



Centre de Recherche sur
l'Enseignement des
Mathématiques



Université catholique
de Louvain

Enseigner et apprendre les nombres décimaux



Activités pour le premier degré différencié



Document réalisé avec le soutien du Ministère de la Communauté française de Belgique.



Table des matières

Table des matières	3
Introduction	5
1 Des objectifs de formation	5
2 De la conception des nombres décimaux	8
3 Des activités	8
4 Présentation des activités	9
À la découverte de notre numération	11
5 À la découverte de notre numération par la comparaison de numérations écrites	12
5.1 Décoder des systèmes de numération et observations	12
5.1.1 Premier parcours : création d'une numération	12
5.1.2 Deuxième parcours : découverte de différentes numérations par des énigmes	14
5.1.3 Troisième parcours : découverte de différentes numérations au travers de trois civilisations	16
5.2 Caractérisation des différents systèmes	24
5.3 Enrichissement de la comparaison avec la numération chinoise	27
Des problèmes de paiements en euros	29
6 Monsieur Virgule a perdu la tête	29
Fiches d'activité	33



Table des matières

Fiche 1 – Une nouvelle numération	34
Fiche 2 – L'Égypte et les hiéroglyphes	35
Fiche 3 – L'Égypte et les hiéroglyphes	36
Fiche 4 – L'Italie et Rome	37
Fiche 5 – L'Italie et Rome	38
Fiche 6 – La Grèce et Athènes	39
Fiche 7 – La Grèce et Athènes	40
Fiche 8 – La numération égyptienne	41
Fiche 9 – La numération égyptienne	42
Fiche 10 – La numération égyptienne	43
Fiche 11 – La numération romaine	44
Fiche 12 – La numération romaine	45
Fiche 13 – La numération romaine	46
Fiche 14 – La numération grecque	47
Fiche 15 – La numération grecque	48
Fiche 16 – La numération grecque	49
Fiche 17 – Une autre numération	50
Fiche 18 – Une autre numération	51
Fiche 19 – Synthèse	52
Fiche 20 – Monsieur Virgule a perdu la tête !	53
Fiche 21 – Des nombres décimaux, des paiements en euros	54
Bibliographie	55



Introduction

Nous souhaiterions d'abord remercier et féliciter les collègues qui chaque jour essaient avec courage et dévouement de permettre à tant de grands enfants ou de jeunes adultes à reprendre pied, à se réconcilier avec les mathématiques, à poursuivre un chemin qui n'a sans doute pas été aisé jusque-là.

Les expérimentations que nous avons menées dans quelques classes nous ont permis de mieux nous rendre compte de combien leur hétérogénéité peut être complexe à gérer, mais aussi combien la sensibilité des élèves peut être un frein aux apprentissages notionnels, malgré tout à leur portée.

Ainsi, c'est tout humblement que nous présentons les activités qui suivent, conscients que rien ne va de soi quand il s'agit d'aider des élèves en difficulté avec la scolarité. Nous sommes aussi conscients que des réponses à apporter aux problèmes rencontrés par les enseignants viendront probablement plus d'une gestion différente de l'école plutôt que d'une modification ponctuelle d'une organisation didactique.

1 Des objectifs de formation

Les objectifs attribués au premier degré différencié sont clairement de permettre aux élèves de réussir leur Certificat d'Étude de Base afin de reprendre un parcours scolaire dans l'enseignement général ou technique. Mais, reconnaissons-le, tous les élèves ne sont pas forcément désireux de cela. Pour une part, ils ne souhaitent qu'une seule chose : apprendre un métier. C'est en tout cas ce que nous avons constaté lors de nos rencontres avec des élèves de ce niveau.

Au cours de ces rencontres, nous avons aussi pu comprendre combien il pouvait être complexe pour les professeurs de mathématique, préparés à l'enseignement secondaire, de prendre en charge l'apprentissage de notions normalement acquises au niveau de l'enseignement primaire telles que la numération de position et les apprentissages relatifs aux opérations sur les nombres naturels, les fractions et les nombres décimaux. Pour aider ces enseignants, le document dédié



aux enseignants de quatrième primaire resitue les apprentissages et les difficultés que les élèves peuvent rencontrer. Pour des raisons pratiques, nous n'avons pas reproduit ces documents dans ce fascicule.

Tout comme pour l'enseignement primaire, en fonction des élèves, le cours de mathématiques pour l'enseignement différencié tente de rencontrer des notions mathématiques à partir de contextes différents pour que ces apprentissages fassent sens pour les élèves. D'une part, il s'agit de faire du sens grâce à la réalisation de tâches issues de la vie quotidienne ou professionnelle, et, d'autre part, il s'agit de faire du sens avec les notions en résolvant des problèmes purement mathématiques. Cependant, ces contextes de travail sont parfois porteurs de difficultés ou d'obstacles. Ainsi, il est dans les « mœurs pédagogiques » d'affirmer que les manipulations aident à l'apprentissage. Ce qui est vrai, en douter serait naïf. De la même manière, pour l'enseignement des nombres décimaux, l'usage des paiements en euros est aussi reconnu comme favorable. Or, des recherches menées par différents groupes de recherche ont montré qu'il n'en était pas systématiquement ainsi.

Manipuler des euros et des centimes d'euros ne favorisent pas nécessairement l'apprentissage des nombres décimaux, ou plutôt, crée certains obstacles ou ne permet pas d'en surmonter certains. Certes, cela permet de bien connaître les paiements en euros. Mais cela ne suffit pas pour construire les savoirs nécessaires à la résolution des problèmes liés au système décimal de position.

Pour illustrer nos propos nous reproduisons ci-dessous un extrait d'un débat avec des élèves de 4^e primaire que nous avons enregistré. Une situation similaire a été proposée à des élèves de 2^e année différenciée, les mêmes réactions d'élèves ont été constatées. Nous ne pouvons cependant reproduire fidèlement le débat avec ces élèves, aucun enregistrement n'ayant été réalisé. Nous y reviendrons cependant ci-après.

Tracer une ligne de 2,82 cm en 4^e primaire

Après plusieurs activités de géométrie durant lesquels les élèves ont construit des carrés en assemblant de plus petits carrés (unités d'aire) et calculé la longueur du côté du carré d'aire 8 (2,828...), chaque élève dispose d'une feuille quadrillée A4 et de son matériel de dessin. Il est demandé aux élèves de tracer les carrés d'aire 1, 4, 9, 16, 25... et 8 à partir d'une approximation de la longueur de son côté (2,82 cm).

