répondre à cette question, nous avons, chaque année d'expérimentation, fait précéder et suivre les activités avec les élèves de tests qui nous permettent de comparer leurs performances et leurs conceptions avant et après l'usage d'*Apprenti Géomètre*.

De plus, afin d'isoler au mieux la variable « logiciel » dans ce dispositif, nous avons proposé les mêmes activités, ou des activités similaires, à une ou des classes témoins, n'utilisant pas *Apprenti Géomètre*. Ces classes ont donc reçu les mêmes informations en termes de savoirs mais n'ont pas eu accès au didacticiel. Il est aussi arrivé que la participation d'une classe témoin soit essentiellement limitée au pré-test et au post-test.

Des analyses des résultats aux tests à l'aide d'outils statistiques, complétées par des observations qualitatives individuelles doivent permettre de répondre à la question de recherche.

$\boxed{2.}$ Les tests réalisés n'ayant pas pour but d'évaluer les élèves, mais uniquement de collecter des renseignements concernant leur apprentissage, nous n'avons pas hésité à placer les élèves devant des situations éventuellement plus difficiles que celles auxquelles ils seraient confrontés dans le cadre d'une évaluation. En effet, ce ne sont pas des situations faciles à traiter qui permettent de détecter des difficultés d'apprentissage. Les situations trop difficiles ne le permettent d'ailleurs pas non plus. Les questionnaires devaient être conçus de façon à permettre une dispersion des performances individuelles. Il n'est donc pas question dans un tel contexte de se limiter à des « socles », quels qu'ils soient.

$\boxed{3.}$ Dans la même optique, nous nous sommes intéressés à certains comportements dont nous savons très bien qu'ils ne sont accessibles qu'à peu d'élèves des années concernées. Nous pensons en particulier à la demande faite à des élèves d'école primaire de justifier, ou expliquer, leurs réponses. Nous savons que c'est là une tâche insurmontable pour beaucoup d'enfants de cet âge et que ne pas savoir expliquer une réponse n'est pas incompatible avec le fait de raisonner correctement.

Aussi notre but principal en demandant de telles justifications n'était-il pas de vérifier une compétence. Il était plutôt d'obtenir des enfants des informations nous permettant de déterminer quelle(s) démarche(s) ils avaient utilisée(s) en vue de relever les « défis » qui leur étaient proposés. Car étudier les phénomènes d'apprentissage nécessite de connaître ces démarches et comment elles évoluent avec le contexte.

Cela étant, nous avons pu constater que certains enfants sont parfaitement capables d'expliquer correctement ce qu'ils ont fait, mais que ce n'est malheureusement pas le cas de tous, loin s'en faut. Il n'y a pas de doute pour nous que cette situation a aussi des répercussions sur l'apprentissage et que par conséquent, il convient également de s'intéresser à l'aptitude à justifier et expliquer. C'est un domaine que nous n'avons guère pu explorer. Nous nous sommes contentés de distinguer à certains items ce nous avons appelé, faute de mieux, des « réussites », c'est-à-dire des réponses correctes accompagnées de justifications complètes, et des « bonnes réponses » souvent accompagnées de justifications incomplètes, voire d'aucune justification.

4. Il n'est pas mauvais de rappeler que les conclusions obtenues en analysant les résultats d'un questionnaire, n'ont pas nécessairement une portée générale et qu'*a priori*, elles ne sont valables que pour ce questionnaire-là.

Les démarches de pensée, les réactions d'un groupe d'élèves devant des situations qui leur sont parfois peu familières peuvent être influencées par énormément de facteurs difficiles à contrôler. Il suffit parfois d'une petite variation dans un énoncé ou même simplement de permuter l'ordre des questions pour induire des comportements très différents. De plus, chaque classe d'élèves a son histoire propre, qui l'entraîne à utiliser telle méthode plutôt que telle autre ou à être surpris par telle ou telle formulation.

Enfin, au fur et à mesure de la progression des élèves d'un même groupe dans l'étude d'un sujet donné, leur maîtrise de ce sujet augmente, les erreurs commises diminuent et changent de nature, des liens avec d'autres sujets s'élaborent... Après quelque temps, l'analyse est à recommencer !

On voudra donc bien ne voir dans ce qui suit que des photographies de situations temporaires qu'il conviendrait de situer dans une évolution. C'est ce que nous essayerons de faire ensuite.

Chapitre 10

Un pré-test en sixième primaire (2005–2006)

10.1 Les objectifs des tests

L'objectif de ces questionnaires est prioritairement et principalement de déterminer la *capacité* de « voir » comme exposé par R. DUVAL, [34] (*voir l'annexe A.4*). En effet, si la capacité de voir est un des éléments qui permettent à un élève de devenir performant lors d'une activité géométrique, il paraît opportun de placer cet élève dans des situations contribuant à son acquisition. Nous avons voulu tester si l'utilisation d'*Apprenti Géomètre* pouvait être efficace de ce point de vue.

Par ses fonctionnalités spécifiques, *Apprenti Géomètre* permet à l'utilisateur de réaliser un plus grand nombre de manipulations des formes géométriques que les supports usuels. De plus ces manipulations ne mettent pas nécessairement en œuvre les mêmes démarches que celles qui sont utilisées lors d'une activité papier-crayon. Par la diversification des démarches, on crée également des relations supplémentaires entre les concepts mathématiques rencontrés.

Le pré-test et le post-test ont été conçus de manière à amener l'élève à user de sa capacité à *voir* une figure, à l'analyser, à la restructurer. On ne s'étonnera donc pas qu'ils ne comprennent pas d'item correspondant à la mesure chiffrée ou au calcul de l'aire d'une figure. Même les items qui demandent de comparer deux aires sont plus faciles à traiter par comptage ou découpage que par l'usage des formules classiques d'aire.

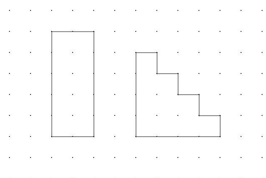
Les auteurs ont voulu que les deux tests soient rigoureusement parallèles. En principe, chaque item du post-test devrait mobiliser les mêmes compétences que l'item de même numéro du pré-test. Bien entendu, il n'en a pas toujours été ainsi de façon stricte. Nous devrons tenir compte de ce fait au moment de tirer des conclusions, qui ne pourront de toutes façons être que provisoires.

10.2 Les énoncés

Le pré-test comprend 6 items. Il a été utilisé dans cinq classes de sixième primaire : trois du Collège Saint-Marie à Rêves, une de l'Institut Saint-Joseph à La Louvière et une de l'Athénée Royal Lucie Dejardin à Seraing. Dans chaque classe, les élèves ont disposé de 50 minutes pour remplir le questionnaire. Au total, 109 élèves ont participé à ce test.

– Item 1

Défi 1 – Ces deux figures ont-elles la même aire ?



☐ Oui

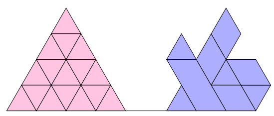
☐ Non

Justifie ta réponse. Tu peux dessiner sur les figures

– Item 2

Défi 2 - Et ces deux nouvelles figures, ont-elles la même aire ?

☐ Oui

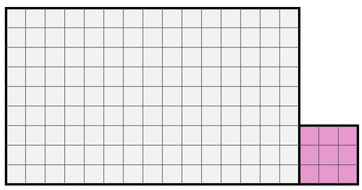


☐ Non

Justifie ta réponse. Tu peux dessiner sur les figures.

– Item 3

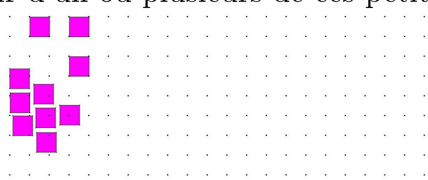
Défi 3 – Le rectangle gris est plus grand que le carré rose. Combien de fois plus grand ? Ou, combien de fois peut-on « mettre » le carré rose dans le rectangle gris ?



Justifie ta réponse. Tu peux dessiner sur les figures.

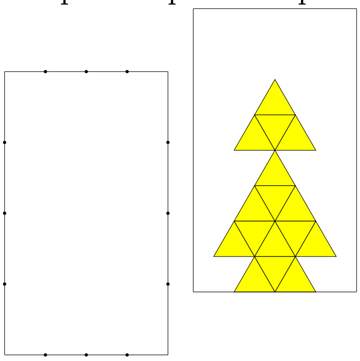
– Item 4

Défi 4 – Voici dix petits carrés. Il est possible de construire d'autres carrés en les assemblant. Dessine tous les carrés que tu que tu peux construire à partir d'un ou plusieurs de ces petits carrés.



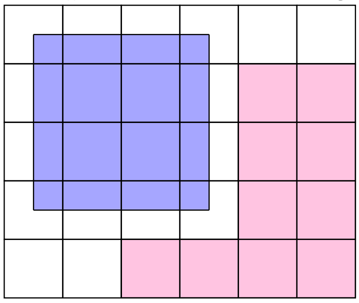
– Item 5

Défi 5 - Ces deux grands rectangles sont identiques. Reproduis dans le rectangle de gauche le dessin contenu dans le rectangle de droite. Fais cela avec le plus de précision possible.



– Item 6

Défi 6 - Laquelle de ces deux figures possède la plus grande aire ?



- ☐ Le carré bleu
- ☐ La figure rose

Justifie ta réponse. Tu peux dessiner sur les figures.

Quelques indications ont été données pour assurer la compréhension de certaines questions, notamment de la question n°3. Nous avons pu constater que le mot *aire* est loin d'être connu de tous les élèves de sixième, même au mois de mars de l'année scolaire en cours.

10.3 Analyse des items

10.3.1 Item 1

Cet item propose deux figures dont il faut comparer les aires, et répondre par OUI ou NON. Les deux figures sont placées sur une grille de points formant un réseau quadrillé.

Trois modes de raisonnement peuvent être utilisés pour répondre à cette question :

1. Le mode **qualitatif**, ou mode puzzle. Il s'agit de décomposer une des figures pour reconstituer l'autre.
2. Le mode **quantitatif**, consistant à compter le nombre de carrés du quadrillage contenus dans chacune des figures. Ceci implique la perception implicite d'une unité commune de mesure d'aire (induite par la grille de points).

3. Le mode **numérique**, ou utilisation de formules d'aire. Notons que si ce mode de raisonnement s'applique aisément à la première figure (rectangle), il faut par contre passer par une décomposition pour calculer l'aire de la seconde.

Dans tous les cas, l'élève doit *voir* ce qui n'apparaît pas directement sur le dessin, et en plus, dans le troisième cas, il doit déterminer les mesures adéquates.

L'analyse qui suit se base sur l'examen des justifications rédigées par les élèves, ainsi que sur la confrontation de celles-ci avec leurs réponses et les éventuelles indications ajoutées.

Nous avons obtenu globalement 94 réponses correctes sur 109 élèves, soit 86% de l'échantillon. Parmi celles-ci, distinguons 20 réponses obtenues par le mode qualitatif (*Fig. 10.1*) et 63 par le mode quantitatif (*Fig. 10.2* et *Fig. 10.3*), aucune par le mode numérique.

Les onze bonnes réponses restantes n'étant accompagnées d'aucune justification, ni graphique, ni écrite, n'ont pas pu être classées.

Tous les élèves ayant choisi le mode puzzle comme mode de fonctionnement ont obtenu la réponse correcte. Parmi les élèves ayant choisi le mode quantitatif (comptage de carrés) comme mode de fonctionnement, un seul s'est trompé.

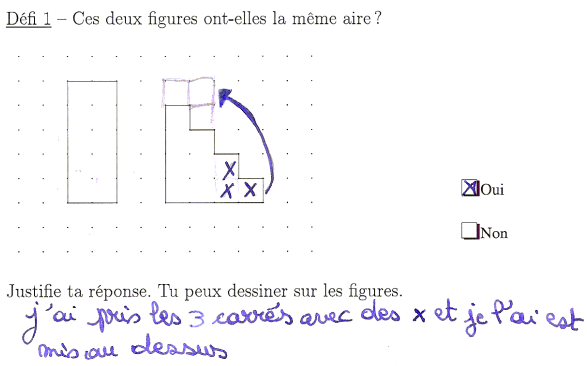


Fig. 10.1 Une démarche qualitative

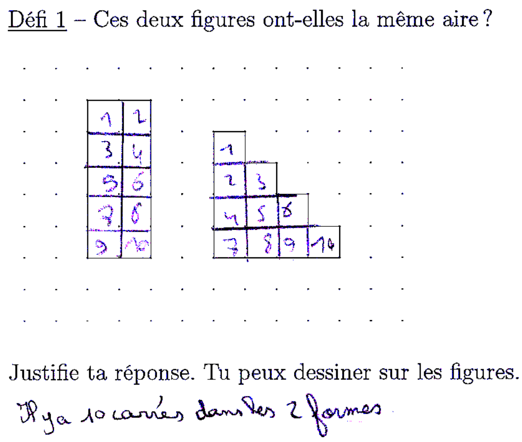


Fig. 10.2 Une démarche quantitative

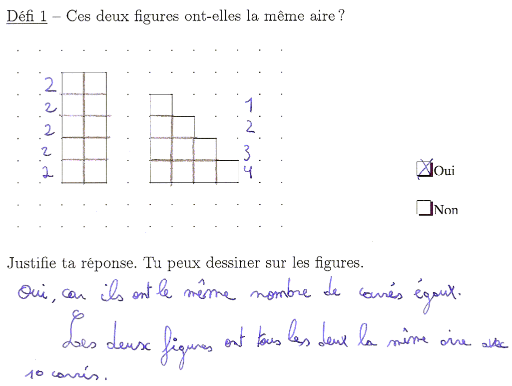


Fig. 10.3 Une démarche quantitative

Onze élèves ont voulu utiliser le mode numérique, c'est-à-dire ont commencé par prendre des mesures de longueur. Parmi ceux-ci, quatre ont ensuite choisi une des méthodes précédentes (trois ont choisi la méthode qualitative et un la méthode qualitative) et ont alors obtenu la bonne réponse.

Les sept autres ont obtenu des résultats erronés. La source d'erreur la plus répandue est sans conteste la confusion périmètre – aire comme on peut le voir sur la figure 10.4.

Notons encore que parmi les élèves ayant d'abord mesuré, un seul a calculé correctement l'aire du rectangle (qu'il a toutefois exprimée en mm), avant de choisir le mode puzzle pour terminer son raisonnement (*Fig. 10.5*).

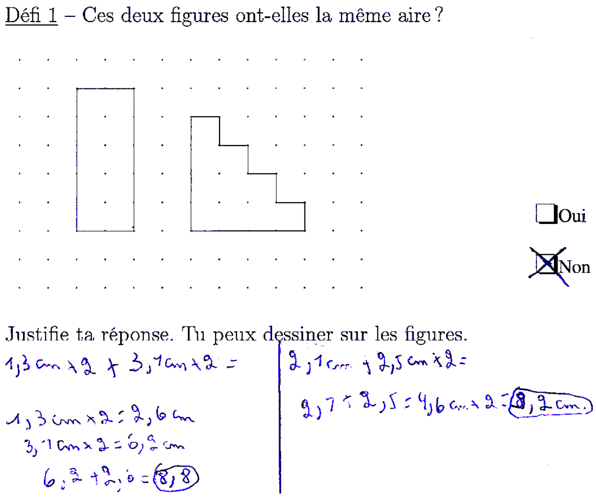


Fig. 10.4

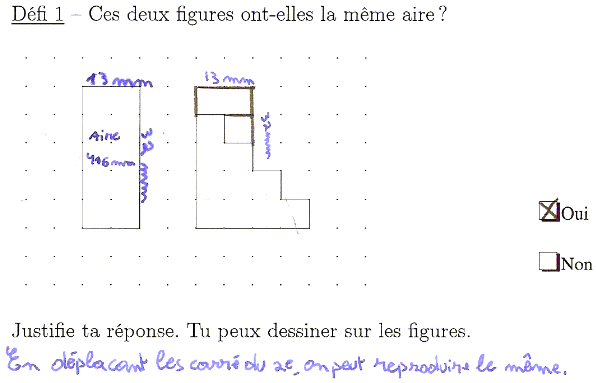


Fig. 10.5

Remarques générales :

Il semble que dans un certain nombre de cas la consigne n'ait pas été comprise. Nous pensons pouvoir mettre dans cette catégorie les enfants qui n'ont pas répondu ou qui ont produit des dessins sans aucun rapport avec le défi.

Parmi les explications possibles, il y a la non-compréhension du mot « *aire* » ou, de manière plus générale, la méconnaissance du français. De plus, nous avons découvert ultérieurement qu'un des enfants présente une déficience auditive grave.

