

Commission des Outils d'Évaluation
pour les Humanités Générales et Technologiques

Mathématiques

« Démontrer » dans le domaine « figures géométriques »

La figure aux treize carrés

Troisième degré, mathématique pour scientifiques.

Note : cet exercice peut s'adresser aux élèves de 5^e qui utiliseront les formules trigonométriques
ou aux élèves de 6^e qui peuvent aussi utiliser les nombres complexes.

Mathématiques

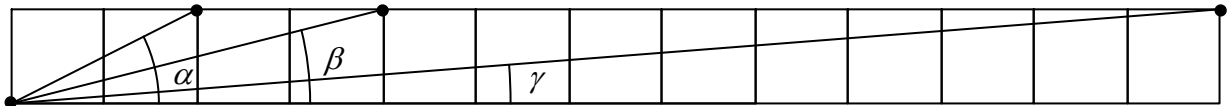
Démontrer dans le domaine « figures géométriques »

La figure aux treize carrés

Document(s) pour l'élève

Consigne

La figure ci-dessous présente 13 carrés isométriques juxtaposés.



α , β et γ désignant les mesures en radians des angles représentés, **démontre** que

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{4}.$$

Ta copie doit être soignée.

Tu justifieras les étapes de ta démonstration.

L'utilisation de la calculatrice n'est pas autorisée

Critères d'évaluation et pondération

Critères	Pondération
1. Traduction des données.	/3
2. Explicitation de la méthode de démonstration choisie	/3
3. Argumentation	/7
4. Qualité formelle de la production	/2
TOTAL	/15

Mathématiques

Démontrer dans le domaine des figures géométriques

La figure aux treize carrés

Document(s) pour le professeur

Famille de tâches : « *Démontrer* » dans le domaine « *figures géométriques* ».

Titre : La figure aux treize carrés.

Public cible : troisième degré, mathématiques pour scientifiques

Note : cet exercice peut s'adresser aux élèves de 5^e qui utiliseront les formules trigonométriques ou aux élèves de 6^e qui peuvent aussi utiliser les nombres complexes.

Épreuve : voir le(s) document(s) pour l'élève.

Préalables à l'épreuve

Prérequis : en cinquième, avoir vu les formules trigonométriques d'addition ;
en sixième, avoir vu le lien entre les formes algébriques et trigonométriques des nombres complexes et la forme trigonométrique de leur produit.

Modalités de passation

Durée de l'épreuve : 35 minutes.

Forme du produit attendu : écrit.

L'utilisation de la calculatrice n'est pas autorisée.

Compétences, savoirs et savoir-faire évalués dans le cadre de cette épreuve

- COMPÉTENCES du référentiel

Démontrer

Justifier les étapes d'un calcul (en relation avec le niveau mathématique envisagé) (p.23).

Rédiger une démonstration en faisant apparaître les étapes logiques, les théorèmes utilisés au moyen de phrases complètement formulées (p.24).

Représenter, modéliser

Construire une représentation géométrique des nombres complexes et interpréter géométriquement les opérations (p.17).

- SAVOIRS ET SAVOIR-FAIRE

Les propriétés des opérations fondamentales sur les nombres et les formes littérales en incluant les nombres complexes (p.14).

Les grands théorèmes de la géométrie classique et de la trigonométrie relatifs aux longueurs, aux rapports de longueurs, aux angles, aux aires et aux figures en général (y compris les formules trigonométriques d'addition, de duplication) (p. 20).

Critères, indicateurs, niveaux de maîtrise et pondération

1^{ère} méthode : utilisation des formules trigonométriques d'addition (5^e année)

Critères	Indicateurs	Pondération proposée	
		Indicateurs	Critères
1. Traduction des données.	Expression de la tangente* de chacun des 3 angles * la démonstration peut également se faire en utilisant les sinus et cosinus des 3 angles. Les indicateurs qui suivent seront alors adaptés.	/3	/3
2. Explicitation de la méthode de démonstration choisie	Transformation de l'égalité d'angles en une égalité de nombres trigonométriques**	/2	/3
	Observer que l'égalité des nombres trigonométriques n'implique pas l'égalité des angles** ** Ces points sont acquis si ces éléments apparaissent dans les calculs.	/1	
3. Argumentation	Calcul de $tg(\alpha + \beta)$ (ou de la tangente de la somme de deux autres angles)	/2	/7
	Calcul de $tg(\alpha + \beta + \gamma)$ ou de $tg\left(\frac{\pi}{4} - \gamma\right)$	/3	
	Borner adéquatement $\alpha + \beta + \gamma$ (somme comprise strictement entre 0 et $\frac{3\pi}{4}$)	/1	
	Conclusion de la démonstration	/1	
4. Qualité formelle de la production	Utilisation de notations mathématiques correctes	/1	/2
	Structuration de la démonstration	/1	
TOTAL			/15

Remarque : les professeurs ajusteront les indicateurs en fonction d'une éventuelle autre méthode utilisée.

2^{ème} méthode : utilisation des propriétés du produit de deux nombres complexes (6^e année)

Critères	Indicateurs	Pondération proposée	
		Indicateurs	Critères
1. Traduction des données.	Écriture algébrique de 3 nombres complexes z_1, z_2, z_3 dont les arguments sont respectivement α, β et γ	/3	/3
2. Explicitation de la méthode de démonstration choisie	Exprimer que l'argument du produit $z_1 z_2 z_3$ est la somme des arguments de z_1, z_2 et z_3	/2	/3
	Observer que l'argument d'un nombre complexe est défini à un multiple entier de 2π près	/1	
3. Argumentation	Calcul du produit des 3 nombres complexes	/4	/7
	Recherche de l'argument du produit	/2	
	Borner adéquatement $\alpha + \beta + \gamma$ (somme comprise strictement entre 0 et 2π)	/1	
4. Qualité formelle de la production	Utilisation de notations mathématiques correctes	/1	/2
	Structuration de la démonstration	/1	
		TOTAL	/15

Construire des épreuves d'évaluation appartenant à la même famille

La présente épreuve de la famille de tâches « démontrer » dans le domaine « figures géométriques » doit sa spécificité à :

- la propriété à démontrer a pour support sur une figure géométrique,
- la propriété à démontrer concerne une relation entre les angles de cette figure.

Pour rester dans la même configuration, et donc faire mobiliser par l'élève les mêmes ressources, le professeur ne peut changer ces deux éléments. Par contre, il peut faire varier les paramètres suivants :

- la figure géométrique,
- la propriété à démontrer.