Après avoir constaté que plusieurs élèves étaient en difficulté pour tracer le côté du carré de 8, l'enseignant entame une discussion avec la classe.

- (Enseignant) « Comment va-t-on représenter 2,82 cm ? Pourriez-vous mettre votre crayon ou votre doigt sur la latte où se trouve 2,82 cm ? »
- Des élèves répondent : « Non ... Moi si ! ... Non. »
- L'enseignant s'étonne : « On ne sait pas l'avoir sur la latte ? Qu'est-ce qu'on sait avoir sur la latte ? »
- Un élève répond : « 2,8 ou 2,80. »
- (Enseignant) « Mais est-ce qu'on saurait mettre 2,82 sur la latte ? »
- Certains élèves répondent « Oui », d'autres « Non. »
- Un élève qui avait répondu affirmativement et que nous nommerons Gaspard dit : « Parce que 82, c'est 8 cm et 2 mm. »



1. Des objectifs de formation

- L'enseignant s'étonne et demande : « Dans 2,82 cm, le deux de gauche c'est quoi ? Des centimètres ou des millimètres ? »
- Les élèves répondent : « Des centimètres ».
- (Enseignant) « Et le 8 ? »
- « Des millimètres »
- (Enseignant) « Et le 2 de droite ? »
- Un élève répond : « Des millimètres... C'est rien... C'est des millièmes de millimètre. »
- (Enseignant) « C'est quoi 2,82 cm ? »
- Un élève dit : « C'est 2 cm et 8 mm »
- D'autres élèves expriment le fait qu'on ne peut prendre en compte le 2 de droite : « Le dernier 2 on ne sait pas le mettre. »
- Gaspard intervient de nouveau : « J'y arrive parce que c'est 82 mm et que 82 mm ça fait 8 cm et 2 mm »
- Un élève lui répond : « Donc pour toi, c'est 10,2 ? »
- Gaspard répond « Oui ! »
- D'autres élèves disent « Non. »
- Un autre élève : « Parce que 2,82 c'est 2,82. Ce n'est pas 10,2. Ça ne peut pas être autre chose. »
- Un autre élève surenchérit : « Moi je dis que je ne sais pas écrire le 2. C'est comme les euros, il y en a après la virgule mais on ne sait pas payer. »
- Gaspard reprend : « Si parce 2,82 c'est 82 mm et ça fait 8,2 cm et si je le mets avec le 2, ça nous donne 10,2 cm. »

Cet extrait montre combien l'esprit des enfants peine à prendre en compte à la fois le système décimal de position et les unités de mesures décimales. Pour Gaspard, une longueur de 2,82 cm est égale à une longueur de 10,2 cm. Cependant, Gaspard sait bien que du point de vue numérique 2,82 n'est pas égale à 10,2.

Ce même type de raisonnement a été utilisé par des élèves de 2^e secondaire différenciée au cours d'une situation de paiement de carburant. Voici la situation proposée à la classe.

« Nous allons à la pompe pour faire le plein de carburant. Nous y achetons 17 litres de diesel au prix de 1,017 €/ litre. Qu'allons-nous payer à la caisse ? »

Rapidement les élèves utilisent leur calculatrice pour effectuer la multiplication suivante : $17 \times 1,017 = 17,289$. Dans leur grande majorité, les élèves répondent que le prix à payer est de 19 € et 89 cents !

Dans cette situation, pour exprimer correctement le prix à payer, il est nécessaire de comprendre que les 289 millièmes ne peuvent être utilisés comme tels. La mise en relation du système monétaire et du système décimal de position est nécessaire pour interpréter correctement la situation. De telle sorte que l'on puisse dire que 17,289 € équivaut à un paiement de 17 € et 29 cents, après une opération d'encadrement. Or, le raisonnement des élèves est le suivant :

- ils savent que les paiements s'effectuent en euros et en cents ;
- ainsi, pour eux, 17,289 € correspondent à 17 € et 289 cents (à partir d'une conception selon laquelle un nombre décimal est un naturel virgule un naturel) ;
- ils convertissent ensuite les cents en euros, soit $289 \text{ cents} = 2 \text{ € et } 89 \text{ cents}$;



– enfin, ils additionnent les réponses obtenues, soit : $17\text{ €} + 2\text{ €} + 89\text{ cents} = 19\text{ €}$ et 89 cents.

Ce court rapport montre combien le contexte de la vie quotidienne prend le pas sur le contexte mathématique, combien la situation physique est prégnante par rapport à la situation mathématique. Souvent d'ailleurs, les élèves dissocient les deux situations : « Ah oui, mais les nombres ça ne fonctionnent pas comme les euros ! ». Et d'ailleurs, ils reconnaissent aisément que 17,289 n'est pas égal à 19,89 tout en affirmant que 17,289 € est égal à 19,89 €.

2 De la conception des nombres décimaux

Lorsque les élèves rencontrent les nombres décimaux à l'école primaire, les seuls nombres « connus » sont les nombres naturels. Bien sûr, ils ont déjà rencontré des fractions ou des nombres décimaux, mais pas de manière aussi structurée que les nombres naturels à partir desquels ils ont beaucoup travaillé. Ainsi, intuitivement, lors de la rencontre des nombres décimaux, c'est ce modèle numérique qu'ils vont activer pour appréhender et comprendre.

Une des conceptions fréquemment rencontrée est celle qui consiste à considérer un nombre décimal comme l'adjonction de deux nombres naturels, séparés par une virgule⁽¹⁾. C'est cette conception qui explique que les élèves déclarent souvent que 2,5 est plus petit que 2,34 parce que 5 est plus petit que 34. Pour les mêmes raisons, ils considèrent que 0,50 est plus grand que 0,5.

En appliquant également les conceptions construites à partir des nombres naturels, ils déclarent que 0,002 est égal à 0,2 parce que les zéros ne comptent pas ! Et en effet, dans les nombres naturels, les zéros à gauche « ne comptent pas ». On n'écrit pas 0020.

Cette conception $D = N, N$ peut être renforcée par le travail unique à partir de mesures ou de paiements. Tout prix peut toujours être exprimé par un nombre entier d'euros et de centimes. Payer 17,27 €, c'est donner 17 euros et 27 centimes d'euro. Toute mesure de longueur, de capacité, de masse... peut toujours être exprimée par un nombre entier d'unités et de sous-unités. Nul besoin des nombres décimaux pour exprimer des mesures physiques.