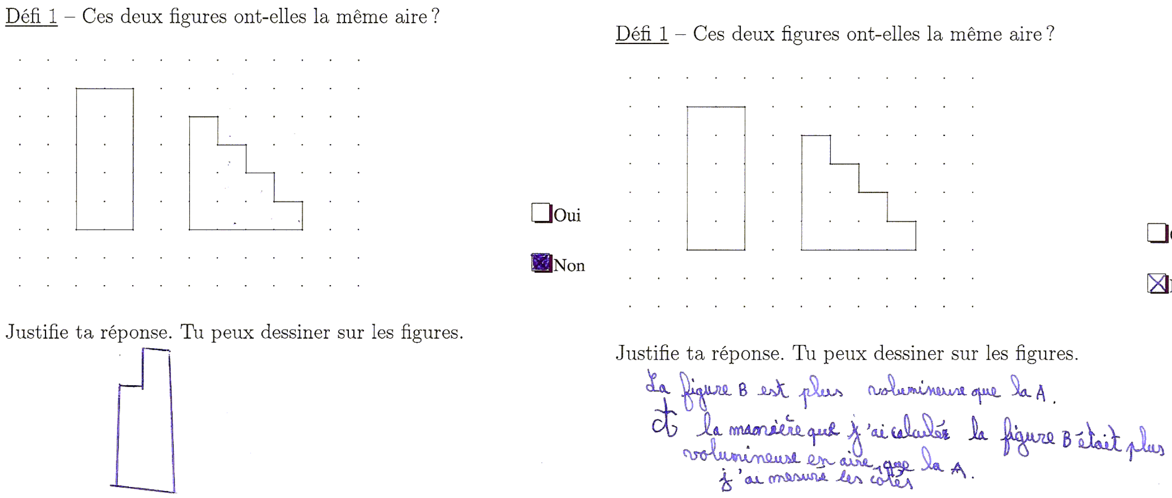


Fig. 10.6 Deux exemples d'incompréhension

10.3.2 Item 2

Cet item demande à nouveau de comparer les aires de deux figures dont la forme générale est différente. Cette fois cependant, au lieu de ne laisser apparaître que le contour des figures comme dans l'item 1, on propose aux élèves une décomposition en formes géométriques élémentaires qui diffèrent d'une figure à l'autre.

Cette fois encore, trois modes de raisonnement sont utilisés pour répondre à cette question.

1. Le mode **qualitatif**, ou mode puzzle,
2. le mode **quantitatif**, ou mode comptage,
3. le mode **numérique**, ou utilisation de formules d'aire.

S'ils utilisent le mode quantitatif, les élèves doivent avoir conscience qu'il ne s'agit pas de comparer des nombres de pièces mais bien des aires. En effet, le triangle rose contient 16 triangles équilatéraux identiques, la figure bleue contient 9 pièces (4 triangles équilatéraux identiques, 4 losanges identiques et 1 parallélogramme).

Pour cet item, il y a deux étalons possibles :
- Les deux figures sont décomposables en 16 triangles équilatéraux, décomposition qui est d'ailleurs apparente dans la figure rose.
- On peut aussi envisager d'utiliser comme étalon un losange obtenu par juxtaposition de deux triangles équilatéraux.

Il faut également remarquer, comme pour le premier item, que si l'utilisation de formules d'aire est envisageable pour la première figure, elle est plus malaisée pour la seconde.

Nous avons obtenu globalement 71 réponses correctes sur les 109 copies, soit 65% de l'échantillon. Parmi celles-ci, nous avons 19 réponses correctes obtenues par puzzle, 45 réponses correctes par comptage et 3 par les procédés originaux suivants :

Cette élève a compté les losanges, en associant deux triangles lorsque c'était nécessaire. Il faut remarquer qu'elle a appelé « carrés » ces associations.

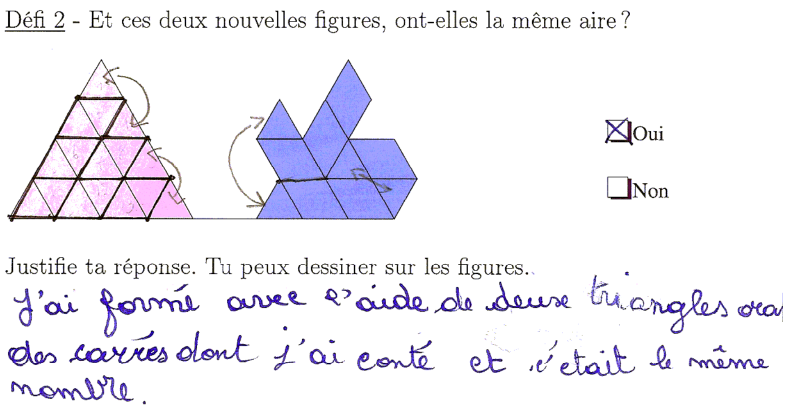


Fig. 10.7

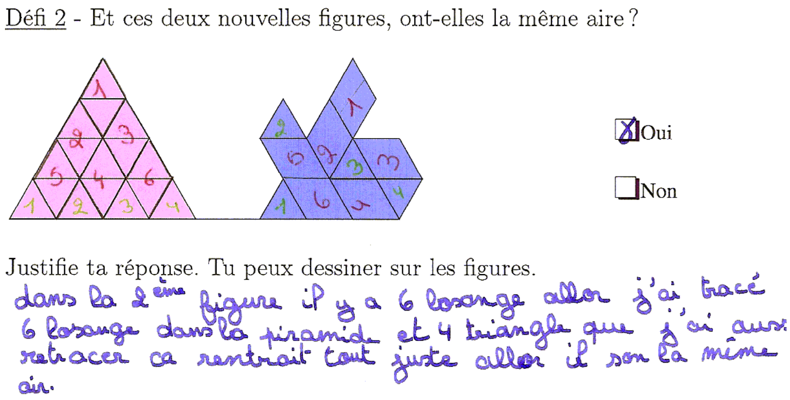


Fig. 10.8

Il y a même une élève qui a effectué un comptage mixte comme on le voit très clairement ci-contre.

Dans ce cas, l'élève a colorié dans le triangle rose l'équivalent de chaque pièce du triangle bleu.

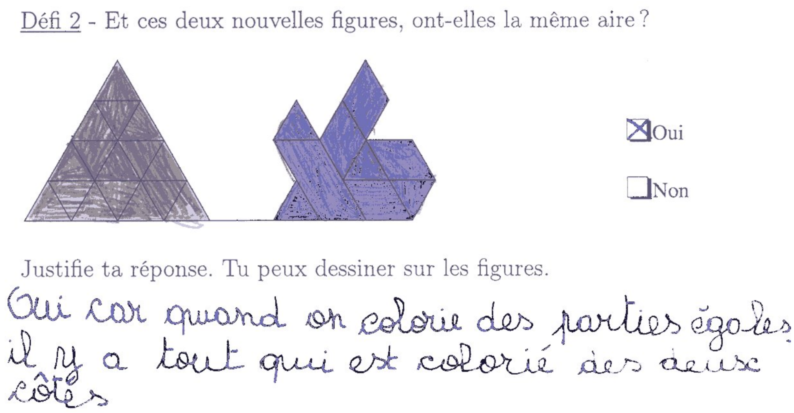


Fig. 10.9

Les quatre dernières réponses correctes ne sont pas accompagnées de justifications adéquates. Parmi les réponses incorrectes, distinguons les catégories suivantes :

– cinq élèves ont un procédé de comptage correct mais fournissent une réponse erronée ;
– deux élèves comptent les pièces sans tenir compte de l'inégalité des aires ;

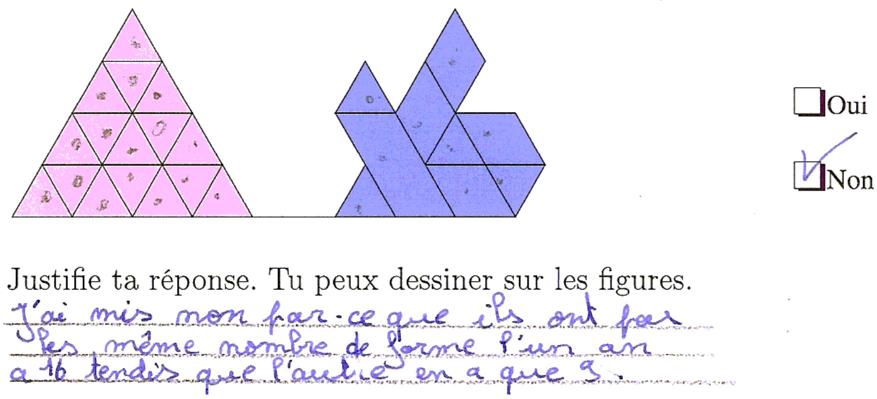


Fig. 10.10

– quatre élèves ont tenté le mode puzzle sans y parvenir ;
– dix élèves ont mesuré des longueur ; sept d'entre eux ont tenté de calculer le périmètre des figures. Dans tous les cas, ce type de justification était erroné.
– quinze élèves sont inclassables parce que la justification fournie est trop peu fréquente, incohérente ou inexistante. Une de ces justifications montre la persistance en sixième

primaire d'une méconnaissance du concept d'aire lui-même. La figure 10.11 montre en effet que son auteur confond *avoir même aire* et *avoir même forme*. Ce comportement est plus fréquent en cinquième primaire où il est le fait d'environ 6% des élèves (*voir la section 12.3.2*).

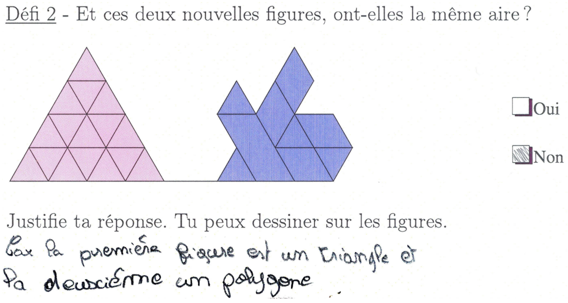


Fig. 10.11

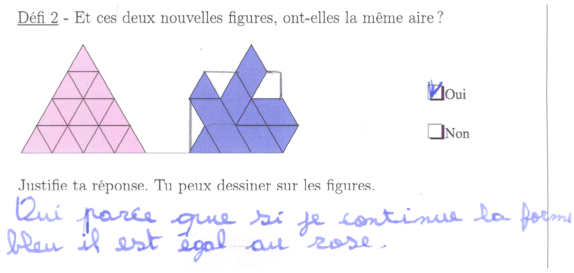


Fig. 10.12

Remarque :

Ces deux items ayant le même objectif, il nous est apparu intéressant de voir si les élèves utilisent la même méthode pour les deux.

62 élèves (sur 109) sont fidèles à leur méthode.

19 élèves ont utilisé deux méthodes différentes.

Pour les élèves restants, les copies ne permettent pas de décider.

10.3.3 Item 3

Dans cet item, il s'agit en quelque sorte de mesurer l'aire d'un rectangle 15×9 en utilisant un carré 3×3 comme unité d'aire.

Comme pour les items précédents, nous avons observé trois modes de raisonnement différents. Nous qualifierons le premier de mode *quantitatif-global*. Dans ce mode, l'élève dénombre directement les carrés 3×3 qui peuvent remplir le rectangle. Le deuxième mode est le mode *numérique* qui, rappelons-le, consiste à utiliser des formules d'aire. Quant au troisième, nous l'avons appelé mode *quantitatif atomisé* pour le distinguer du mode quantitatif-global. Dans ce mode, l'élève ne perçoit pas le recouvrement du rectangle par des carrés 3×3. Il détermine le nombre (135) de carrés élémentaires constituant le rectangle. Pour ce faire, soit il procède par dénombrement, soit par multiplication (de 15 par 9). Ensuite, il divise 135 par 9.

Nous avons obtenu environ 90% de bonnes réponses, à la question posée.

Le mode quantitatif-global

La méthode la plus fréquemment utilisée à cette question est un simple dénombrement : environ 75% des élèves utilisent cette méthode. En règle générale, ils reproduisent le carré dans le rectangle, les justifications étant très différentes mais allant toujours dans le même sens :

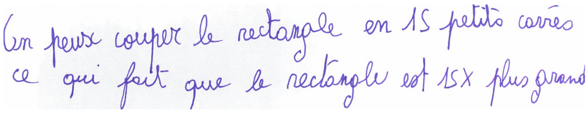


Fig. 10.13

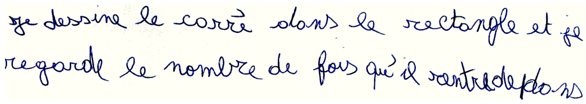


Fig. 10.14

À la fin, les élèves comptent les carrés qu'ils ont reproduits dans le rectangle, certains allant jusqu'à les numéroter (*Fig. 10.15*). Notons tout de même que cinq élèves ont répondu que le carré rose allait 14 fois dans le rectangle (*Fig. 10.16*).

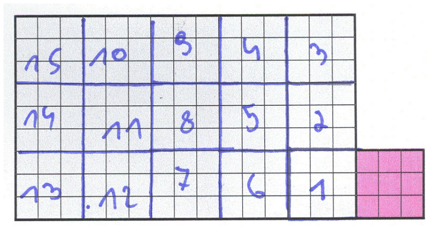


Fig. 10.15

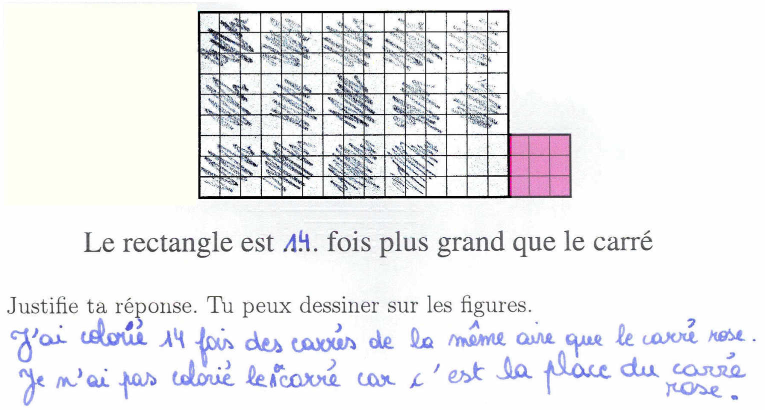


Fig. 10.16

Les réponses analogues à celle de la figure 10.16 mettent en évidence ce qui pourrait être un problème de précision du langage. Pour certains, « trois fois plus grand » désigne une multiplication par quatre. Le rapprochement des mots « fois » et « plus », s'il est fréquent dans la vie courante, est néanmoins susceptible d'induire des erreurs, l'addition étant plus familière que la multiplication. Il pourrait aussi être dû au fait que le carré étalon était accolé au rectangle. Nous verrons que ce fait n'est pas déterminant car le même problème est apparu — et plus fréquemment — en cinquième primaire quand le carré *n'était pas* accolé au rectangle (*voir le pré-test de cinquième année, page 392*).

Le mode numérique

Cette méthode de résolution consiste à multiplier les nombres de reports possibles du carré rose sur deux côtés consécutifs du rectangle. Ceci revient à utiliser le côté du carré rose comme unité de longueur. Cette méthode est utilisée par environ 10% des élèves.

Certains élèves déterminent mentalement les nombres de reports sur deux côtés.

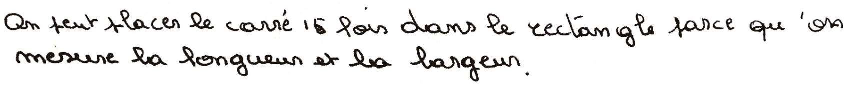


Fig. 10.17

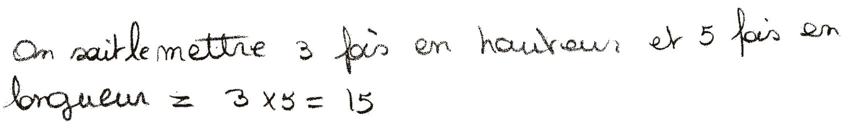


Fig. 10.18

D'autres ont besoin de visualiser en dessinant une ligne de carrés (*figure 10.19*) ou une ligne *et* une colonne de carrés (*figure 10.20*) avant de passer à la multiplication :

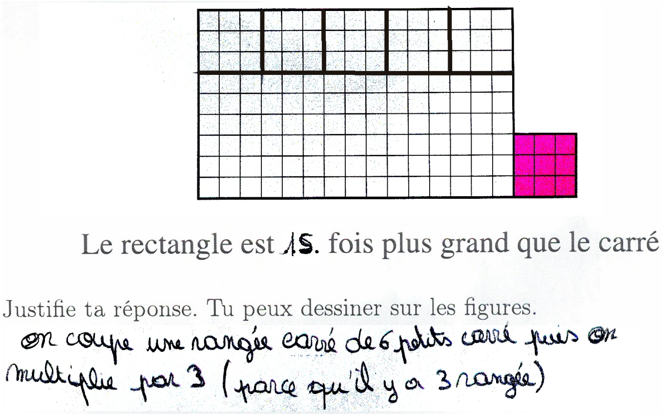


Fig. 10.19

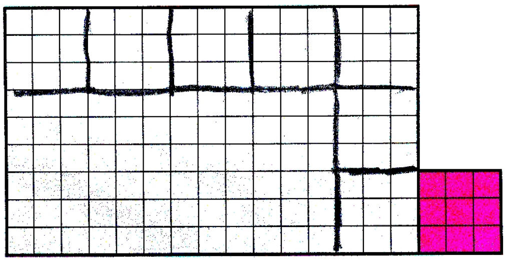


Fig. 10.20

Un élève a dessiné tous les carrés 3×3 avant de les compter par trois (3, 6, 9, 12, 15).

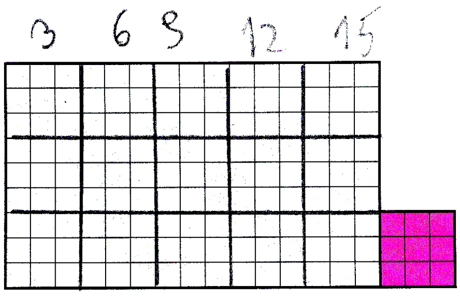


Fig. 10.21

Il y a bien entendu des erreurs. Un élève (*Fig. 10.22*) reporte le carré sur la longueur et sur la largeur et au lieu de multiplier, il additionne, ce qui correspond à une confusion entre aire et périmètre. Un autre (*Fig. 10.23*) ne représente le carré que sur la longueur.