L'usage des situations de mesure restent de toute évidence important. Toutefois ces situations doivent être utilisées pour les objectifs qu'elles permettent de rencontrer.

3 Des activités

Les activités qui suivent peuvent être proposées à la classe entière ou, selon les connaissances des élèves, à un groupe d'élèves voire à un élève seul. Les expérimentations que nous avons menées dans des classes de 1^{re} et 2^e année différenciée ont montré que certains élèves maîtrisaient suffisamment le système décimal de position et n'éprouvaient pas de réelles difficultés avec les nombres décimaux. Reprendre ces apprentissages à niveau de base n'est évidemment pas très motivant pour ces élèves.

⁽¹⁾ Dans la suite de ce document nous noterons cette conception sous la forme $D=N,N$.



Pour une part, ces activités sont similaires à celles que nous avons mises au point pour les élèves de quatrième année primaire. Certaines ont toutefois été aménagées pour de jeunes adolescents. Nous invitons malgré tout les enseignants du premier degré différencié à prendre connaissance de l'ensemble des activités de 4^e primaire et des activités de re-médiation pour les élèves de 5^e et 6^e primaire. Peut-être y puiseront-ils des informations qui pourront les aider à surmonter des difficultés rencontrées dans leurs pratiques quotidiennes.

Nous avons expérimenté dans le premier degré différencié l'ensemble des activités proposées en 4^e primaire, parfois en les modifiant quelque peu pour les adapter à de jeunes adolescents. Ces activités mettent en relation les cadres géométriques et numériques. Il nous a semblé que faire de même avec les élèves du premier degré différencié augmentait la difficulté pour certains élèves déjà en difficulté avec des notions telles que la surface, le périmètre ou l'aire et avec la gestion des découpages et assemblages de figures géométriques. Nous laissons donc à l'appréciation des enseignants l'usage des séquences d'enseignement proposées en quatrième primaire.

Un autre outil peut aussi être utilisé par les enseignants : le logiciel Decival. Il leur permet d'établir un bilan des connaissances des élèves et d'en déterminer un profil à partir des erreurs les plus couramment produites au cours des tests. Ce profil renvoie à des travaux possibles de re-médiation décrits dans un fascicule spécifique destinés aux élèves de 5^e et 6^e primaire.

4 Présentation des activités

Pour chaque activité, une ou plusieurs fiches de travail ont été préparées. Celles-ci sont reprises dans la partie 6. Chaque fiche possède son propre numéro de référence qui permet de le situer et d'y faire référence dans les activités. Ces fiches peuvent être photocopiées à volonté. Il est également possible de les télécharger sur le site (à préciser) pour pouvoir les imprimer en couleurs.

Dans la mesure du possible, les activités sont rédigées de manière à faciliter la prise en main et l'exécution de celles-ci par les enseignants. La rédaction s'appuie sur quelques points de repère que nous présentons ci-dessous.

<i>De quoi s'agit-il?</i>	Chaque activité est présentée succinctement en décrivant la tâche que les élèves ont à réaliser et les actions à mener pour y parvenir.
<i>Enjeux</i>	Nous précisons les enjeux essentiels de l'activité. Ceci correspond globalement aux objectifs notionnels.
<i>Compétences</i>	Nous citons les compétences que les élèves exercent durant l'activité. Ces compétences sont extraites du document <i>Socles de compétences</i> édité par le Ministère de la Communauté française (1999).
<i>De quoi a-t-on besoin?</i>	Nous citons le matériel nécessaire pour réaliser l'activité. De manière générale, nous ne citons que le matériel pour lequel une préparation est nécessaire. Nous ne renseignons pas le matériel classique tel que les crayons, gomme, compas,...



<i>Analyse a priori</i>	Nous décrivons les différentes démarches nécessaires pour réaliser la tâche proposée. Lorsque l'usage du logiciel <i>Apprenti Géomètre</i> est requis, nous précisons les fonctionnalités à utiliser ainsi que la manière de les appliquer aux figures.
<i>Comment s'y prendre?</i>	Nous décrivons la manière avec laquelle l'activité peut être menée par l'enseignant. Nous précisons le matériel et les fiches à utiliser ainsi que les actes et les questions que l'enseignant peut poser. Parfois, lorsque plusieurs cheminements sont possibles en fonction des réponses, questions ou difficultés des élèves, nous décrivons ces cheminements.
<i>Synthèse de l'activité</i>	Nous décrivons la manière avec laquelle la synthèse de l'activité peut être construite. Nous précisons également le contenu de cette synthèse ainsi que les dépassements possibles.
<i>Échos des classes</i>	Nous exposons quelques faits de classe observés durant les expérimentations des activités. Il s'agit soit de montrer quelques difficultés particulières d'élèves soit d'exposer quelques réalisations particulièrement intéressantes.
<i>Commentaires</i>	Parfois, lors de la description du cheminement d'une activité, il nous est nécessaire d'énoncer quelques commentaires souvent liés aux expérimentations réalisées dans les classes.

À la découverte de notre numération

Introduction

Un système de numération est composé d'un ensemble de symboles (appelés chiffres) et de règles qui le régissent, destinés à nommer, écrire et lire les nombres de manière univoque. Il existe plusieurs types de système de numération.

- Des systèmes de numération basés sur le principe additif : chaque chiffre a une valeur propre qui ne dépend pas de sa place dans le nombre. La valeur de chacun des chiffres est additionnée pour former un nombre. C'est notamment le cas des numérations égyptienne, romaine et grecque.
- Des systèmes de numération basés sur le principe positionnel : chaque chiffre a une position qui lui confère une valeur particulière. C'est le cas par exemple de notre système décimal de position.

Un système positionnel est caractérisé par sa base, c'est-à-dire le nombre de symboles utilisés pour écrire tous les nombres. Un système décimal est un système en base 10 qui utilise 10 symboles (les chiffres de 0 à 9). En cumulant ces deux caractéristiques, on obtient le système décimal de position, système le plus répandu à travers le monde.

« L'adoption d'une base est le moyen que les numérations se donnent pour n'utiliser qu'un petit nombre de symboles dans la représentation des nombres. Au lieu de compter uniquement par unités, on compte par " paquets ". Ces regroupements privilégiés permettent d'établir une échelle dans la succession des nombres et de définir des unités du premier ordre, du second, ... Une base numérique est donc un nombre : le nombre d'unités d'un certain ordre regroupées pour former une unité de l'ordre immédiatement supérieur ».

Guedj, D. *L'empire des nombres*, 1996.

Dans la séquence d'activités⁽²⁾ qui suit, nous proposons de comparer différentes numérations

⁽²⁾ Activité adaptée de M. Ballieu et M.-F. Guissard, 2004.



écrites. L'objectif est d'amener les élèves à comprendre notre système de numération et ses règles grâce à une comparaison avec d'autres systèmes de numération. L'objectif n'est donc pas d'amener les élèves à étudier ces numérations, ni de les faire calculer dans ces différents systèmes.

5 À la découverte de notre numération par la comparaison de numérations écrites

L'activité se déroule en quatre parties :

- 1^{re} partie : choix entre trois parcours pour décoder des systèmes de numération,
- 2^e partie : compréhension et utilisation des systèmes de numération dans les différents parcours,
- 3^e partie : caractérisation des différents systèmes de numération,
- 4^e partie : enrichissement de la comparaison avec la numération chinoise (cette partie est facultative).

De quoi s'agit-il? Les élèves traduisent des nombres des écritures égyptienne, romaine, grecque dans notre système de numération. Ils traduisent ensuite des nombres écrits dans notre propre numération vers ces systèmes de numération. Ils découvrent des principes propres à chaque numération. Ils complètent un tableau récapitulatif reprenant les principes des différents systèmes de numération rencontrés ainsi que du nôtre. Ils analysent le système de numération chinoise.

Enjeux Mettre en évidence les caractéristiques de notre système de numération. Découvrir les avantages d'une numération de position. Approfondir la distinction entre nombre et chiffre.

Compétences *Dire, lire et écrire des nombres dans la numération décimale de position en comprenant son principe*

De quoi a-t-on besoin? Les fiches 1 à 19.

5.1 Décoder des systèmes de numération et observations

Nous laissons le choix parmi trois parcours qui ont pour objectif de permettre aux élèves de comprendre notre système décimal de position et ses règles de fonctionnement.

5.1.1 Premier parcours : création d'une numération

Pour suivre ce parcours, il est nécessaire que les élèves aient une certaine autonomie de travail. Ceux-ci doivent notamment inventer un nouveau système de numération. Des élèves peu motivés ou laissés à eux-mêmes pourraient trouver cette activité trop difficile même si laisser libre cours à leur imagination permet de concevoir d'étonnantes productions. Cette



5. À la découverte de notre numération par la comparaison de numérations écrites

activité a pour but d'observer leurs connaissances et leur compréhension d'un système de numération. La mise en commun des différentes productions est un enrichissement pour les élèves.

Analyse a priori Au cours du travail de recherche, les élèves se posent des questions telles que :

- que sont les chiffres ?
- comment écrire un nombre ou comment procéder pour représenter un nombre donné ?

Les élèves peuvent procéder de trois manières.

- Inventer un système de numération de type additif, c'est-à-dire que l'addition est la seule opération utilisée. Un nombre est formé de la juxtaposition de symboles. Sa valeur est égale à la somme des valeurs des symboles.
- En inventant un système de numération hybride qui utilise simultanément l'addition et la multiplication. L'addition est utilisé comme précédemment. Ensuite, on a recours à la multiplication de la manière suivante : deux cents est construit comme deux fois cent qui est représenté par deux suivi de cent. La juxtaposition des chiffres est considérée comme la multiplication.
- Se référer à une numération de position comme la nôtre et retrouver trois éléments importants :
 - notre système de numération n'utilise que 10 symboles pour composer tous les nombres ;
 - la valeur du chiffre est dépendante de sa position ;
 - le zéro est présent et son rôle est important.

Comment s'y prendre ? Les élèves travaillent en binômes. Ils reçoivent la fiche de consigne (fiche 1). Ils lisent la consigne et si nécessaire l'enseignant l'explique. La tâche à réaliser peut être présentée comme la création d'un code secret qui permettrait de traduire des nombres de notre système d'écriture dans un nouveau code non accessible à des personnes non initiées à ce code.

Lors de la mise en commun, chaque groupe présente son système de numération. Après avoir découvert les différents systèmes de numération, l'enseignant et les élèves essayent de découvrir les différentes caractéristiques rencontrées dans les productions. L'enseignant peut envisager de mettre les réponses sous forme de colonnes au tableau. L'intitulé des colonnes peut, par exemple, reprendre les différentes systèmes possibles.

Exemple :

Système additif	Système hybride	Système positionnel	Système autre
...	...		..

Après cette mise en commun, il est important d'analyser notre système décimal de position et de mettre à jour ses caractéristiques et les règles qui le régissent.



5.1.2 Deuxième parcours : découverte de différentes numérations par des énigmes

De quoi s'agit-il? Le deuxième parcours propose des énigmes. Les élèves se mettent dans la peau d'archéologues et entreprennent des fouilles dans trois pays : Italie, Grèce et Egypte. Chaque groupe d'archéologues doit trouver l'emplacement du trésor grâce à la résolution de ces énigmes. Mais pour parvenir à les résoudre, les élèves sont contraints de comprendre le fonctionnement des différents systèmes de numération.

De quoi a-t-on besoin? Une fiche avec la consigne et un plan du pays (fiches 2, 4 ou 6), deux renseignements relatifs à la numération pour décoder celle-ci et une énigme (fiches 3, 5 ou 7).

Comment s'y prendre? Les élèves travaillent en binômes. Chaque groupe exploite une des trois numérations écrites. L'enseignant énonce la consigne : « Grâce aux différents documents, résolvez les énigmes et trouvez l'emplacement du trésor. »

Après avoir fait les groupes, chacun prend possession des différents documents. D'abord, les élèves travaillent sur les deux renseignements. Ils se concertent et dégagent les caractéristiques de leur numération écrite. Ils cherchent la signification des différents symboles et construisent un tableau de correspondance entre le symbole et sa représentation chiffrée dans notre système décimal de position. Dès que les élèves se sont mis d'accord, ils commencent à résoudre l'énigme. Pour chaque civilisation, l'énigme consiste à résoudre 4 calculs (addition ou soustraction) avec les différents symboles. Les réponses trouvées permettent de décoder la latitude et la longitude d'un point sur le plan où se trouve le trésor. L'activité se termine lorsque les élèves ont marqué d'une croix cet endroit.