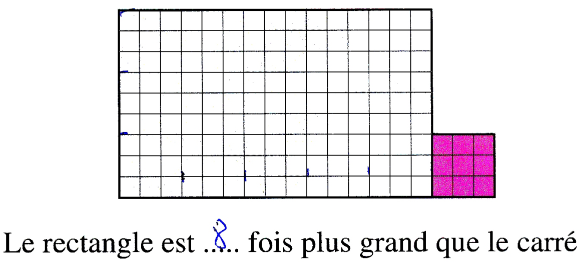


Fig. 10.22

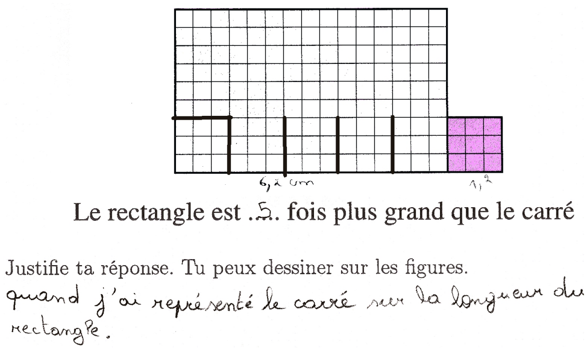


Fig. 10.23

La méthode quantitative-atomisée Cette méthode consiste à compter le nombre de petits carrés dans le rectangle et dans le carré rose et de diviser le premier résultat par le second.

Environ 5% des élèves ont utilisé ce raisonnement. Pour calculer le nombre de petits carrés, certains élèves ont utilisé la formule de l'aire. D'autres les comptent.

le carré rose contient 9 carrés (petit)
on compte combiens de minuscules carrés y a t-il dans le grand
il y en a 135 = (9 × 15) et dans 135 il y a 15 fois 9

Fig. 10.24

en tous il y a 135 petits carrés et dans le rose 9 et 135 : 9 = 15

Fig. 10.25

Pour arriver à cette réponse j'ai multiplier ma largeur à longueur du grand rectangle puis j'ai fait de même avec mon carré puis j'ai divisé mon produit au produit du carré et j'ai trouver mon quotient = 15.

Fig. 10.26

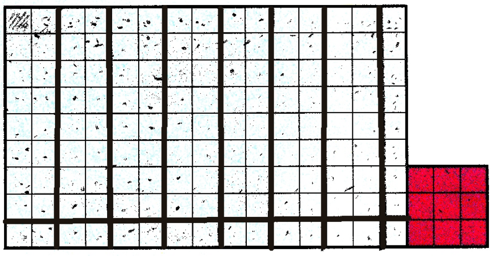
Des exceptions

Une première exception est l'élève qui tient le raisonnement suivant :

le petit carré contient 9 carrés
et le grand contient 15 lignes de 9 carrés

Fig. 10.27

Deuxième exception : l'élève suivant a dessiné sept rectangles 8×2. Il isole ainsi deux bords du rectangle. Il obtient finalement le résultat 48, ce qui est le périmètre du rectangle si on prend comme unité de longueur le côté du carré élémentaire.



Le rectangle est ..48 fois plus grand que le carré

Justifie ta réponse. Tu peux dessiner sur les figures.

tout ensemble les côté font ca

Fig. 10.28

10.3.4 Item 4

La question demandait de dessiner « tous les carrés que tu peux construire à partir d'un ou plusieurs de ces petits carrés », sans préciser si les carrés construits devaient être différents ou non. Certains élèves pouvaient aussi interpréter la consigne en considérant que chaque petit carré ne pouvait être utilisé qu'une fois. Dans ce cas, on ne peut dessiner de carrés comprenant un nombre total de petits carrés supérieur à 13. Si par contre chaque petit carré peut être utilisé plusieurs fois, « dessiner tous les carrés possibles » est impossible puisqu'il y en a une infinité et les élèves doivent choisir une règle de limitation.

Le premier intérêt de la question était donc de déterminer comment les élèves allaient interpréter la consigne. Aussi avons-nous relevé d'abord les différents réponses.

La réponse la plus fréquente (environ 60% des élèves) est constitué de trois carrés, de tailles respectives 1×1, 2×2 et 3×3.
Dans ce cas, les élèves utilisent donc plus de 10 petits carrés. Ils dessinent le plus de carrés possibles, tout en étant deux à deux différents.

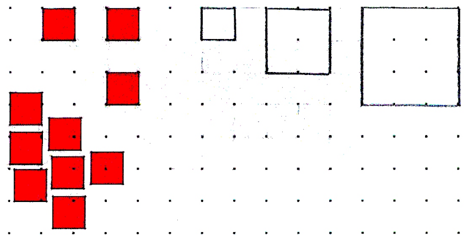


Fig. 10.29

Ajoutons les fréquences d'apparition dans les réponses de chacun de ces types de carrés :

- 68% des élèves ont dessiné le carré 1×1,
- 89% ont représenté le carré 2×2,
- 79% ont dessiné le carré 3×3.

On constate l'attrait plus faible du carré 1×1 malgré la présence dans la consigne de l'expression « un ou plusieurs ». Ce fait peut être relié à l'énoncé de la question qui demandait une *construction*.

Environ 15% des élèves ont choisi l'autre possibilité d'interprétation de la consigne en acceptant des répétitions dans la réponse, mais certains d'entre eux utilisent au total plus de 10 petits carrés.

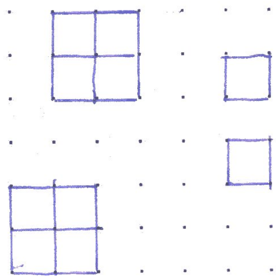


Fig. 10.30

Des carrés trop grands apparaissent sur environ 15% des feuilles (*Fig. 10.31*). Sur d'autres feuilles (environ 10%) figurent des rectangles ou des formes non demandées (*Fig. 10.32* à *10.34*).

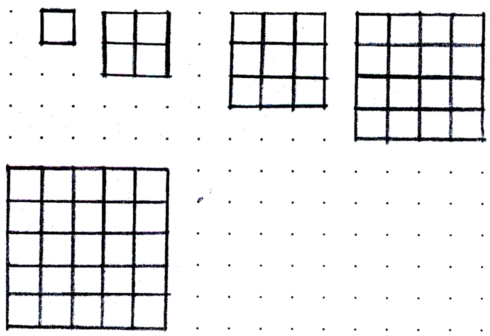


Fig. 10.31

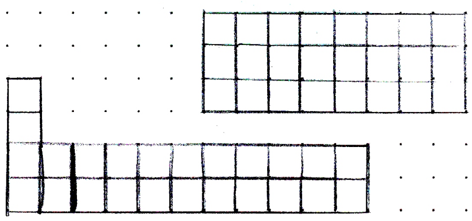


Fig. 10.32

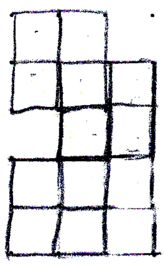


Fig. 10.33

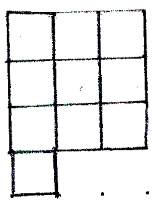


Fig. 10.34

Notons que la figure 10.34 est ambiguë : s'agit-il d'une forme non carrée de 10 petits carrés ou de deux formes carrées, l'une de 9 carrés, l'autre d'un seul carré ? (Dans ce cas, la consigne serait respectée.)

Un autre élève a dessiné trois carrés qui peuvent être considérés comme 1×1, 2×2, et 3×3 (*Fig. 10.35*). Cependant, il les a dessinés « sur la pointe », sans utiliser les petits carrés donnés. Un autre problème de compréhension de la consigne donne la figure 10.36.

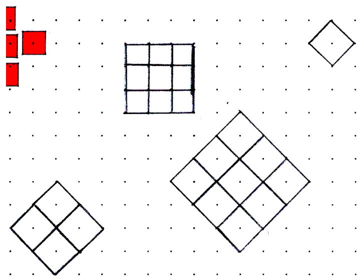


Fig. 10.35

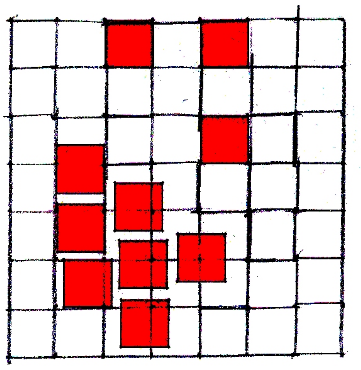


Fig. 10.36

Deux élèves ont apporté une « touche artistique » à leur dessin :

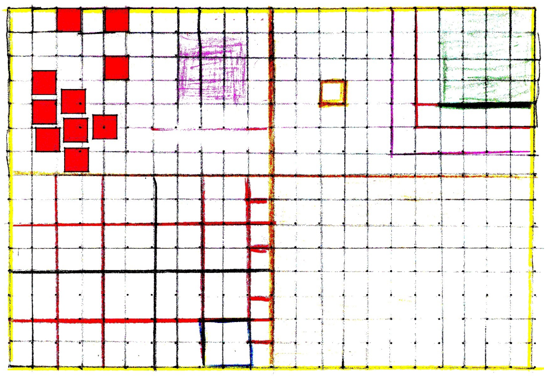


Fig. 10.37

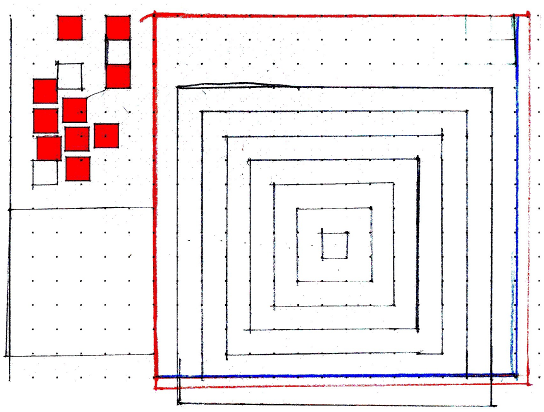


Fig. 10.38

10.3.5 Item 5

Des modes de perception et de reproduction

La figure à reproduire peut être vue comme un assemblage de seize petits triangles. Elle peut aussi être vue comme une poupée structurée en trois parties : un pied de trois petits triangles équilatéraux constituant un trapèze isocèle, un corps ayant la forme d'un grand triangle équilatéral divisé en neuf petits triangles et une tête, également un triangle équilatéral, de quatre petits triangles. Enfin, il est possible de percevoir la poupée dans son cadre rectangulaire et de remarquer par exemple que les côtés obliques du corps sont situés sur les diagonales du cadre.

L'aptitude d'un élève à raisonner sur une figure étant nécessairement influencée par la perception qu'il en a, nous nous sommes intéressés à établir si les trois modes de perception qui viennent d'être décrits — que nous qualifierons respectivement, en tenant compte de leur niveau de structuration, de *mode atomisé*, de *mode local* et de *mode global* — sont effectivement présents chez les élèves ayant participé au pré-test.

Sans doute nous est-il impossible de déterminer directement le mode de perception d'un élève. Mais ce mode influence certainement la façon dont cet élève reproduit la figure et nous distinguerons donc également trois modes de reproduction : *atomisé, local* et *global.* Remarquons que le mode de reproduction mis en œuvre par un élève n'est pas nécessairement du même type que son mode de perception. Par exemple, les difficultés instrumentales peuvent amener un élève capable de percevoir la structure locale d'une figure à reproduire celle-ci en mode atomisé.

Les modes de reproduction des trois parties de la figure donnée peuvent même être différents, ce qui peut donner une impression d'incohérence. On trouvera ci-dessous des exemples des différentes situations.

Cependant que si le mode de perception d'un élève peut se situer à un niveau plus structuré que son mode de reproduction, la réciproque ne peut être vraie : un élève ne pourrait utiliser le mode global de reproduction si son mode de perception n'est pas du même niveau.

- *Le mode atomisé de reproduction*
  Dans ce mode, l'élève reproduit la figure comme un assemblage de petits triangles, qu'il dessine un à la fois, généralement en progressant du bas vers le haut.

  Les dessins ci-contre illustrent la reproduction atomisée : les côtés obliques des triangles d'une couche ne sont pas dans le prolongement de ceux de la couche suivante.

  En particulier, le corps et la tête de la poupée ne sont pas dessinés comme des triangles.

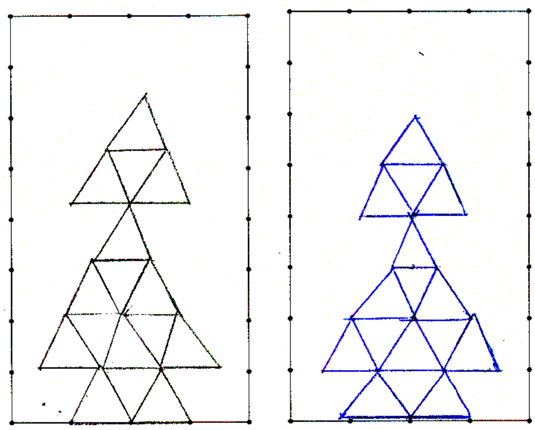
  

  Fig. 10.39

  Ce mode de reproduction est assez fréquent, apparaissant dans 44 feuilles sur 109, soit environ 40%.

- *Le mode local de reproduction.*
  Dans ce mode, le corps et la tête de la poupée sont reproduits comme des triangles et on observe sur le dessin que ceux-ci sont dessinés avant les petits triangles qui leur sont intérieurs. Nous avons attribué ce mode de reproduction à 46 élèves, soit également environ 40 %. Il convient toutefois de noter que certaines copies relèvent de modes différents pour la tête et le corps, auquel cas nous leur avons attribué ce même mode local.

Le dessin de gauche de la figure 10.40 montre deux beaux triangles équilatéraux pour le corps et la tête de la poupée. Mais l'auteur du dessin n'a pas atteint le mode global de reproduction : le côté gauche du triangle de droite de la première couche de la tête n'est pas dans le prolongement du côté gauche du corps. De plus, malgré l'utilisation du quadrillage, le dessin n'est pas assez précis pour que les côtés obliques du corps soient situés sur les diagonales du cadre. Celles-ci n'ont donc pas été utilisées pour la construction.

Sur le dessin de droite, le corps et la tête sont des triangles équilatéraux acceptables. Les petits triangles intérieurs le sont beaucoup moins : la reproduction relève du mode local, mais cela n'entraîne pas nécessairement la précision des détails. Quant au pied, on constate qu'il se prête plus que les deux autres parties au dessin par assemblage de petits triangles et ne peut donc être considéré comme un indicateur fiable du mode de perception ou de reproduction dominant chez l'élève.

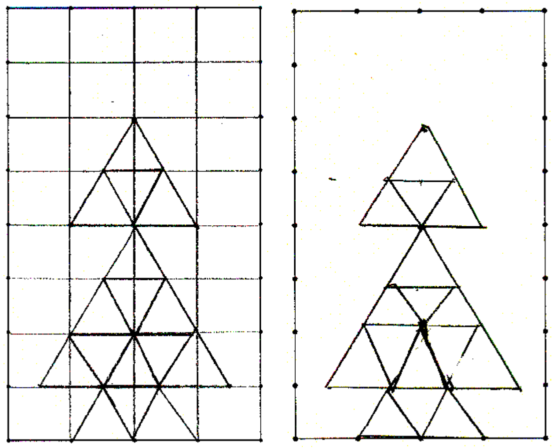


Fig. 10.40

- Le mode global de reproduction

  Nous considérons qu'un élève a utilisé un mode global de reproduction lorsque les côtés obliques du corps de la poupée, ainsi que leurs prolongements dans la tête sont situés sur les diagonales du cadre, ce qui permet de supposer que l'auteur du dessin a reconnu les directions de ces diagonales comme des directions privilégiées pour la figure. Environ 15 % des élèves semblent se situer à ce niveau.

  La figure 10.41, qui n'a été réalisée que par un seul élève, constitue une illustration parfaite du mode global. La figure 10.42 n'atteint pas la même perfection, mais constitue néanmoins un excellent travail du point de vue global. Il est à noter que les dessins réalisés selon ce mode global sont généralement très soignés et précis.

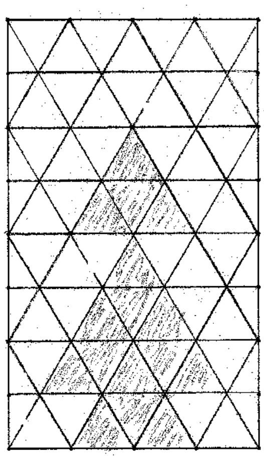


Fig. 10.41

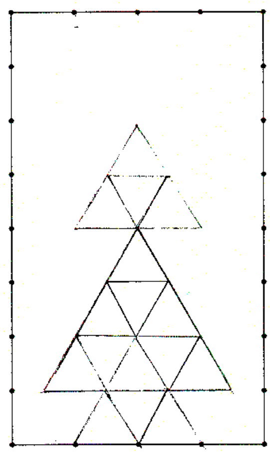


Fig. 10.42

- *Un mode mixte*

  Nous l'avons signalé plus haut : certains élèves ne réalisent pas de la même manière le corps et la tête de la poupée. Ce fait même indique qu'ils perçoivent les deux parties comme autonomes et doivent donc être considérés comme utilisant un mode local. Néanmoins, ils dessinent une des deux parties en utilisant le mode atomisé.

Sur le dessin de gauche ci-dessous, le corps est clairement en mode atomisé, mais la tête est un vrai triangle équilatéral. L'auteur semble avoir compris en cours de réalisation du travail qu'il lui était plus facile de dessiner le grand triangle en premier.

Sur le dessin de droite, c'est l'inverse : la tête a sans doute paru plus facile à dessiner en plaçant deux sommets « à vue ».