Certains élèves peuvent rencontrer des difficultés au niveau de la compréhension des symboles. S'ils ne parviennent pas à surmonter cette étape-clé pour la résolution des énigmes, ils ne pourront pas comprendre le mécanisme du système de numération travaillé. Arriver à décoder un message deviendra pour eux un obstacle. Pour y remédier, l'analyse et la compréhension de ceux-ci, accessible à tous les élèves, permettent la résolution de l'énigme et ainsi la découverte de l'emplacement du trésor.

Lors de la mise en commun des énigmes, chaque groupe doit expliquer le plus précisément possible la numération qu'ils ont travaillé. Chaque groupe se complète mutuellement pour parvenir à construire un tableau des symboles et relever certaines caractéristiques des numérations rencontrées. L'enseignant peut envisager de mettre les réponses sous forme de colonnes au tableau. L'intitulé des colonnes peut correspondre aux trois systèmes de numération.

Exemple :

Numération égyptienne	Numération romaine	Numération grecque
.....		

Après cette mise en commun, l'enseignant propose d'ajouter une colonne à droite avec comme titre « Numération décimal de position ». C'est le moment de comparer notre système de numération avec les systèmes de numération travaillés lors de la l'activité de

5. À la découverte de notre numération par la comparaison de numérations écrites

recherche. L'enseignant distribue les fiches 8, 11 et 14 aux élèves. S'il le souhaite, il peut distribuer les exercices d'application aux fiches 9, 10, 12, 13, 15 et 16.

Nous présentons ci-après les solutions des énigmes.

Énigmes égyptiennes : le tombeau caché se trouve dans la pyramide de Khéphren.

énigme 1: $nn||| + ||||| = 23 + 7 = 30$

énigme 2: $\rangle - \begin{array}{cccc} \text{qqqq} & \text{pppp} & \text{rrrr} & \text{rrrr} \\ \text{qqqq} & \text{pppp} & \text{rrrr} & \text{rrrr} \end{array} \text{rrrrrr} = 10000 - 9997 = 3$

code de la latitude: 30.° 03. ' N

énigme 3 : $\begin{array}{|c|c|} \hline \text{II} & \text{I} \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|} \hline \text{IIIIIIII} & \text{IIIIII} \\ \hline \end{array} = 2001 - 1970 = 31$

énigme 4: $999 - 99 \begin{smallmatrix} \square\square\square\square \\ \square\square\square\square \end{smallmatrix} \text{|||||} = 300 - 286 = 14$

code de la longitude : 31.° 14. ' E

Énigmes romaines : le trésor se trouve sous le Colisée.

énigme 1 : $LV - XIII = 55 - 14 = 41$

énigme 2 : $CXII - LVIII = 112 - 58 = 54$

code de la latitude : 41° 54' N

énigme 3 : D - CCCCLXXXVIII = 500 - 488 = 12

énigme 4 : $XV + XV = 15 + 15 = 30$

code de la longitude : 12° 30' E

Énigmes grecques : le trésor se trouve au pied de l'Acropole.

énigme 1: $\overline{KJ} + \overline{LJ} = 24 + 13 = 37$

énigme 2 : $\bar{\sigma} - \overline{\rho\mu\beta} = 200 - 142 = 58$

code de la latitude : 37° 58' N

énigme 3 : $\overline{\psi} - \overline{\chi^0\zeta} = 700 - 677 = 23$

énigme 4 : $\overline{\lambda} + \overline{13} = 30 + 13 = 43$

code de la longitude : 23. 43. E

Synthèse de l'activité L'enseignant et les élèves mettent en commun les différentes caractéristiques rencontrées pour chaque numération écrite. Ces caractéristiques sont reprises à la section 5.2.

5.1.3 Troisième parcours : découverte de différentes numérations au travers de trois civilisations

Ce parcours est le plus dirigé et le plus structuré.

De quoi s'agit-il? Les élèves analysent des documents et répondent à des questions précises pour comprendre les différents systèmes de numération.

Comment s'y prendre? Les élèves travaillent en binômes. Ils reçoivent une fiche sur laquelle on peut voir la reproduction d'un document mathématique en écriture égyptienne, romaine ou grecque (fiches 8, 11 et 14). Les valeurs des symboles ne sont pas données. C'est à eux de les retrouver grâce aux nombreux exemples. Ils décodent les différentes écritures et essayent de dégager certaines caractéristiques.

L'enseignant aide les élèves dans les différents groupes. La principale difficulté pour les élèves est de faire le lien entre les symboles et leur traduction dans notre système décimal. Pour les aider, de nombreux exemples sont proposés aux élèves.

Comme pour les autres parcours, les différentes caractéristiques des numérations écrites sont reprises à la section 5.2.

Ensuite, chaque groupe reçoit une deuxième fiche qui est la poursuite du travail entamé sur la numération écrite (fiches 9, 10, 12, 13, 15 et 16). Lors de cette seconde tâche, les élèves vont devoir transcrire dans notre numération les nombres écrits dans les numérations égyptienne, romaine ou grecque. Ensuite, ils vont transcrire dans ces différentes écritures des nombres qui leur seront présentés. Pour cette partie, les élèves reçoivent le tableau de correspondance dans l'ordre croissant. Ensuite, on leur demande de transcrire des nombres du système de numération qu'ils viennent de décoder dans notre système et inversement. Par cette transcription, les élèves sont amenés à vérifier les hypothèses émises lors de la première partie. Cela leur permet de les modifier et/ou de les compléter à partir des nouvelles constatations qu'ils pourraient faire. Après avoir effectué un travail complet, l'enseignant propose aux élèves plus rapides le même travail mais sur les deux autres numérations. Ensuite, l'enseignant anime la correction au tableau des différents exercices. Ci-après, les exemples proposés ainsi que les solutions.