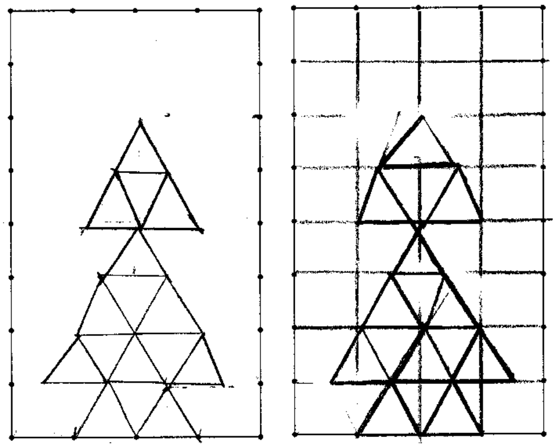


Fig. 10.43

- *Des reproductions aberrantes*

  Quelques dessins échappent à toute classification. Ces cas sont peu nombreux. On doit cependant se demander comment aider les élèves concernés à surmonter un handicap qui pourrait les rendre inaptes à tout apprentissage de la géométrie. Ce sont des mesures spécifiques, individuelles, qu'il conviendrait vraisemblablement d'envisager.

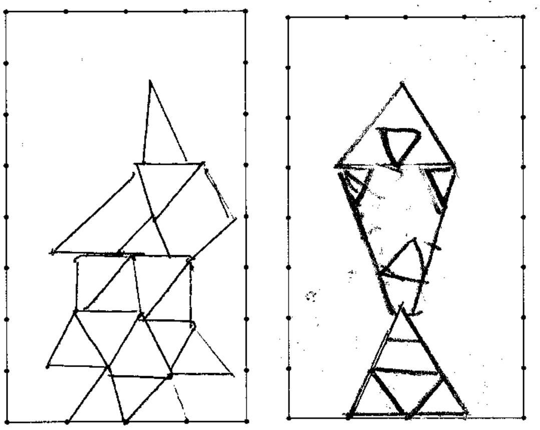


Fig. 10.44

La précision des reproductions

L'énoncé de l'item 5 demandait explicitement que le dessin soit reproduit avec le plus de précision possible. Nous avons donc examiné ce qu'il en était.

– Nous avons d'abord constaté un phénomène de perturbation des reproductions dû au décalage en hauteur du cadre contenant la figure à reproduire par rapport à celui destiné à accueillir la reproduction.
  Les figures 10.45 et 10.46 illustrent ce phénomène. Dans les deux cas, l'auteur du dessin a démarré son tracé au bord inférieur du cadre, n'a tenu aucun compte des repères placés sur les bords du cadre et a ensuite rattrapé le décalage en hauteur, de façon à ce que le sommet de la tête soit approximativement à la même hauteur sur la copie que sur l'original. La déformation ainsi introduite enlève toute précision à la reproduction.

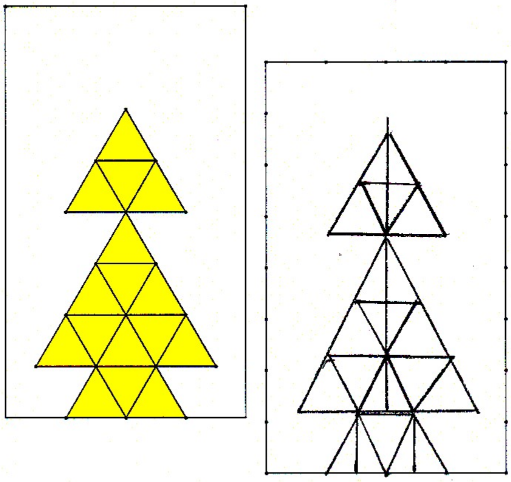


Fig. 10.45

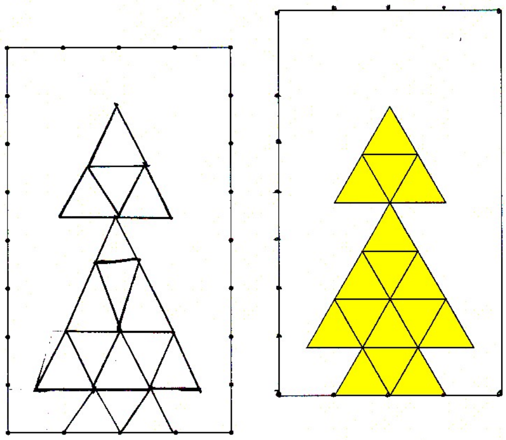


Fig. 10.46

  Ce comportement a été observé chez un peu moins de 20% des élèves. On peut se demander comment interpréter un tel comportement. Est-ce le concept même de reproduction qui est en cause ? Quel rapport ces élèves ont-ils avec le concept géométrique de translation, voire même le concept physique de mouvement ?
– Le comportement destiné à assurer la précision des reproductions devait dans l'esprit des auteurs du questionnaire reposer sur l'utilisation des repères portés sur le cadre. On constate qu'en effet environ les deux tiers des élèves ont respecté ces repères et ont atteint une précision acceptable. Certains élèves ont joint ces repères par des traits horizontaux ou verticaux, réalisant ainsi — partiellement ou complètement — un réseau orthogonal sur la figure. D'autres respectent les repères sans éprouver le besoin de tracer des traits de construction (à moins qu'ils les aient gommés sans laisser de traces).
  Chez certains élèves, notamment ceux qui utilisent le mode atomisé de reproduction, le respect des points de repère n'empêche pas des imprécisions, car les sommets de certains triangles ne sont pas situés sur des verticales joignant des repères du cadre. Les dessins de droite des figures 10.39 et 10.43 illustrent ces situations.
– On notera aussi qu'environ un quart des élèves ont porté des marques sur la figure d'origine. Ceci a été dommageable pour certains d'entre eux.

En effet, pour faciliter le tracé des triangles équilatéraux, ces cadres étaient de dimension 7 cm $\times$ 4 cm. et la graduation utilisée pour dessiner la figure initiale découpait (implicitement) les côtés verticaux en 8 parties. Quelques élèves, conditionnés par l'usage d'une règle graduée en cm ont divisé ces côtés en 7 parties, plaçant ainsi sur le cadre d'origine des points de repère n'ayant rien à voir avec ceux qui leur étaient donnés sur le cadre de la reproduction.
La figure ci-contre montre ce qui en est résulté.

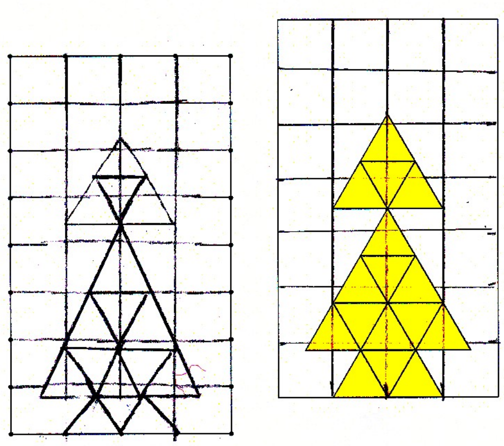


Fig. 10.47

10.3.6 Item 6

Si l'on devait examiner cette question simplement sous un angle réussite – échec, on la considérerait sans aucun doute comme fort bien réussie, puisque une écrasante majorité des élèves (environ 80%) estime correctement que la figure rose a une plus grande aire que le carré bleu. Aussi notre intérêt se porte-t-il sur deux autres comportements que la question permet d'étudier : d'une part la procédure appliquée pour comparer les deux formes et en particulier, déterminer l'aire du carré bleu, d'autre part la formulation de la justification.

La comparaison des deux aires

La méthode de calcul de cette aire la plus fréquemment utilisée (environ 30% des élèves) associe les techniques de dénombrement et de puzzle. Les deux extraits suivants sont représentatifs de cette méthode, tout en utilisant des registres d'expression différents :

le rose en possède 10
le bleu possède 4 carrés + (8 demi) [4 carrés] + (4 quart) [1 carré] = 9 carré

Fig. 10.48

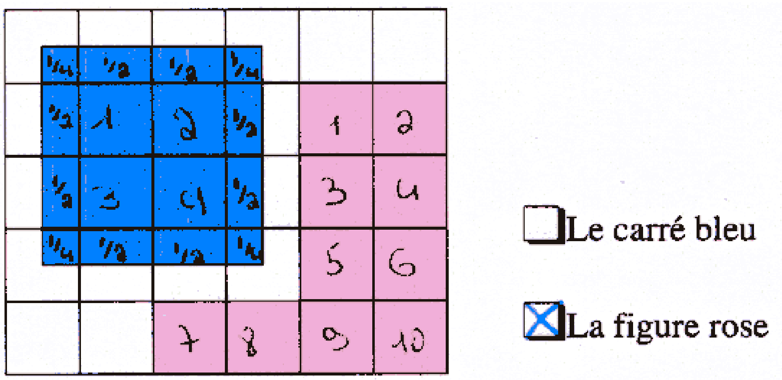


Fig. 10.49

Quelques élèves élaborent un puzzle qui leur permettrait facilement de procéder au dénombrement… mais estiment sans doute cette phase inutile.

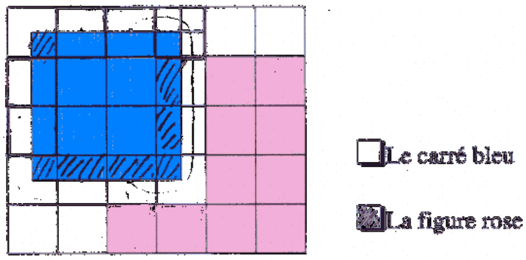


Fig. 10.50

Environ 10% des élèves appliquent des formules (*Fig. 10.51*).
La plupart d'entre eux soit « cafouillent », soit confondent aire et périmètre et comparent les périmètres plutôt que les aires.

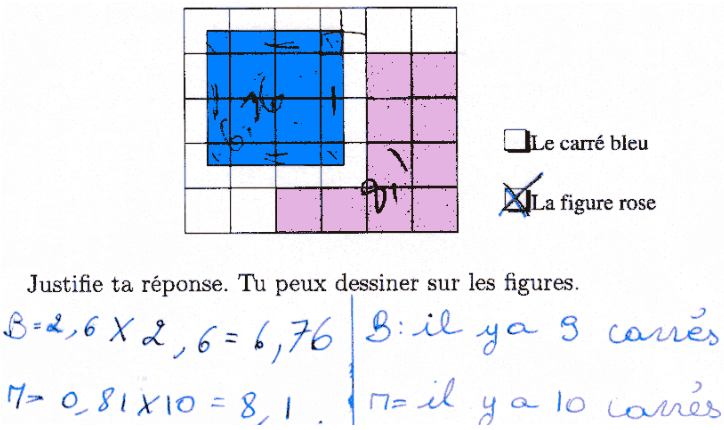


Fig. 10.51

Un élève ne confond peut-être pas les deux notions, mais leur attribue des propriétés fausses.

Fig. 10.52

La réponse d'un autre élève nous interpelle fortement :

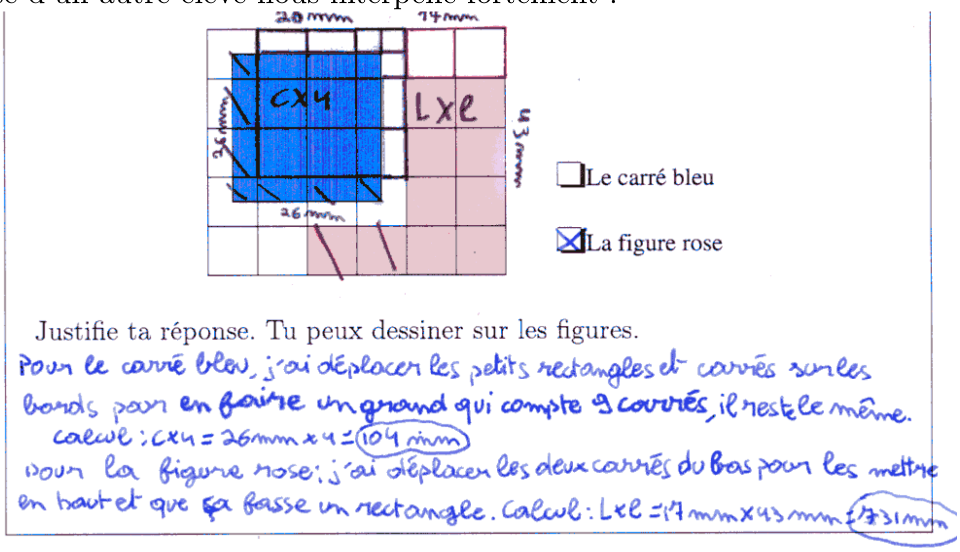


Fig. 10.53

Cet élève s'exprime beaucoup mieux que la plupart de ses camarades. Il ne commet que deux fautes d'orthographe. Sa vision géométrique est excellente puisqu'il a imaginé un puzzle parfaitement correct, remplaçant les deux formes données par des formes familières et bien placées sur le quadrillage, ce qui permet de comparer leurs aires soit par dénombrement, soit par l'application des formules usuelles. Après avoir ainsi fait étalage de ses capacités, à l'occasion d'une activité peu courante dans les classes, il choisit d'appliquer des formules qui peuvent être qualifiées de routinières et commet alors une bourde extraordinaire en utilisant la formule du périmètre pour le carré et celle de l'aire pour le rectangle !

Pour clore ce point, mentionnons encore une autre démarche de certains élèves qui translatent mentalement le carré bleu de façon à placer ses bords sur les lignes du quadrillage, ce qui leur donne l'aire directement en les dispensant de la manipulation de fractions de carrés ou de l'élaboration d'un puzzle. Les extraits suivants illustrent cette démarche que les enfants — ne connaissant ni les mots mathématiques corrects, ni les notions qu'ils manipulent — expliquent comme ils le peuvent :

Alors dansma tête j'ai mis le carré bleu comme
y faut et j'ai compté le nombre de carré
car ils ont la même aire

Fig. 10.54

la figure rose possède 10 carrés
et en déplacant le carré bleu il a 9 carrés

Fig. 10.55

La figure rose a 10 petits carres.
si on colle le carré bleu à la figure rose
on peut voir que le carré bleu a 9 petits carrés

Fig. 10.56

Les justifications fournies par les élèves

Nous pourrons être assez brefs sur ce point, car nous avons déjà reproduit de nombreuses justifications dans ce qui précède.

Commençons par préciser que nous avons considéré que la réponse « la figure rose » était correctement et complètement justifiée lorsque l'élève avait fourni un raisonnement complet, correct se terminant par la mention *explicite* des valeurs des aires (généralement sous la forme « 9 carrés » pour l'une et « 10 carrés » pour l'autre). Le pré-test de notre expérience n'étant pas destiné à évaluer les élèves, nous pouvions nous permettre d'être assez strict dans nos exigences.

Ceci étant dit, nous constatons que si environ 80% des élèves fournissent la bonne réponse, seuls 20% produisent une justification complète et correcte, et environ 35% une justification partielle et sans erreur. Par contre la justification de 30 % des élèves est erronée (alors qu'il n'y a que environ 15% des élèves qui choisissent la réponse fausse « le carré bleu »). On compte aussi un peu plus de 10% des élèves qui ne fournissent aucune justification.

Ainsi les résultats à cette question ne sont pas aussi satisfaisants qu'on aurait pu le croire au seul vu du pourcentage de bonnes réponses. Bien entendu le caractère incomplet ou l'absence de formulation écrite d'une justification ne trahissent pas nécessairement une déficience d'ordre mathématique. Elles peuvent aussi être des éléments d'un phénomène plus grave qui affecte un élève donné dans l'ensemble de ses activités scolaires. Seul l'instituteur titulaire de la classe pourrait fournir des indications à ce sujet.

10.4 Des comportements de réussite ou d'échec

Dans les sections précédentes, nous avons rencontré divers « comportements » d'élèves pouvant être associés, peu ou prou, à la réussite ou à l'échec. Par exemple, à l'item 1, nous avons noté que les élèves ayant choisi le mode *numérique* ont plutôt tendance à produire une réponse erronée.

Dans le but d'examiner ces comportements de façon plus systématique et surtout d'essayer de les *structurer* en vue de mettre en évidence leurs relations réciproques, nous avons utilisé une technique statistique appelée l'*analyse statistique implicative*.

Les principes de cette technique sont expliqués à l'annexe B. Le lecteur trouvera également au paragraphe B.3 les détails de l'analyse implicative du pré-test. Nous en présentons ici les conclusions.

10.4.1 Les comportements d'échec

L'analyse implicative met en évidence divers comportements qui sont associés à des échecs aux questions correspondantes.

On remarque d'abord une série de comportements d'échecs ayant des relations d'implication entre eux : ceux des items 1, 2 et 6. Il s'agit essentiellement des comportements consistant à mesurer des longueurs et à faire divers calculs (notamment de périmètres) à partir de ces mesures. Il n'y a rien d'étonnant à ce qu'aux trois items 1, 2 et 6 apparaissent des comportements d'échec analogues, vu qu'il portaient tous trois sur la comparaison des aires de deux figures différentes. Comme on l'a indiqué précédemment, ces items étaient plus faciles à traiter par comptage ou découpage que par l'usage de formules toutes faites. Il est donc assez normal que l'usage de formules n'ait pas été fructueux. On ne peut en déduire que les élèves en général ne connaissent pas ou ne maîtrisent pas les formules de calcul des aires, mais uniquement que ceux qui ont voulu les appliquer à ces items 1, 2 et 6 ne les maîtrisaient pas suffisamment pour se rendre compte qu'il valait mieux ne pas les appliquer.

Les comportements d'échec aux items 3, 4 et 5 sont isolés.

- À l'item 3, l'échec principal consiste en une justification insuffisante.
- À l'item 4, certains élèves dessinent des formes non carrées et/ou des carrés de taille supérieure à 3×3 (le premier de ces comportements impliquant le second).
- À l'item 5, l'erreur consiste à produire un dessin incomplet.

10.4.2 Les comportements de réussite

De même que les trois items 1, 2 et 6 étaient associés en ce qui concerne les comportements d'échec, ils le sont aussi — et très fortement — pour les comportements de réussite. Ces comportements sont ceux qui consistent à apposer des marques supplémentaires sur les figures, des marques qui visiblement servent à supporter le raisonnement puisqu'elles entraînent la réussite. Dans le même groupe, on trouve également le fait d'utiliser à l'item 6 une méthode de résolution qui combine un dénombrement et un puzzle.

Les méthodes de découpage et de recomposition aux items 1 et 2 ne sont pas loin des précédentes, mais néanmoins un peu isolées. Ces items sont plus faciles à résoudre par dénombrement.

Un élément remarquable est le rôle joué par le comportement lié à la perception globale à l'item 5. Ce comportement, un des moins fréquents — ce qui indique que c'est un des plus difficiles à acquérir — entraîne non seulement la réussite à l'item 5, mais aussi aux items 2 et 6, ainsi que la méthode par dénombrement et puzzle à cet item 6 et le fait de produire un carré 1×1 à l'item 4. Ce carré apparaît plus rarement que les carrés 2×2 et 3×3. Les élèves qui pensent à le dessiner ont compris qu'il s'agit d'un cas « limite » d'une famille générale. Ils font ainsi preuve d'une certaine maturité mathématique. Que la perception globale soit liée à ce comportement est donc particulièrement intéressant.

D'autres comportements jouent également un rôle intéressant. Il s'agit
- d'apposer des marques pertinentes sur la figure à l'item 6,
- de procéder par découpage et recomposition à l'item 1,
- de fournir une justification partielle, mais sans erreur à l'item 6,
- de dessiner des traits de construction et de les respecter, à l'item 5.

Avec la perception globale, ces comportements pourraient constituer les composantes de base d'une bonne réussite à ce pré-test. On constate en effet que, ensemble, ils entraînent tous les comportements de réussite.

On notera aussi que ces cinq comportements correspondent à cinq facettes différentes de l'activité de l'élève.

10.5 La population testée est-elle initialement homogène ?

Dans cette section, nous essayons de déterminer si la population d'élèves ayant participé à notre expérimentation était ou non homogène au moment de la passation du pré-test. Une telle vérification s'impose car le principe expérimental utilisé, c'est-à-dire la comparaison des performances d'un groupe expérimental ayant été confronté à certaines activités à celles d'un groupe témoin qui n'y a pas été confronté, doit tenir compte d'une éventuelle non homogénéité de l'ensemble de la population testée. On sait que de grands écarts de performances peuvent exister entre des classes situées dans des contextes socio-culturels différents.

Nous allons donc profiter du pré-test pour déterminer si nos deux groupes, sont ou non proches l'un de l'autre. Diverses méthodes statistiques (notamment l'analyse de variance) sont généralement utilisées dans ce but. Pour ne pas alourdir les aspects techniques de ce travail, nous procéderons à une comparaison élémentaire des taux de réussite des deux groupes aux différents items, complétée par des tests d'indépendance.

10.5.1 La comparaison des taux de réussite

Cette comparaison ne nécessite que la lecture du tableau suivant, qui présente les fréquences des réussites dans les deux groupes.

	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6
Gr. Témoin	92%	69%	92%	88%	88%	29%
Gr. expé.	80%	61%	89%	34%	88%	11%
χ^2	3,08	0,73	0,26	32,7	0,01	5,92

Ces chiffres sont éloquents : à part à l'item 5, le taux de réussite du groupe expérimental est toujours inférieur à celui du groupe témoin. Cependant, moins les effectifs des deux groupes comparés sont importants, plus la différence entre les taux doit être forte pour être significative. Il est donc utile d'effectuer un test statistique. Le plus simple est le test d'indépendance du χ^2, dont on trouvera une description dans n'importe quel ouvrage de statistique. Le test consiste à calculer un paramètre, appelé χ^2, et de comparer la valeur obtenue à des valeurs de référence (mentionnées dans des tables *ad hoc*) associées à des *seuils de signification*. Dans notre cas, les valeurs de référence les plus utilisées sont
- au seuil 0,9 : 2,706
- au seuil 0,95 : 3,841
- au seuil 0,99 : 6,635

Par exemple à l'item 3, nous trouvons un χ^2 qui vaut 0,26, ce qui est inférieur à la valeur de référence au seuil 0,9 (2,706). On dit alors que la différence entre les deux taux de 92 % et de 89 % n'est pas significative au seuil 0,9. Autrement dit, on considère que les deux groupes ont des performances semblables à cet item, car en considérant qu'elles sont différentes le risque d'erreur serait supérieur à 0,1.

Par contre, à l'item 4, en considérant que les performances sont différentes, le risque d'erreur est inférieur à 0,01 puisque la valeur du χ^2, (32,7) est plus grande (et même beaucoup plus grande) que la valeur de référence au seuil 0,99.

Dans la suite, nous considérerons comme significatives les différences de taux pour lesquelles la valeur du χ^2 est supérieure à 3,841 (seuil 0,95).

Dans le tableau qui précède, nous ne repérons alors de différences significatives, à l'avantage du groupe témoin, qu'aux items 4 et 6.

Comparons ensuite les taux des deux groupes aux cinq comportements fondamentaux cités précédemment.

	Découpage et recomposition à l'item 1	Traits de construction respectés à l'item 5	Perception globale à l'item 5	Justification partielle à l'item 6	Apposition de marques pertinentes à l'item 6
Gr. Témoin	20%	49%	29%	35%	14%
Gr. expé.	20%	46%	4%	36%	2%
χ^2	0	0,07	13,3	0	5,5

Cette fois, nous constatons que pour trois des cinq comportements, les valeurs χ^2 sont nulles ou quasi-nulles. Elles sont supérieures à 3,841 pour la perception globale à l'item 5 et l'apposition de marques pertinentes sur la figure à l'item 6. Nous ne pouvons cependant pas tenir compte de ces deux faits car seulement deux élèves du groupe expérimental ont eu le premier de ces deux comportements et un seul a eu le second. Avec des effectifs aussi faibles, le test n'est plus fiable.

Pour avoir une vue complète, nous avons relevé pour les comportements de réussite toutes les différences significatives au seuil (au moins) 0,95.

Nous constatons ainsi que

- les élèves du groupe témoin ont des performances significativement meilleures que celles du groupe expérimental en ce qui concerne
  - la réussite à l'item 4 (production des carrés 1×1, 2×2 et 3×3) ;
  - la production du carré 3×3 à l'item 4 ;
  - la prise en compte des graduations du cadre à l'item 5 ;
  - la réussite, y compris la justification, à l'item 6.

  Les trois premiers de ces comportements relèvent de la perception visuelle. Il est à noter que la simple réussite, c'est-à-dire non compris la justification, à l'item 6 ne donne pas lieu à une différence significative entre les deux groupes. En fait, à l'item 6, le fait de produire une justification correcte entraîne toujours la réussite, c'est donc cette aptitude à la justification qui établit une différence entre les deux groupes.

- Les élèves du groupe expérimental ont des performances significativement meilleures que celles du groupe témoin en ce qui concerne
  - le comptage de triangles à l'item 2 ;
  - la procédure par découpage et recomposition à l'item 2.

  Ces deux démarches sont plutôt de type procédural, bien que la seconde nécessite également une bonne perception.

En définitive, des différences entre les deux groupes existent, mais elles sont relativement faibles et non systématiques. On pourrait difficilement affirmer catégoriquement que le groupe témoin a de meilleurs résultats que le groupe expérimental.

Chapitre 11

Un post-test en sixième primaire (2005–2006)

11.1 L'objectif du test

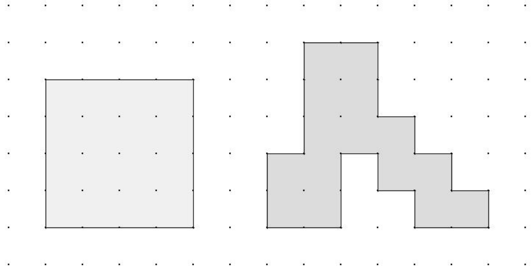
L'objectif du post-test est double : contrôler la stabilité des comportements relevés lors du pré-test et étudier leur évolution à la suite d'un apprentissage. À la fin de ce chapitre, nous essaierons de déterminer les différences éventuelles entre les deux groupes, témoin et expérimental, détectées par le post-test à la suite des activités décrites au chapitre 8.

11.2 Les énoncés

Pour faciliter la comparaison des résultats au pré-test et au post-test, les questions de ce dernier sont semblables à celles du pré-test. De plus, elles sont dans le même ordre.

– Item 1

Défi 1 – Ces deux figures ont-elles la même aire ?



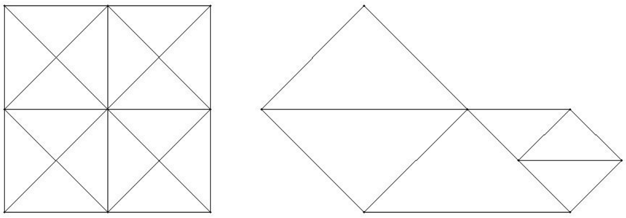
❑ Oui

❑ Non

Explique comment tu as procédé et justifie ta réponse. Tu peux dessiner sur les figures.

– Item 2

Défi 2 – Et ces deux autres figures, ont-elles la même aire ?



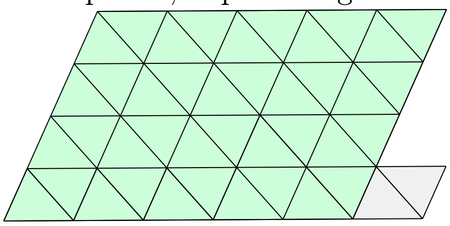
☐ Oui

☐ Non

Explique comment tu as procédé et justifie ta réponse. Tu peux dessiner sur les figures.

– Item 3

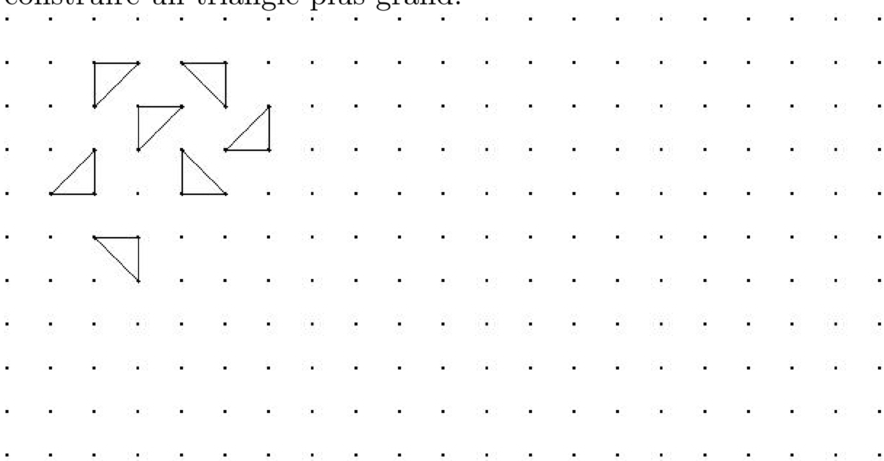
Défi 3 – Combien de parallélogrammes gris faut-il pour recouvrir complètement, sans dépasser, le parallélogramme vert ?



Il faut... parallélogramme(s) gris pour recouvrir entièrement le parallélogramme vert.
Explique comment tu as procédé et justifie ta réponse. Tu peux dessiner sur les figures.

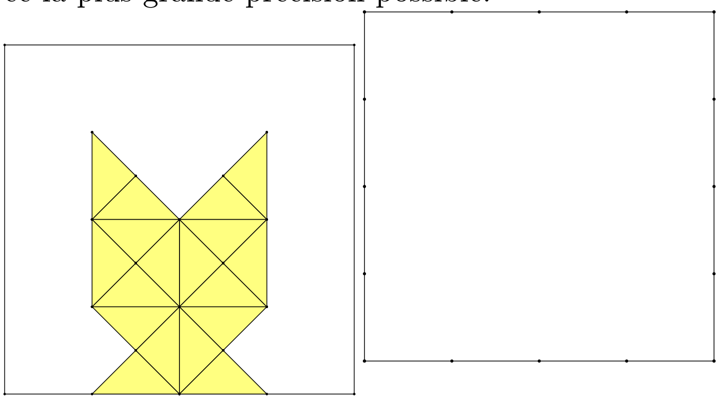
– Item 4

Défi 4 – Voici quelques petits triangles. Il est possible de construire des triangles plus grands en assemblant plusieurs petits.
Peux-tu assembler deux petits triangles pour en construire un plus grand ? Dessine-le. Fais de même avec trois petits triangles, puis quatre, puis cinq, puis six. Tu dois toujours les assembler pour construire un triangle plus grand.



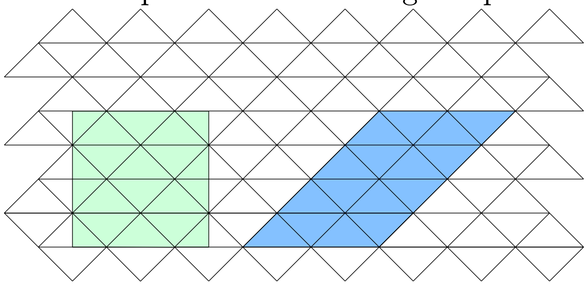
– Item 5

Défi 5 - Les deux grands carrés sont identiques. Reproduis dans le carré de droite le dessin contenu dans le carré de gauche. Fais cela avec la plus grande précision possible.



– Item 6

Défi 6 – Laquelle de ces deux figures possède la plus grande aire ?



- ☐ Le carré vert
- ☐ Le parallélogramme bleu

Explique comment tu as procédé et justifie ta réponse. Tu peux dessiner sur les figures.

11.3 Analyse des items

Ce post-test a été proposé aux mêmes classes que le pré-test au cours du mois de mai 2006. Par le jeu des présences-absences, ce sont cette fois 111 copies d'élèves qui ont été recensées, encodées et analysées.

11.3.1 Items 1 et 2

Ces deux items ont un taux de réponse correcte fort élevé puisqu'il atteint 91% pour l'item 1 et 82% pour l'item 2. Aussi notre attention s'est-elle portée sur les modes de raisonnement utilisés. Comme lors du pré-test, trois modes sont possibles. Pour les détails y relatifs, nous renvoyons le lecteur au paragraphe 10.10.3.1, page 345.

Comme lors du pré-test également, le mode quantitatif est le plus utilisé : à l'item 1, 71 des 102 réponses correctes (70%) sont obtenues par cette méthode, à l'item 2, il en est ainsi pour 48 des 92 réponses correctes (52%).

La méthode qualitative (le puzzle) est moins utilisée (15 sur 102 à l'item 1 et 15 sur 92 à l'item 2), mais les élèves qui utilisent cette technique semblent faire moins d'erreur. Toutefois, seulement neuf élèves ont conservé cette technique pour les deux items.

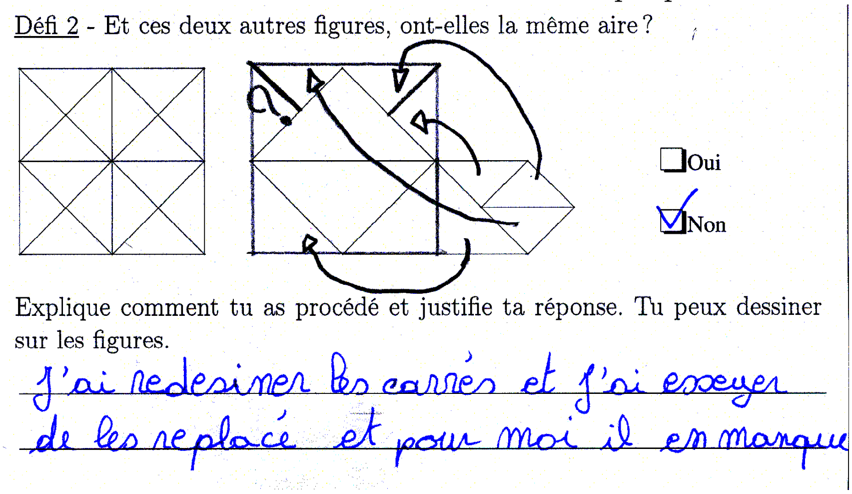


Fig. 11.1

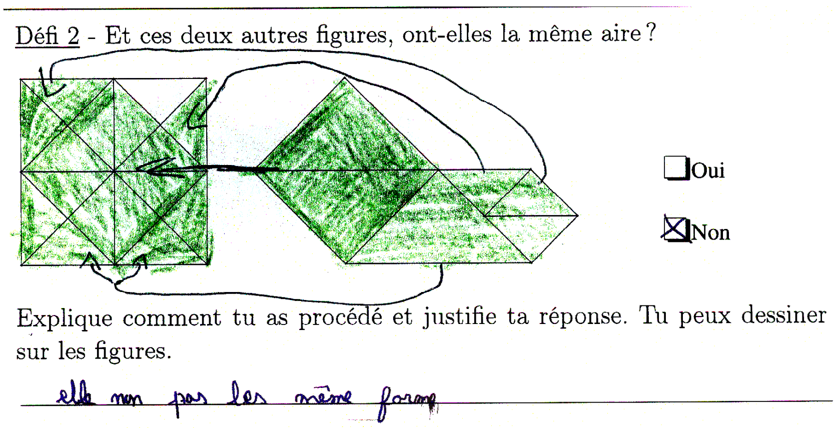


Fig. 11.2

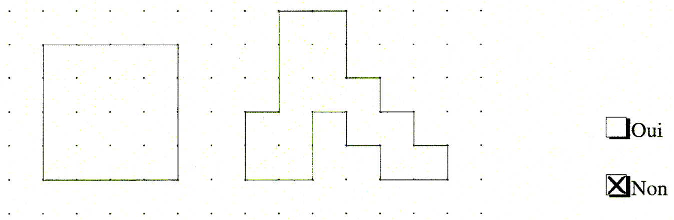
Soulignons que la méthode du comptage sautait aux yeux pour le premier item et non pour le deuxième.