5. À la découverte de notre numération par la comparaison de numérations écrites

Numération égyptienne

Nombre Égyptien	Réponse	Nombre égyptien	Réponse
nn9	122	nnn999𐊎𐊎𐊎𐊏𐊏𐊏𐊏𐊏𐊏	44 560
nnn	34	nnnn999𐊎𐊎𐊏𐊏𐊏	42 673
llllnnn nnn	467	《𐊎lll lll	11 508
nn99𐊎𐊎 n9𐊎𐊎	2 331	nnn999𐊎𐊎𐊎𐊏𐊏𐊏𐊏𐊏𐊏	251 451
𐊎𐊎𐊎𐊎nn	4 028	nnn9999𐊎𐊎𐊎𐊏𐊏𐊏𐊏𐊏𐊏	1 202 662

Nombre actuel	Réponse	Nombre actuel	Réponse
54	nnn nn	26 214	《《nnn ㄥㄥ n nnn
387	nnnn 999 nnnn	12 543	nn 999 ㄥㄥ 》 nn 99 ㄥㄥ
1 376	nnnn 999 ㄥ nnn 999 ㄥ	331 205	999 ㄥ 》》》 ㄥ ㄥ
5 555	ㄥㄥㄥ ㄥㄥㄥ nnn ㄥㄥㄥ ㄥ nnn ㄥㄥ	3 100 000	ㄥ ㄥㄥㄥㄥㄥ
8 004	ㄥㄥㄥㄥ ㄥㄥㄥㄥ ㄥㄥㄥㄥ	5 000 034	nnn ㄥㄥㄥㄥ ㄥㄥㄥ

Numération romaine

Nombre romain	Réponse
VII	7
XXVI	26
XXXVIII	38
LXVI	66
CLXXVI	176
CCXXII	222

Nombre romain	Réponse
CCCLII	352
CX	110
MDCLXVI	1 666
MMMDLVI	3 556
MDCCLXVII	1 767
MLI	1 051

Nombre actuel	Réponse
9	VIII
17	XVII
67	LXVII
238	CCXXXVIII
361	CCCLXI
512	DXII

Nombre actuel	Réponse
1 340	MCCCXXX
2 585	MMDLXXXV
4 003	MMMIII
3 326	MMMCCCXXVI
2 781	MMDCCCLXXXI
4 657	MMMMDCLVII

5. À la découverte de notre numération par la comparaison de numérations écrites

Numération grecque antique

Nombre grec	Réponse
$\overline{\lambda\gamma}$	33
$\overline{\varphi\theta}$	99
$\overline{\pi\varsigma}$	86
$\overline{\iota\zeta}$	17
$\overline{\rho\kappa\gamma}$	123
$\overline{\omega\mu\eta}$	848

Nombre grec	Réponse
$\overline{\epsilon\psi\xi\varsigma}$	5 766
$\overline{\theta\chi\iota\beta}$	9 612
$\overline{\alpha\chi\varphi\epsilon}$	1 695
$\overline{\varsigma\omega\nu\eta}$	6 858
$\overline{\gamma\mu\gamma}$	3 403
$\overline{\delta\zeta\pi}$	4 980

Nombre actuel	Réponse
54	$\overline{\nu\delta}$
67	$\overline{\xi\zeta}$
98	$\overline{\varphi\eta}$
384	$\overline{\tau\pi\delta}$
832	$\overline{\omega\lambda\beta}$
105	$\overline{\rho\epsilon}$

Nombre actuel	Réponse
4 673	$\overline{\delta\chi\sigma\gamma}$
2 745	$\overline{\beta\psi\mu\epsilon}$
3 482	$\overline{\gamma\upsilon\pi\beta}$
8 551	$\overline{\eta\phi\nu\alpha}$
1 209	$\overline{\alpha\sigma\theta}$
9 090	$\overline{\theta\varphi}$

Nous présentons ci-après des documents donnés aux élèves dans les parcours 2 et 3 ainsi qu'une explication des différents systèmes de numération écrite.

La numération égyptienne

Les documents exploités pour introduire la numération égyptienne, datent du début du troisième millénaire avant Jésus-Christ.

Le premier provient de la tête de la massue symbolisant le pouvoir du roi Narmer. On y trouve des représentations numériques du butin et du nombre de prisonniers ramenés par le souverain

lors de ses campagnes victorieuses. Il s'agit du plus ancien document numérique égyptien connu.

400 000 boeufs,
1 422 000 chèvres
et 120 000 hommes.

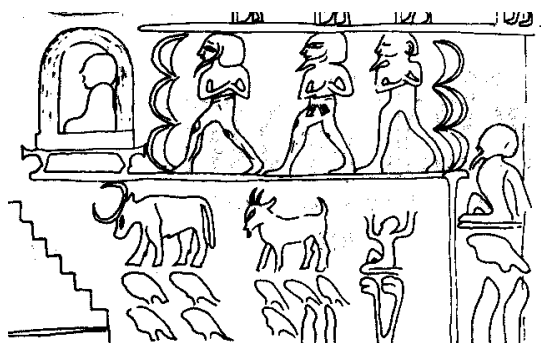


Fig. 1 – Butin du roi Narmer

Nous employons également une reproduction de la partie frontale du soubassement d'une statue de Khâsékhem qui représente un nombre d'ennemis massacrés au cours d'une bataille.

42 209 hommes.

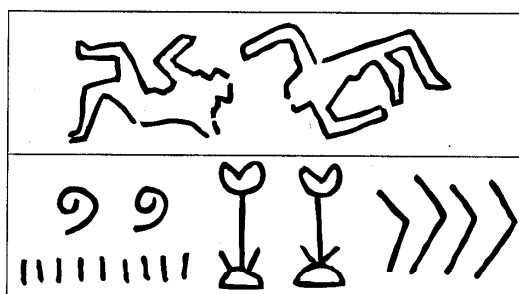


Fig. 2 – Ennemis massacrés

Ces deux documents ont été découverts à Hiérakonpolis en Haute-Égypte.

Le troisième document présenté émane d'une gravure trouvée à Saqqara, près de Memphis en Basse-Égypte et qui provient de la tombe de Ptahhotep, précepteur à la cour de Pharaon. Ce document représente un nombre de pigeons, d'oies, de canards et de grues qui correspondent aux richesses de la basse-cour.

121 200 pigeons,
11 110 oies,
121 022 canards
111 200 grues.



Fig. 3 – Richesses de la basse-cour

5. À la découverte de notre numération par la comparaison de numérations écrites

Dans ces exemples, tous les symboles égyptiens sont au moins présents une fois afin que les élèves puissent compléter le tableau de correspondance que voici :

						
1000000	100	10000	1	100000	10	1000

Nous avons aussi représenté des nombres comportant un ou des zéros dans notre numération afin de remarquer l'inutilité d'un symbole pour le zéro dans la numération égyptienne.