Nous avons aussi constaté que 66 élèves sur 111 conservent la même technique pour répondre aux items 1 et 2 et 23 élèves changent de technique. Pour les 22 élèves restant, aucune conclusion n'est possible, soit parce qu'il n'y a pas de réponse, soit parce que la justification n'est pas claire.

Quelques remarques

1. Quand le mode raisonnement utilisé est de type numérique (utilisation de formules), la réponse fournie n'est jamais correcte.
2. Il est important de noter qu'à l'item 1, le coefficient de corrélation entre le fait d'avoir une réponse correcte et celui de tenir un raisonnement correct n'est que de 0,56. En effet, 10 réponses correctes sont accompagnées d'un raisonnement faux et

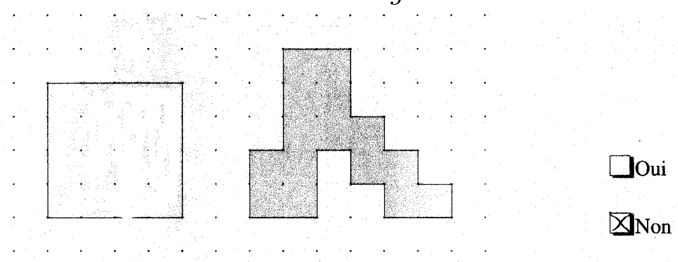
5 autres d'un raisonnement douteux. Donc, au total 15 réponses « correctes » sur 102, soit 15% , ne reposent pas sur une justification acceptable.



Explique comment tu as procédé et justifie ta réponse. Tu peux dessiner sur les figures.

Parce qui si on ajoute des côtés pour former un carré, ils n'ont pas la même aire.

Fig. 11.3



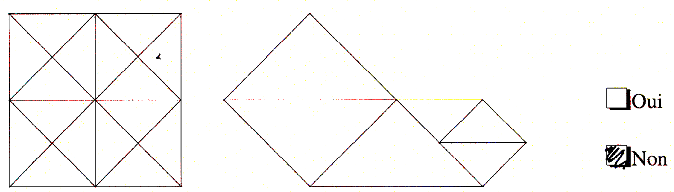
Explique comment tu as procédé et justifie ta réponse. Tu peux dessiner sur les figures.

Le carré à quatre côté égaux et l'autre forme a six- huite côté inégaux

Fig. 11.4

Une constatation analogue est valable pour l'item 2 : 14 réponses correctes sont accompagnées d'un raisonnement faux et 13 autres d'un raisonnement douteux. Un total de 27 réponses « correctes » sur 92 cette fois, soit 29%, ne reposent pas non plus sur une justification acceptable.

Défi 2 - Et ces deux autres figures, ont-elles la même aire ?



Explique comment tu as procédé et justifie ta réponse. Tu peux dessiner sur les figures.

J'ai compté (quoi ? je sais pas dire).

Fig. 11.5 Raisonnement douteux !

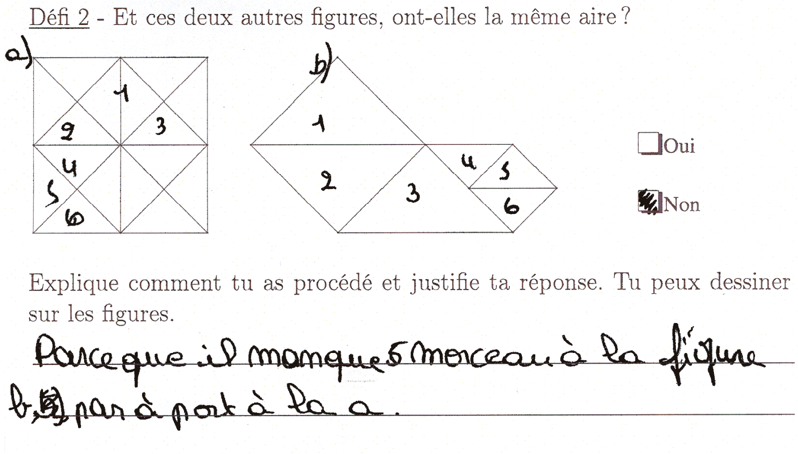


Fig. 11.6

Ces quatre figures illustrent la possibilité qu'une réponse soit correcte alors que la justification n'est pas acceptable. On ne peut exclure que dans certains cas, la déficience de cette justification soit due à des difficultés d'expression.

3. Deux traitements particuliers de la deuxième question :

   (a) Trois élèves ont effectué un comptage par « grands triangles ».

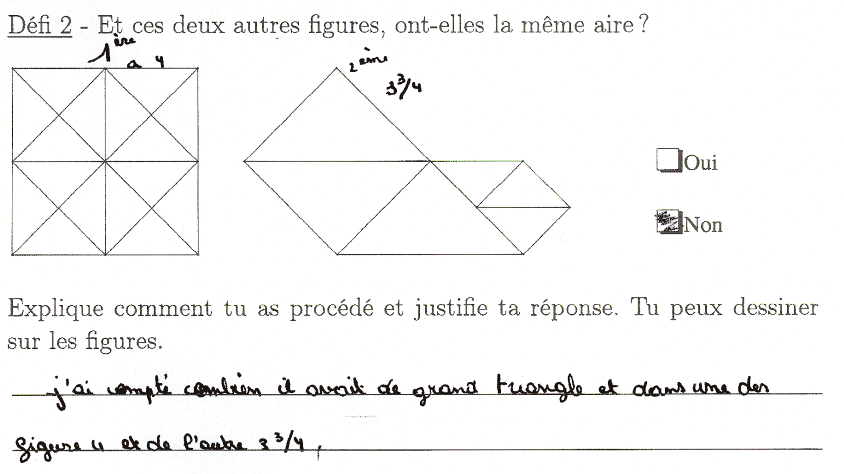


Fig. 11.7

   (b) Un élève a calculé, correctement, l'aire de chaque pièce.

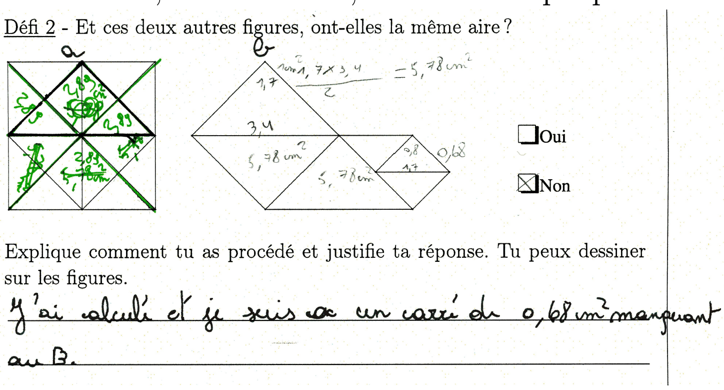


Fig. 11.8

11.3.2 Item 3

Pour ce troisième item, les élèves doivent évaluer le nombre de « petits parallélogrammes » nécessaires pour recouvrir un « grand parallélogramme ». Si cette tâche est semblable à celle de l'item 3 du pré-test, elle ne peut ici être assimilée au calcul d'une aire, les élèves n'étant pas habitués à utiliser un parallélogramme quelconque comme unité d'aire.

Comme lors du pré-test, nous observons trois types de raisonnements à savoir, le mode quantitatif global (les élèves repèrent directement les petits parallélogrammes), le mode numérique et le mode quantitatif atomisé (les élèves comptent tous les triangles).

Pour cet item, 83% des élèves ont un résultat exact. La méthode la plus fréquemment utilisée est comme lors du pré-test le mode quantitatif global. En effet 82% des élèves ayant fourni une réponse correcte l'ont mise en œuvre.

Les justifications des élèves sont fort semblables à celles utilisées pour l'item n°3 du pré-test. Par exemple certains numérotent les petits parallélogrammes, . . .

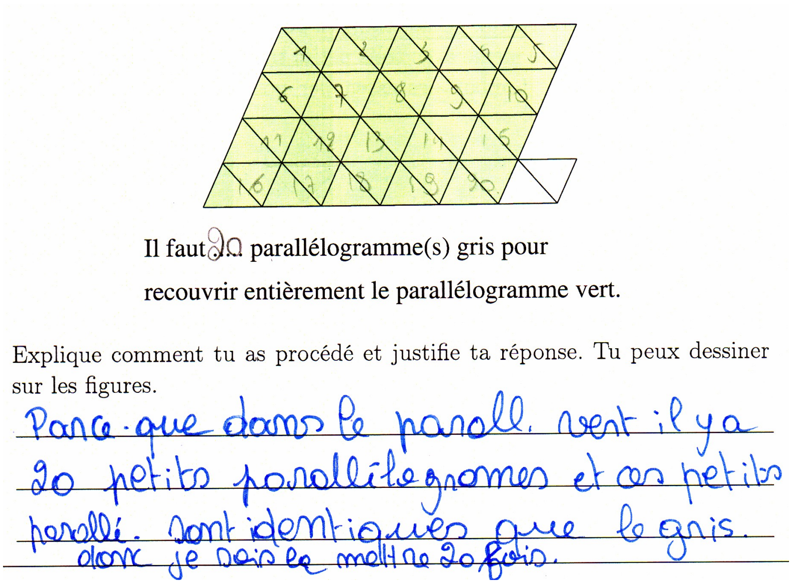


Fig. 11.9

On retrouve un phénomène déjà rencontré lors du pré-test, que nous avions associé à l'expression « combien de fois plus grand que ? ». Cette fois, cette expression n'avait pas été utilisée. Voyez cependant :

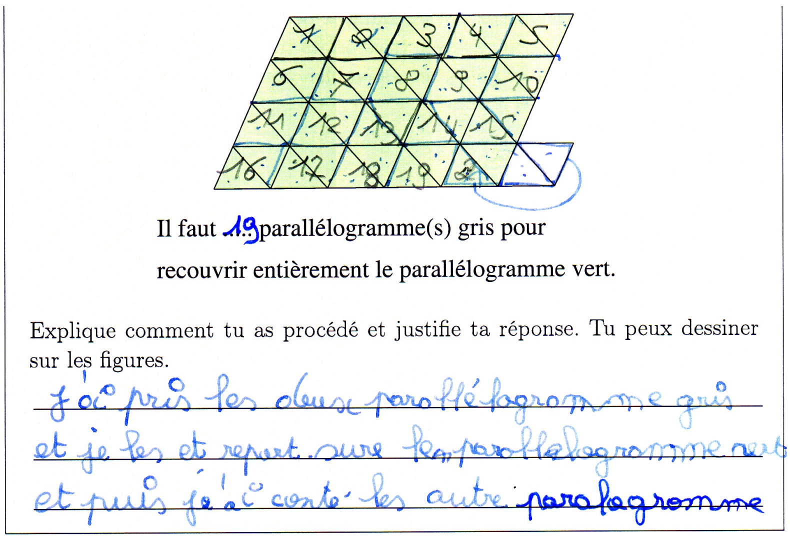
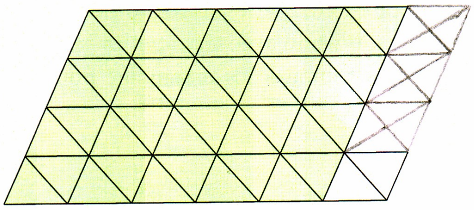


Fig. 11.10

Le verbe « recouvrir » n'est pas toujours bien compris non plus. En voici deux interprétations inattendues :

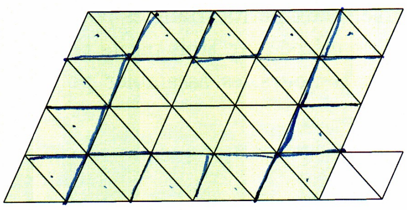


Il faut 24 parallélogramme(s) gris pour recouvrir entièrement le parallélogramme vert.

Explique comment tu as procédé et justifie ta réponse. Tu peux dessiner sur les figures.

J'ai tracé une diagonales des parallélogramme et puis j'ai pris la moitié de cette diagonale pour pouvoir tracé la deuxième diagonale et puis j'ai relié parties manquantes.

Fig. 11.11



Il faut 15 parallélogramme(s) gris pour recouvrir entièrement le parallélogramme vert.

Explique comment tu as procédé et justifie ta réponse. Tu peux dessiner sur les figures.

J'ai compté combien on pouvait en mettre (le contour)

Fig. 11.12

Peu d'élèves (exactement 8) utilisent le mode quantitatif-atomisé : compter les triangles puis diviser par 2.

Pour commencer, j'ai compté tout les triangles vert et comme 2 triangle vert sont égale a un paralélogramme, j'ai tout divisé par 2.

Fig. 11.13

Comme à l'item 3 du pré-test, certains élèves (également 8) utilisent une méthode numérique, par multiplication. Comme on l'a remarqué au début de cette section, il ne s'agit cependant pas ici d'appliquer une formule donnant l'aire d'un parallélogramme. Simplement, les élèves remarquent que le grand parallélogramme vert comporte 4 rangées horizontales de 5 petits parallélogrammes.

11.3.3 Item 4

Cette question est un peu un piège dans la mesure où on demande de construire des triangles en assemblant deux, trois, quatre, cinq ou six des triangles donnés, alors que les assemblages triangulaires de trois, cinq ou six triangles de ce type sont impossibles. Douze élèves signalent explicitement au moins deux de ces trois impossibilités alors qu'on ne leur demandait pas cette information, ce qui est une iniative à considérer comme très positive. D'autres se contentent de mentionner « avec 3 (ou 5 ou 6), je n'arrive pas ».

Le tableau suivant mentionne le nombre d'élèves ayant construit des assemblages de 2, 4, 8 ou plus de 8 triangles.

Nombre de triangles	2	4	8	plus de 8
Nombre d'élèves	85	41	30	14
%	76	37	27	13

Il reste à signaler que 26 élèves, soit 23% du total réalisent des assemblages de triangles qui ne répondent pas à la question : soit ce ne sont pas des triangles, soit l'une des pièces est déformée pour que l'assemblage soit triangulaire.

C'est en particulier le cas des assemblages de cinq triangles : le triangle « au sommet » n'est pas identique aux autres.

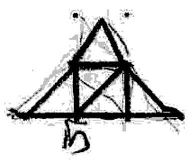


Fig. 11.14

11.3.4 Item 5

Des modes de perception et de reproduction

Nous avons bien entendu porté une attention particulière aux modes de perception détectables à travers les réponses à cet item. Comme au pré-test, nous avons distingué les modes de perception *atomisé*, *local* et *global*, avec approximativement les fréquences suivantes : 30%, 55% et 10 à 15%.

Si on compare ces pourcentages à ceux qui ont été mentionnés pour le pré-test, c'est-à-dire 40%, 40% et de 15 à 20%, on constate donc une certaine diminution du mode atomisé, correspondant à une augmentation du mode local. Le mode global serait soit en légère diminution, soit resterait stable.

Il convient cependant de nuancer ces constatations car il est apparu lors du dépouillement que la distinction entre mode atomisé et mode local était plus difficile à opérer que lors du pré-test. En effet, la forme à reproduire par les élèves ne comporte pas trois grandes parties comme la poupée du pré-test.

On a néanmoins l'impression que chez certains élèves, aucune structure n'apparaît : soit des sous-formes sont dessinées indépendamment l'une de l'autre, soit le dessin est un ensemble de traits plus qu'un ensemble de formes.

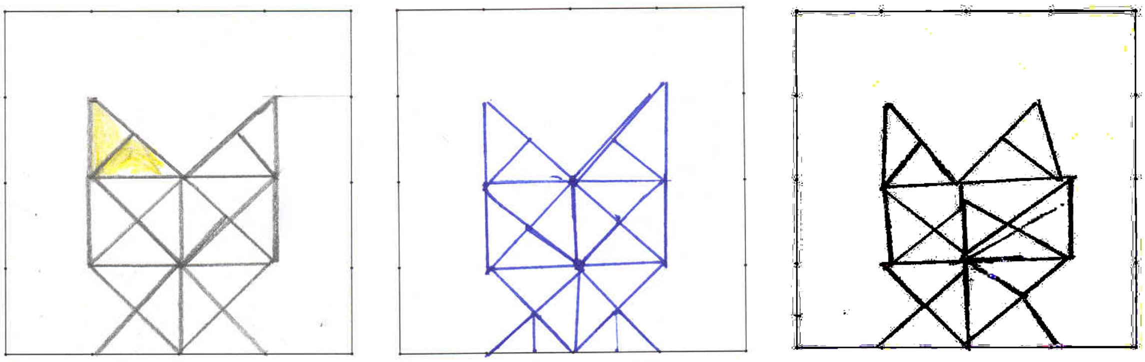


Fig. 11.15

Beaucoup d'élèves ont tracé sur leur feuille le quadrillage déterminé par les graduations qui étaient portées sur le cadre. On peut supposer qu'ils ont été influencés par la présence sur la figure à reproduire de deux carrés et de leurs diagonales. On a considéré que pour ces élèves, le quadrillage en question induisait une structuration « interne » de la figure et on a attribué à la plupart d'entre eux un mode de perception (et de reproduction) local, leurs dessins étant réalisés à l'intérieur des carrés du quadrillage.

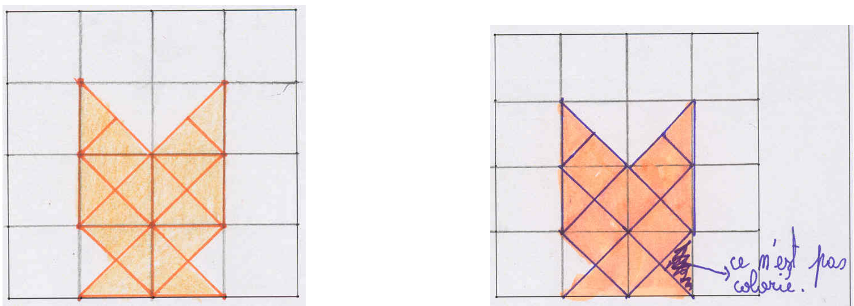


Fig. 11.16

A première vue, la figure ci-contre pourrait être classée dans la même catégorie que les deux précédentes, étant dessinée à partir du même quadrillage.
Néanmoins un examen attentif fait apparaître que les obliques ont un rôle dominant dans la reproduction. Cette caractéristique correspondait dans le pré-test au mode global de perception. Aussi avons-nous attribué ce mode global à l'élève auteur de la figure.

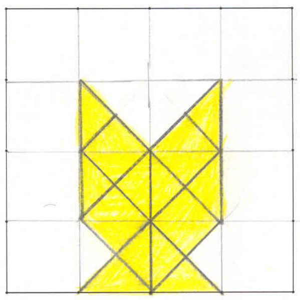


Fig. 11.17

Le mode global est également présent chez les sept élèves ayant tracé le quadrillage déterminé par les obliques parallèles aux diagonales. Rappelons que lors du pré-test, un seul élève avait utilisé l'équivalent de ce schéma qui correspond à une structuration reliant harmonieusement les traits marquants de la figure au contexte externe.

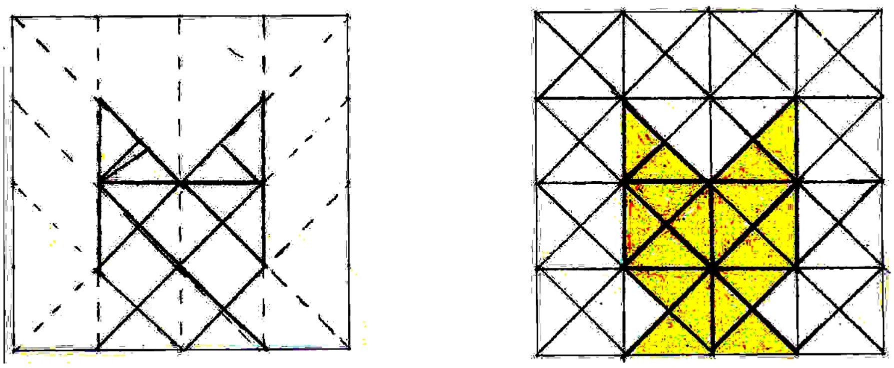


Fig. 11.18

Les figures reproduites dans cette section sont pour la plupart des figures typiques ne posant pas trop de problèmes d'interprétation. On trouve aussi, comme lors du pré-test des figures hybrides, des figures aberrantes, des figures imprécises... Nous ne pouvons pas non plus écarter la possibilité d'une perturbation due au décalage en hauteur entre la figure à reproduire et sa reproduction. Le phénomène est néanmoins moins clair qu'au pré-test.

11.3.5 Item 6

Les résultats à cette question se laissent résumer en quelques chiffres :

- Un peu moins de 50% des élèves répondent que les deux figures ont même aire.
- Un peu moins de 25% estiment que le carré vert est plus grand.
- Environ 30% considèrent que le parallélogramme bleu est plus grand.

La question est donc beaucoup moins bien réussie que lors du pré-test. Sans doute beaucoup d'élèves ont-ils été perturbés par la forme « piège » de l'énoncé : une question telle que « Laquelle de ces deux figures possède la plus grande aire ? » détourne certains élèves de la réponse « Les aires sont les mêmes » et cela d'autant plus que la bonne réponse ne figurait pas parmi les cases à cocher. On mesure ainsi l'instabilité des connaissances des élèves et sans doute aussi leur manque de confiance en eux-mêmes.

Pour l'essentiel (62 élèves sur 111), la méthode de comparaison des aires des deux figures repose sur le dénombrement des triangles qui les constituent. Ceci explique certaines des réponses « le carré vert est plus grand » : leurs auteurs ont dénombré vingt triangles en ne tenant pas compte de ce qu'ils sont de tailles différentes. Ceux qui s'en rendent compte regroupent les « petits triangles », réalisant ainsi (souvent implicitement) des puzzles, une technique apparaissant dans trente-cinq copies.

Seulement sept élèves se réfèrent aux méthodes usuelles de calcul des aires d'un carré ou d'un parallélogramme. (D'autres disent « j'ai mesuré » ou « j'ai calculé » sans préciser.)

Les résultats ne sont guère probants :

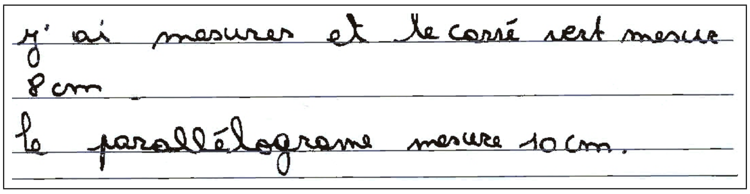


Fig. 11.19

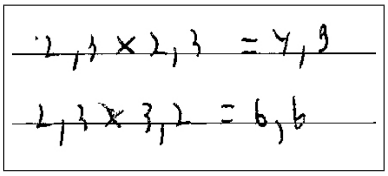


Fig. 11.20

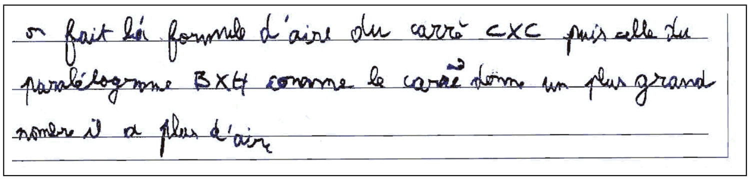


Fig. 11.21

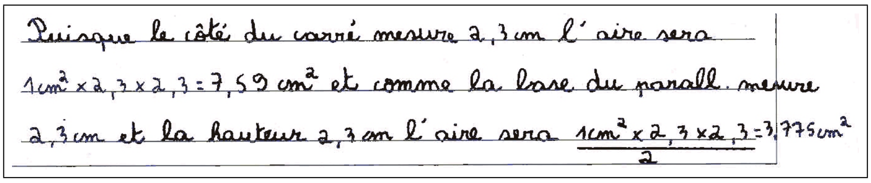


Fig. 11.22

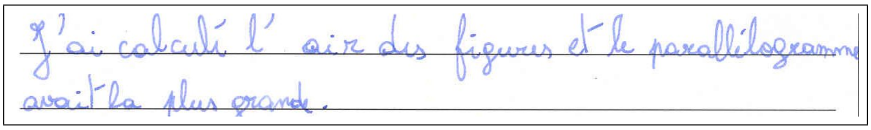


Fig. 11.23 Cet élève calcule l'aire du parallélogramme en multipliant les longueurs des deux côtés.

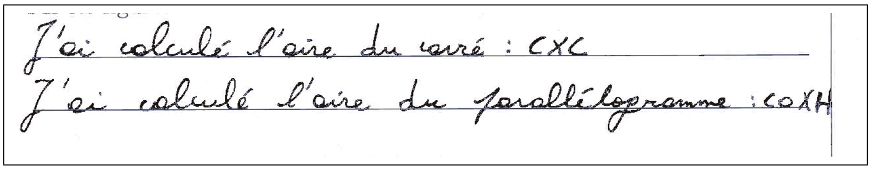


Fig. 11.24

11.4 Des comportements de réussite ou d'échec

Comme au chapitre 10, nous avons utilisé l'analyse statistique implicative en vue d'étudier en profondeur les résultats du post-test. Nous en présentons ici les conclusions.

11.4.1 Les comportements d'échec

En examinant item par item, les comportements liés à l'échec on constate d'abord que l'importance des comportements de calcul d'aires par des mesures de longueurs ou l'application de formules a fortement diminué. Seul l'item 6 est encore sujet à ce phénomène.

On voit ensuite apparaître un comportement d'échec à l'item 4 : le fait de produire un assemblage de triangles non conforme à la consigne. De plus les élèves qui commettent cette erreur ont une certaine tendance à produire un dessin inacceptable à l'item 5 et à considérer que le parallélogramme bleu de l'item 6 a une aire plus grande que celle du carré vert. L'association de cette mauvaise comparaison des aires à une erreur qui relève typiquement de la perception des formes donne à penser que certains élèves ont comparé au jugé les aires des deux formes de l'item 6. Ce serait un élément de plus qui montrerait l'importance des phénomènes de perception.

11.4.2 Les comportements de réussite

Ainsi que nous l'avions effectué lors du pré-test, nous avons relevé les comportements de réussite « fondamentaux » c'est-à-dire ceux qui ne sont impliqués par aucun autre, mais par contre impliquent tous les autres.

Nous en avons relevé six :

1. La production d'un assemblage de huit triangles à l'item 4.
2. La mention de l'impossibilité des assemblages de 3, 5 et 6 triangles à l'item 4.
3. L'apposition de marques sur la figure à l'item 5.
4. Le dessin du quadrillage oblique du cadre à l'item 5.
5. La réussite à l'item 6, avec justification correcte et complète.
6. L'apposition de marques sur la figure à l'item 6.

On remarquera que les comportements 1, 2 et 4 de cette liste relèvent de la perception des formes. L'apposition de marques sur les dessins joue à nouveau un rôle important.

On est un peu surpris de trouver dans la liste la réussite à l'item 6 : un tel comportement résulte notamment d'autres comportements. En examinant les résultats de l'analyse implicative de façon approfondie, nous avons pu constater qu'en fait cette réussite à l'item 6 aurait très bien pu être remplacée dans la liste par la perception globale à l'item 5 (encore un phénomène lié à la perception !) : l'implication de ce dernier comportement vers la réussite à l'item 6 a presque l'intensité fixée (arbitrairement) comme seuil.

On remarque aussi que les comportements ainsi qualifiés de fondamentaux sont moins variés au post-test qu'au pré-test. Peut-être la population d'élèves devient-elle plus homogène par rapport à ce test.

Il reste à signaler l'importance du comportement numéro 4 de notre liste (dessin du quadrillage oblique), qui à lui seul en entraîne neuf autres. Le phénomène de perception globale ne nous lâche pas !

11.5 L'impact d'*Apprenti Géomètre*

Comme on l'a signalé en avant-propos de ce rapport, ce n'est pas tant en termes de réussite que nous cherchons à évaluer l'impact d'*Apprenti Géomètre* qu'en termes de comportements et de compétences. En effet, la réussite résulte de l'interaction de compétences diverses, les unes pouvant être influencées par l'utilisation d'*Apprenti Géomètre*, les autres non.

Évaluer l'impact d'*Apprenti Géomètre*, c'est donc d'abord isoler les comportements qui interviennent dans la réussite et c'est à quoi nous nous sommes attachés dans l'analyse des résultats des pré- et post-tests. Il reste à examiner quels sont ceux de ces comportements qui sont différemment présents chez les élèves des deux groupes, témoin et expérimental.

La comparaison, en termes de réussite, des résultats des deux groupes ne nous servira donc que de point de départ.

Rappelons le tableau, élaboré au chapitre 10, qui comparait les taux de réussite du groupe témoin et du groupe expérimental aux différents items du pré-test.

	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6
Gr. Témoin	92%	69%	92%	88%	88%	29%
Gr. expé.	80%	61%	89%	34%	88%	11%
χ^2	3,08	0,73	0,26	32,7	0,01	5,92

Nous allons élaborer un tableau analogue pour le post-test. Une petite difficulté apparaît pour l'item 4 pour lequel il n'est pas tout à fait clair de savoir ce qu'est la réussite. Nous avons décidé de l'attribuer aux élèves ayant à la fois produit un assemblage de deux triangles et un assemblage de quatre triangles.

Le tableau des taux de réussite des deux groupes au post-test est alors le suivant :

	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6
Gr. Témoin	98%	92%	94%	45%	76%	22%
Gr. expé.	88%	77%	75%	23%	63%	9%
χ^2	4,29	4,7	7,3	5,72	2,44	3,35

Si nous comparons les résultats au pré-test et au post-test, nous constatons d'abord que pour les deux premiers items, les résultats sont meilleurs dans les deux groupes au post-test. À l'item 1, le groupe témoin, qui avait déjà un score de 92 % au pré-test, n'aurait guère pu progresser plus qu'il ne l'a fait. Le groupe expérimental gagne 10 %. À l'item 2, le groupe témoin progresse plus que le groupe expérimental, que l'on considère les écarts dans l'absolu ou relativement au point de départ.

À l'item 3, le groupe témoin passe de 92 à 94 %, ce qui n'est guère significatif, mais le groupe expérimental perd 11 %, ce qui l'est plus.

L'item 4 nous concerne plus dans notre évaluation de l'impact d'*Apprenti Géomètre*. En effet, en manipulant le logiciel, les élèves ont d'abord réalisé des assemblages de figures à l'écran, une activité qui est précisément celle demandée par l'item 4. À cet item, les deux groupes voient leur score diminuer. Celui du groupe témoin passe de 86 % à 45 %, soit une diminution de près de la moitié. Quant au score du groupe expérimental, il ne diminue « que » d'un tiers : de 34 % à 23 %.

Aux deux derniers items, les scores diminuent dans les deux groupes :
– à l'item 5, le groupe témoin perd 11 %, le groupe expérimental en perd 22, le double alors que les points de départ étaient presque les mêmes,
– à l'item 6, le groupe témoin perd 9 %, le groupe expérimental en perd 3, ce qui est moins, tant dans l'absolu que relativement aux points de départs respectifs (31 et 12 %).

Pour prendre en compte la ligne qui indique les valeurs du paramètre χ^2, nous devons — comme nous l'avons fait pour le pré-test — écarter les cas où l'un des quatre groupes d'élèves comparés a un effectif trop faible (inférieur à 5), le test cessant alors d'être fiable. Ceci nous amène à éliminer la réussite aux trois premiers items : ces items sont « trop bien » réussis, le nombre d'élèves du groupe témoin ne les ayant pas réussi est trop faible. Un écart d'une ou deux unités peut alors entraîner des différences trop fortes. Il suffit par exemple que le nombre d'élèves du groupe témoin qui réussissent l'item 1 diminue de 1 pour que le χ^2 correspondant passe de 4,29 à 2,97 !

Ainsi, seule la différence entre les taux de réussite à l'item 4 peut être considérée comme significative au seuil 0,95. La différence entre les deux groupes reste significative, mais le χ^2 diminue de façon spectaculaire : de 32,7 à 5,72. Le groupe expérimental a progressé en conservant le même taux de 4 % !

Au pré-test, nous avions aussi comparé les fréquences des comportements qui ont été qualifiés de fondamentaux. le tableau était le suivant :

	Découpage et recomposition à l'item 1	Traits de construction respectés à l'item 5	Perception globale à l'item 5	Justification partielle à l'item 6	Apposition de marques pertinentes à l'item 6
Gr. Témoin	20%	49%	29%	35%	14%
Gr. expé.	20%	46%	4%	36%	2%
χ^2	0	0,07	13,3	0	5,5

Voici le tableau correspondant pour le post-test :

	Découpage et recomposition à l'item 1	Traits de construction respectés à l'item 5	Perception globale à l'item 5	Justification partielle à l'item 6	Apposition de marques pertinentes à l'item 6
Gr. Témoin	18%	24%	67%	25%	13%
Gr. expé.	14%	20%	63%	21%	10%
χ^2	0,23	0,24	0,20	0,25	0,22

Plus aucune valeur de χ^2 ne dépasse 0,5 : comme au pré-test, aucune différence ne peut être considérée comme significative. On remarque néanmoins que les résultats des deux groupes à ces items se sont fortement rapprochés, ce qui témoigne d'une certaine concordance des effets de l'enseignement dispensé dans les deux groupes témoin et expérimental.

Mais au post-test, les comportements de réussite « fondamentaux » ne sont plus les mêmes. Voici donc le tableau qui les concerne :

	Assemblage de plus de huit triangles (item 4)	Impossibilité des assemblages de 3, 5, 6 triangles (item 4)	Marques sur l'original, (item 5)	Quadrillage oblique du cadre (item 5)	Marques sur la figure (item 6)
Gr. Témoin	12%	20%	22%	10%	14%
Gr. expé.	14%	2%	23%	4%	11%
χ^2	0,15	9,19	0,04	1,69	0,23

Une seule des valeurs de χ^2 dépase 3,841, mais nous ne pouvons en tenir compte : le nombre d'élèves du groupe expérimental ayant eu le comportement correspondant est trop faible. Aucune des différences n'est donc statistiquement significative au seuil 0,95 (et même au seuil 0,90).

Néanmoins il est intéressant de remarquer que les élèves ayant eu accès à *Apprenti Géomètre* sont légèrement plus nombreux à produire des assemblages de plus de huit triangles à l'item 4 que ceux du groupe témoin. Cela confirmerait l'influence d'*Apprenti Géomètre* sur les phénomènes de perception. Par contre, ils sont nettement moins nombreux que ceux du groupe témoin à remarquer l'impossibilité des assemblages de 3, 5 ou 6 triangles. Ils sont également moins performants pour le dessin du quadrillage oblique du cadre à l'item 5. Vu l'importance de ce comportement, directement lié à la perception globale, nous y reviendrons ci-dessous.

Auparavant, relevons les comportements de réussite qui font apparaître des différences significatives entre les deux groupes.

Nous constations ainsi que

- Les élèves du groupe témoin ont des performances significativement meilleures que celles du groupe expérimental en ce qui concerne
  - l'apposition de marques pertinentes sur la figure originale à l'item 1 ;
  - le comptage de triangles à l'item 2 ;
  - l'apposition de marques pertinentes sur la figure à l'item 2 ;
  - la production d'un assemblage de quatre triangles à l'item 4 ;
  - l'utilisation même implicite d'un découpage et d'une recomposition à l'item 6 ;
  - l'utilisation même implicite d'un comptage à l'item 6.