La numération romaine

Pour aborder la numération romaine, nous employons une inscription miliaire⁽³⁾ trouvée à Forum Pompili en Lucanie (Italie méridionale) et conservée au Museo Della Civiltà Romana à Rome. Elle fut établie par C. Popilius Laenas, consul en 172 et en 158 avant Jésus-Christ. Dans la transcription de l'original, nous avons transformé les symboles qui représentent 50 et 500 afin de leur donner leur forme actuelle (L et D).



ligne 4	LI	51
ligne 5	LXXIII	74
ligne 5	CXXIII	123
ligne 6	CLXXX	180
ligne 7	CCXXI	231
ligne 7	CCXXVII	237
ligne 8	CCCXI	321
ligne 12	DCCCXVII	917

Fig. 4 – Inscriptions militaires

Tous les symboles romains sont présents dans ces deux exemples et permettent de compléter le tableau suivant :

V	X	C	I	M	L	D
5	10	100	1	1 000	50	500

Le nombre 180 montre aussi que le zéro n'a pas de raison d'être chez les Romains.

⁽³⁾ Se disait des bornes placées au bord des voies romaines pour indiquer les milles.

La numération alphabétique grecque

En ce qui concerne la numération alphabétique grecque, nous n'avons trouvé que peu de documents contenant des mentions numériques. Nous avons donc pris comme source le commentaire d'EUTOCIUS au traité d'ARCHIMÈDE sur la *Mesure du cercle* dans lequel il effectue des opérations en calcul écrit pour trouver une valeur approchée de la longueur d'un segment. Un extrait de cet ouvrage figure ci-après. Ce document ne doit pas être fourni aux élèves. Nous avons simplement extrait quelques nombres qui y figurent et nous en avons ajouté d'autres afin de proposer un éventail assez large des symboles que les Grecs employaient. Pour représenter des nombres supérieurs à la dizaine de mille, les Grecs utilisaient des myriades. Celles-ci ne sont pas proposées lors de cette activité afin de ne pas compliquer inutilement la tâche des élèves.

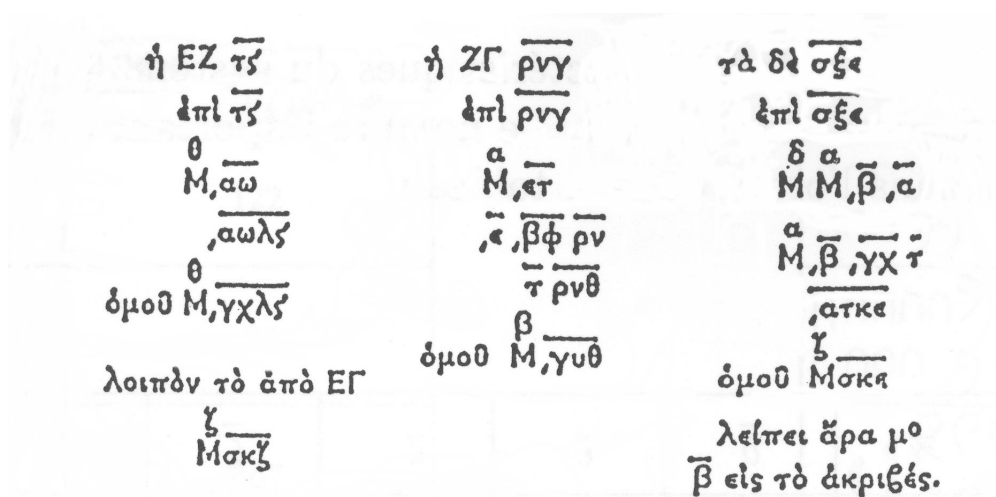


Fig. 5 – Valeur approchée de la longueur d'un segment

Traduction de ce document.

		ZΓ	153	×	265
		×	153		265
EZ	306				40000
×	306		15300		12000
			5000		1000
	91800		2500		12000
	1836		150		3600
			300		300
somme	93636		159		1325
		somme	23409	somme	70225

Il reste le carré de $ET=70227$

cette somme est inférieure de
deux unités au carré exact

5. À la découverte de notre numération par la comparaison de numérations écrites

$\bar{\zeta}$	7
$\overline{\kappa\delta}$	24
$\overline{\pi\gamma}$	83
$\overline{\rho\nu\gamma}$	153
$\overline{\upsilon\nu\varsigma}$	456
$\overline{\psi o\theta}$	779
$\overline{\iota\alpha\tau\kappa\epsilon}$	1 325
$\overline{\rho\nu}$	150
$\overline{\tau}$	300
$\overline{\tau\varsigma}$	306

$\overline{\sigma\xi\epsilon}$	265
$\overline{\iota\alpha\omega\lambda\varsigma}$	1 836
$\overline{\iota\beta\gamma\phi\alpha}$	2 991
$\overline{\iota\eta\mu\beta}$	8 042
$\overline{\iota\gamma\tau\iota}$	3 310
$\overline{\iota\theta\phi\eta}$	9 508
$\overline{\iota\gamma\chi}$	3 600
$\overline{\iota\alpha}$	1 000
$\overline{\iota\beta\nu}$	2 500
$\overline{\iota\epsilon}$	5 000

Ces exemples permettent de découvrir les caractéristiques du système alphabétique grec et de compléter le tableau de correspondance suivant. Le nombre important de symboles à identifier nous a incité à les présenter dans l'ordre dans le tableau.

$\overline{\alpha}$	$\overline{\beta}$	$\overline{\gamma}$	$\overline{\delta}$	$\overline{\epsilon}$	$\overline{\varsigma}$	$\overline{\zeta}$	$\overline{\eta}$	$\overline{\theta}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\overline{\iota}$	$\overline{\kappa}$	$\overline{\lambda}$	$\overline{\mu}$	$\overline{\nu}$	$\overline{\xi}$	$\overline{o}$	$\overline{\pi}$	$\overline{\phi}$
10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\overline{\rho}$	$\overline{\sigma}$	$\overline{\tau}$	$\overline{\upsilon}$	$\overline{\phi}$	$\overline{\chi}$	$\overline{\psi}$	$\overline{\omega}$	$\overline{\gamma}$
100	200	300	400	500	600	700	800	900

À la fin du décodage, chaque groupe note les remarques qu'il a pu effectuer au sujet du système étudié. Les élèves sont invités à justifier leurs affirmations en se référant aux fiches utilisées. Cela permet d'effectuer un premier tri et d'éliminer les propositions farfelues. Chaque groupe va ensuite exposer brièvement ses découvertes aux autres. La validité des constatations des élèves sera vérifiée grâce à la deuxième partie de l'activité.⁽⁴⁾

⁽⁴⁾ Les figures 1 et 4 proviennent de IFRAH ; la figure 3 de GUITEL, la figure 2 et les reproductions présentés dans les fiches sur la numération égyptienne de ERMEL.