  Aux items 1 et 2, la méthode de découpage et recomposition a été légèrement moins utilisée au post-test qu'au pré-test. À l'annexe B.4, nous mentionnons aussi que cette méthode a été moins performante au post-test, ce qui a entraîné qu'elle ne soit pas reprise dans les comportements de réussite. Il est néanmoins utile de mentionner que lors du post-test, cette méthode a été significativement plus utilisée par les élèves du groupe expérimental que par ceux du groupe témoin.

  Ainsi aux items 1 et 2, on voit apparaître une différence entre les deux groupes : les élèves du groupe expérimental utilisent plus facilement la méthode de puzzle que ceux du groupe témoin. Ceux-ci utilisent plus facilement la méthode de dénombrement que ceux du groupe expérimental.

À l'item 6, les élèves du groupe témoin combinent la méthode de comptage à celle de découpage et récomposition. Dans ce mélange, c'est le dénombrement qui constitue l'ingrédient essentiel, les découpages et recompositions ayant pour but de constituer soit des triangles avec des moitiés (de triangles isométriques), soit des parallélogrammes avec des quarts ou des moitiés (de parallélogrammes isométriques). Il s'agit là en quelque sorte de « puzzles locaux ». Quant aux élèves du groupe expérimental, ils n'expliquent guère leur démarche à cet item.

- Les élèves du groupe expérimental ont des performances significativement meilleures que celles du groupe témoin en ce qui concerne
  – le dessin du quadrillage cartésien du cadre à l'item 5.

Ce dernier comportement nous ramène au problème de perception visuelle déjà souvent évoqué. Le dessin du quadrillage cartésien du cadre est moins élaboré que celui du quadrillage oblique. Comparons celui-ci au comportement correspondant du prétest :
– le groupe témoin passe de 25 % au pré-test à 10 % au post-test, une perte de 15 % ;
– le groupe expérimental reste à 4 %.
Ainsi, on pourrait dire que le groupe expérimental est plutôt en progrès du point de vue de ce comportement de vision globale.

Les tableaux ci-dessous reprennent les fréquences des comportements impliqués directement par le comportement de perception globale à l'exception des comportements de réussite aux items 2 et 5 déjà repris plus haut.

Au pré-test :

	Comptage de carrés (item 1)	Comptage de triangles (item 2)	Production du carré 1×1 (item 4)	Graduation du cadre respectée (item 5)	Usage d'un puzzle (item 6)	Dénombrement (item 6)
Gr. Témoin	61%	59%	92%	73%	45%	63%
Gr. expé.	54%	34%	46%	46%	34%	54%

Ainsi qu'on l'a vu, une seule colonne de ce tableau correspond à une différence significative des taux des groupes témoin et expérimental : celle qui concerne le respect des graduations du cadre à l'item 5.

Au post-test :

	Comptage de carrés (item 2)	Apposition de marques (item 2)	Pertinence des marques (item 2)	Assemblage de huit triangles (item 4)	Traits de construction respectés (item 5)	Graduation du cadre respectée (item 5)
Gr. Témoin	57%	67%	63%	24%	59%	22%
Gr. expé.	32%	32%	29%	32%	61%	23%

Nous avons vu que les différences de taux des comportements relatifs à l'apposition de marques pertinentes à l'item 2 sont significatives. Dans ce tableau, ce sont les seules.

Ainsi peu de différences significatives sont observées entre les comportements des deux groupes. Mais différences il y a. Au pré-test, dans toutes les colonnes du tableau, les scores du groupe expérimental sont nettement inférieurs à ceux du groupe témoin. Au post-test dans trois colonnes sur six, soit le score du groupe expérimental est nettement supérieur à celui du groupe témoin, soit il lui est comparable.

Ces éléments plaident sinon en faveur de conclusions certaines, tout au moins en faveur de la reconnaissance d'une tendance qui devrait être confirmée par d'autres études. Pour pouvoir tirer des conclusions fiables, celles-ci devraient faire intervenir un plus grand nombre d'élèves et d'enseignants, afin que des différences significatives apparaissent plus facilement.

En conclusion

Vu le peu de différences significatives observées, ce sont des constatations tout en nuances que nous devons faire.

1. En premier lieu, nous avons observé des comportements moins variés lors du post-test que lors du pré-test. Même si elles différaient par l'usage d'*Apprenti Géomètre*, les séquences d'enseignement dispensées dans les deux groupes témoin et expérimental étaient conçues selon les mêmes principes pédagogiques. Alors que le pré-test reflétait des formations et des acquis différents d'une classe à l'autre, le post-test venait après des formations concordantes. Dans ce contexte, il est raisonnable d'attribuer à l'usage d'*Apprenti Géomètre* les différences constatées entre les deux groupes.
2. À la section10.1, nous avons écrit que l'objectif des deux tests était de déterminer si l'utilisation d'*Apprenti Géomètre* pouvait avoir un impact sur la capacité de *voir* en géométrie (et par conséquent sur l'intégralité de l'apprentissage de la géométrie).

   Malgré la prudence à observer du fait du peu de signification statistique des résultats, il semble bien que chez les élèves du groupe expérimental, l'utilisation d'*Apprenti Géomètre* ait en effet eu un impact favorable sur l'utilisation et/ou l'efficacité du mode global de perception. En particulier, il est quasi-certain que l'impact existe en ce qui concerne la réalisation d'assemblages de formes géométriques.
3. Par contre, les élèves du groupe témoin ont eu lors du post-test des comportements plus performants que ceux du groupe expérimental en utilisant des dénombrements aux items 1, 2 et 6. Peut-être les élèves du groupe expérimental étaient-ils trop orientés vers une démarche de type « puzzle global » pour des items auxquels la « simple » méthode de dénombrement était plus adaptée. Toujours est-il que ce problème vient à point pour rappeler que les différentes méthodes mathématiques ont leur domaine d'application et doivent être considérées comme complémentaires. Il n'existe aucune méthode miracle pour enseigner, ni utiliser, les mathématiques !

Annexe C

Index

Annexe D

Bibliographie

[1] P. Abgrall. *Le développement de la géométrie aux* IX^e–XI^e *siècles*. A. Blanchard, Paris, (2004).

[2] Aristote. *Physique*. Les belles lettres, Paris, (1990).

[3] N. Artemiadis. *History of mathematics : from a mathematician's vantage point*. American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, (2004).

[4] T. Assude et J.-M. Gelis. La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire. *Educational Studies in Mathematics*, **50**, 3, 259–287, (2002).

[5] N. Balacheff and J. Kaput. Computer-based Learning Environments in Mathematics. In Bishop et al. [11], pages 469–501.

[6] M. Ballieu, R. Giot, F. Higuet, B. Honclaire, G. Noël, et Y. Noël-Roch. *Jeux mathématiques 1*. Université de Mons-Hainaut, Centre de Didactique des Sciences, (1992). Manuel d'utilisation des logiciels CDS-Math 6.

[7] M. Ballieu, R. Giot, F. Higuet, B. Honclaire, G. Noël, et Y. Noël-Roch. *Géométrie de l'espace 1*. Université de Mons-Hainaut, Centre de Didactique des Sciences, (1994). Manuel d'utilisation des logiciels CDS-Math 7.

[8] E. Barbin. Qu'est-ce que faire de la géométrie ? *Repères-IREM*, pages 59–82, (2001).

[9] G. Barthélemy. *2500 ans de mathématiques : l'évolution des idées*. Ellipses, Paris, (1999).

[10] S. Baruk. *Dictionnaire de mathématiques élémentaires*. Ed. du Seuil, Paris, (1992).

[11] A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, and C. Laborde, éditeurs. *International Handbook of Mathematics Education*. Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, (1996).

[12] R. Bkouche. La Géométrie entre mathématiques et sciences physiques. In M. Kourkoulos, G. Troulis, et C. Tzanakis, éditeurs, *Proceedings of 4th International Colloquium on the Didactics of Mathematics*, volume 2, Rethymnon, (2006). Université de Crète.

[13] C. Boyer and U. Merzback. *A history of mathematics*. Wiley, Singapore, (1989).

[14] G. Brousseau. *Théorie des situations didactiques.* La Pensée Sauvage, Grenoble, (1998).

[15] M. Caveing. *Quelques remarques sur le traitement du continu dans les « Éléments » d'Euclide et la « Physique » d'Aristote.* In *Penser la science.* Points Sciences, Seuil, (1982).

[16] M. Caveing. *La figure et le nombre : recherche sur les premières Mathématiques des Grecs.* Presses Universitaires du Septentrion, Paris, (1998).

[17] D. H. Clements and M. T. Battista. The effects of Logo on children's conceptualizations of angle and polygons. *Journal for Research in Mathematics Education*, **21**, 5, 356–371, (1990).

[18] CREM. *Apprenti Géomètre. Grandeurs, fractions et mesures.* Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles, (2003).

[19] CREM. *Apprenti Géomètre. Rapport de recherche 2003-2004.* Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles, (2004).

[20] CREM. *Apprenti Géomètre. Un outil de différenciation des apprentissages en mathématique.* Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles, (2005).

[21] E. Crone, E. Dijksterhuis, and al. *The principal works of* SIMON STEVIN, *volumes* IIA *et* IIB. C.V. Swets & Zeitlinger, Amsterdam, (1958).

[22] N. Crowder. Automatic Tutoring by means of intrinsic programming. In Galantes [38].

[23] R. Cuppens. *Faire de la géométrie en jouant avec Cabri-Géomètre.* Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public, Paris, (1996). Deux tomes.

[24] A. Dahan-Dalmedico et J. Peiffer. *Une histoire des mathématiques.* Editions du Seuil, (1986).

[25] A. Djebbar. *Une histoire de la science arabe.* Editions du Seuil, (2001).

[26] A. Djebbar. *L'algèbre arabe, genèse d'un art.* Vuibert-Adapt, Paris, (2005).

[27] *Décret « Missions de l'École », Mon école comme je la veux.* Ministère de la Communauté française — AGERS, Bruxelles, (1997).

[28] *Socles de compétences (Enseignement fondamental et premier degré de l'enseignement secondaire).* Ministère de la Communauté française — AGERS, Bruxelles, (1999). `www.enseignement.be/@librairie/documents/socles/telechargement/pdf/socle_math.pdf`.

[29] *Mathématiques — Premier degré – 1 A et 2e Commune.* Fédération de l'Enseignement secondaire catholique, Bruxelles, (2000). `www.segec.be/Documents/Fesec/Programmes/15_MATH1.pdf`.

[30] *Programme d'études du cours de mathématiques — 1re année A – 2e année commune.* Ministère de la Communauté Française — AGERS, Bruxelles, (2000). `www.restode.cfwb.be/download/programmes/10-2000-240.pdf`.

[31] R. Douady. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, **7**, 2, 5–31, (1986).

[32] J.-C. Duperret. Le geste géométrique ou l'art de démontrer. *Repères-IREM*, pages 83–116, (2001).

[33] R. Duval. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **5**, 37–65, (1993).

[34] R. Duval. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **10**, 5–53, (2005).

[35] Euclide. *Les éléments, traduction en français du texte de Heiberg par B. Vitrac.* Presses Universitaires de France, Paris, (1994).

[36] J.-P. Friedelmeyer. Les aires : outil heuristique - outil démonstratif. *Repères-IREM*, **31**, 39–62, (1998).

[37] J.-P. Friedelmeyer. Grandeurs et nombres : l'histoire édifiante d'un couple fécond. *Repères*, **44**, 5–31, juillet 2001. Topiques Éditions, Metz.

[38] E. Galantes, éditeur. *Automatic Teaching : the state of the art.* Wiley, New York, (1959).

[39] Galilée. *Discours concernant deux sciences nouvelles.* Presses Universitaires de France, (1995). D'après une traduction de Maurice Clavelin.

[40] E. Gallou-Dumiel. Symétrie orthogonale et micro-ordinateur. *Recherches en didactique des mathématiques*, **8**, 1–2, 5–60, (1987).

[41] GEM. *L'archipel des isométries.* Ed. GEM, Louvain-la-Neuve, (1982).

[42] R. Gras. Panorama du développement de l'A.S.I. à travers des situations fondatrices. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, **Supplément n°15**, 9–33, (2005).

[43] R. Gras et al. *L'implication statistique.* La Pensée Sauvage, Grenoble, (1996).

[44] E. M. Gray and D. Tall. Duality, ambiguity and flexibility : A proceptual view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, **25**, 2, 116–140, (1994).

[45] Herodote. *Histoires, traduit en français par Larcher.* Charpentier, Paris, (1850). En ligne sur `Gallica.bnf.fr`.

[46] J. Hillel. Mathematical and programming concepts acquired by children, aged 8–9, in a restricted Logo environment. *Recherches en didactique des mathématiques*, **6**, 2–3, 215–268, (1985).

[47] J. Hillel and C. Kieran. Schemas used by 12-years olds in solving selected turtle geometry tasks. *Recherches en didactique des mathématiques*, **8**, 1–2, 61–102, (1987).

[48] J. Hoyrup. *Lengths, widths, surfaces : a portrait of old babylonian : algebra and its skin.* Springer-Verlag, New York, (2002).

[49] M. Kittel et G. Kuntz. De la possible influence de l'environnement informatique sur l'enseignement des mathématiques. Etude d'un exemple. *Repères IREM*, **49**, 41–58, (2002).

[50] M. Kline. *Mathematical thought from ancient to modern times.* Oxford University Press, New York, (1990).

[51] C. Laborde and B. Capponi. Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en didactique des mathématiques*, **14**, 1–2, 165–210, (1994).

[52] J.-M. Laborde and R. Strässer. Cabri-géomètre, a microworld of geometry for guided discovery learning. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, **90**, 5, 171–190, (1990).

[53] M. Lebrun. *Des technologies pour enseigner et apprendre.* 2e édition, De Boeck, Bruxelles, (2002).

[54] A.-M. Legendre. *Éléments de Géométrie avec des notes, suivis d'un traité de trigonométrie.* Société Nationale pour la propagation des bons livres, Bruxelles, (1838).

[55] L. Lismont et N. Rouche, éditeurs. *Formes et Mouvements.* Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles, (2001).

[56] R. Noss. Children's learning of geometrical concepts through Logo. *Journal for Research in Mathematics Education*, **18**, 5, 343–362, (1987).

[57] S. Papert. *Jaillissement de l'esprit.* Flammarion, Paris, (1980).

[58] J. Piaget. *Six études de psychologie.* Gonthier, Genève, (1964).

[59] J. Piaget, B. Inhelder, et A. Szeminska. *La géométrie spontanée de l'enfant.* Presses Universitaires de France, Paris, (1948).

[60] Plutarque. *Œuvres morales. Le banquet des sept sages. traduit en français par V. Bétolaud.* Hachette, (1870). En ligne sur `hodoi.fltr.ucl.ac.be/concordances`.

[61] C. Pribetich Aznar. La formulation des surfaces des bâtiments et des superficies des terrains aux XIV^{e}–XVI^{e} siècles dans le sud-est de la France. *Histoire et mesure*, **XVI - n°3/4**, (2005). mis en ligne le 7 décembre 2005, référence du 25 avril 2007, disponible sur : http ://histoiremesure.revues.org/document142.html.

[62] R. Rashed et B. Vahabzadeh. *Al-Khayyām Mathématicien.* Albert Blanchard, Paris, (1999).

[63] X. Roegiers. *Les Mathématiques à l'école primaire (tome 2).* De Boeck, (2000).

[64] N. Rouche. *Le sens de la mesure.* Didier-Hatier, Bruxelles, (1992).

[65] N. Rouche et P. Skilbecq. Apprenti Géomètre, un nouveau logiciel. *Mathématique et Pédagogie*, **149**, 68–84, (2004).

[66] N. Rouche et P. Skilbecq. *Apprenti Géomètre : pourquoi un nouveau logiciel.* CREM, Nivelles, (2006).

[67] C. Ruby. Lire (vraiment) Leibniz. *EspacesTemps.net*, (Mis en ligne le 5 mai 2004).

[68] M. Serres. *Les origines de la géométrie.* Flammarion, (1993).

[69] B. F. Skinner. *La révolution scientifique de l'enseignement.* Ed. Dessart, Bruxelles, (1969).

[70] S. Stévin. *L'Arithmétique et la Pratique d'Arithmétique. Les Œuvres Mathématiques.* Ed. A. Girard, Leyde, (1634).

[71] D. Tall. Understanding the processes of advanced mathematical thinking. *L'enseignement mathématique*, **42**, 395–415, (1996).

[72] D. Tall. A Theory of Mathematical Growth through Embodiment, Symbolism and Proof. *Annales de Didactique et des Sciences Cognitives*, **11**, 195–215, (2006).

[73] R. Taton. *La science antique et médiévale.* Presses universitaires de France, Paris, (1957).

[74] P. van Hiele. La signification des niveaux de pensée dans l'enseignement par la méthode déductive. *Mathematica & Paedagogia*, **16**, 25–34, (1958/59).

[75] G. Vergnaud. Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, **2**, 2, 215–232, (1981).

[76] G. Waldegg. L'arithmétisation des grandeurs géométriques chez Stévin. Peyresq, (1999). Actes du colloque « La pensée numérique », www.peiresc.org/New%20site/Actes.Dhombres/Pensee.numer.htm.

[77] F. Woepcke. *Études sur les mathématiques arabo-islamiques.* Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften an der Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, (1986).

[78] A. Youschkevitch. *Les mathématiques arabes (VII^{e}- XV^{e} siècles).* Librairie philosophique J. Vrin, Paris, (1976).

Table des matières