5.2 Caractérisation des différents systèmes

Pour le premier parcours, les caractéristiques des différentes numérations égyptienne, romaine et grecque ne sont pas vues avec les élèves. Il faut cependant faire une synthèse reprenant les créations des élèves et les comparer avec notre système décimal de position.

Pour le deuxième parcours, les caractéristiques des différentes numérations seront trouvées à la première étape car pour pouvoir résoudre l'énigme, il faut comprendre le système de numération utilisé. Mais lors de la mise en commun, il est important de ressortir ces caractéristiques et de compléter avec les élèves le tableau de synthèse.

Pour le troisième parcours, nous proposons de distribuer le tableau de synthèse et de demander aux élèves de le compléter avant de faire la dernière mise en commun. Cette activité peut-être considérée comme une auto-évaluation.

Synthèse de l'activité L'enseignant distribue le tableau de synthèse (Fiche 19) qui reprend les trois numérations écrites découvertes ainsi que la nôtre. Les élèves complètent le tableau en repartant des différents documents.

Combien de symboles différents y a-t-il ?
 Quelle est la base utilisée ?
 Y a-t-il un zéro ?
 La longueur du nombre est-elle en rapport avec sa valeur ?
 La position des symboles a-t-elle de l'importance ?
 Jusqu'à quel nombre peut-on aller ?

Après une dizaine de minutes, l'enseignant fait la mise en commun avec tous les groupes. On vérifie les réponses à partir des différents documents. On valide les constatations. On compare ces systèmes de numérations avec le nôtre.

Voici ce qui devrait être dégagé dans chacune des numérations.

Numération égyptienne

Les Égyptiens utilisent sept symboles qui correspondent chacun à une puissance de 10.

	∩	9	⌒	》		
1	10	100	1000	10000	100000	1000000

La direction vers laquelle sont tournés les symboles indique le sens de lecture.

9
←
sens de lecture

9
→
sens de lecture



5. À la découverte de notre numération par la comparaison de numérations écrites

Ils utilisent une numération décimale.

Ils n'ont pas besoin d'un zéro.

La position des symboles n'a pas d'utilité chez eux – bien qu'ils les disposent souvent dans l'ordre décroissant et de droite à gauche – puisqu'on peut même imaginer un nombre égyptien avec les symboles en désordre sans que cela affecte sa transcription, comme dans l'exemple suivant.

$$\text{9 3 10 10 10 10 10 9 9} \longrightarrow 2\,343$$

L'écriture des nombres est en général assez longue et ne reflète pas la valeur du nombre.

Ainsi, il faut deux symboles pour écrire 1 000 001 et huit symboles pour écrire 44.

$$\begin{array}{ccc} \text{1000001} & & \text{44} \\ \text{1000001} & & \text{44} \end{array}$$

Les nombres égyptiens ne dépassent pas 9 999 999. En effet, ils utilisent au maximum neuf fois chacun des sept symboles.

Numération romaine

Nous avons utilisé ici la numération romaine d'origine. C'est pourquoi nous avons écrit IIII et non IV, car cette dernière écriture ne date que du XV^e siècle.

Dans les exemples envisagés, les Romains utilisent sept symboles représentés par des lettres majuscules.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1 000

Dans ce système, la position des symboles n'a aucune importance pour la compréhension des nombres. Elle ne le deviendra que lorsque sera introduite la règle indiquant qu'un symbole placé à gauche d'un autre de valeur supérieure s'en retranche. Les Romains fonctionnent en base décimale avec la base cinq comme auxiliaire.

Il n'y a pas de zéro dans la numération romaine.

La limite de représentation des nombres romains est de 4 999, car ils utilisent chacun des sept symboles au maximum quatre fois.



L'écriture des nombres est souvent longue et ne correspond pas à la valeur du nombre. Ainsi, 1 001 s'écrit à l'aide de deux symboles, tandis qu'il en faut sept pour écrire 29.

MI
1 001

XXVIII
29

Numération alphabétique grecque

Les Grecs de l'époque antique utilisaient deux systèmes de numération, l'attique et l'alphabétique. Nous n'avons envisagé ci-dessous que la numération alphabétique. Les Grecs ont utilisé leur alphabet classique qui comporte vingt-quatre lettres. Ils y ont ajouté trois signes qui sont les lettres *digamma* ($\overline{\varsigma}$), *san* ($\overline{\text{Ͱ}}$) et *koppa* ($\overline{\text{ͱ}}$).

- les neuf premières lettres ($\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$, $\overline{\gamma}$, $\overline{\delta}$, $\overline{\epsilon}$, $\overline{\varsigma}$, $\overline{\zeta}$, $\overline{\eta}$, $\overline{\theta}$) correspondent à nos chiffres de 1 à 9,
- les neuf lettres suivantes ($\overline{\iota}$, $\overline{\kappa}$, $\overline{\lambda}$, $\overline{\mu}$, $\overline{\nu}$, $\overline{\xi}$, $\overline{\omicron}$, $\overline{\pi}$, $\overline{\text{ͱ}}$) correspondent à nos dizaines,
- les neuf dernières ($\overline{\rho}$, $\overline{\sigma}$, $\overline{\tau}$, $\overline{\upsilon}$, $\overline{\phi}$, $\overline{\chi}$, $\overline{\psi}$, $\overline{\omega}$, $\overline{\text{Ͱ}}$) à nos centaines.

Pour représenter les milliers, les Grecs plaçaient un accent en haut à gauche des lettres correspondant aux unités.

Pour distinguer les lettres numérales des lettres ordinaires, ils les surmontaient d'un trait horizontal.

Ils employaient une base décimale.

Leur numération ne comportait pas de zéro.

Les symboles étaient toujours rangés de la même manière, mais leur position ne remplissait pas un rôle fondamental dans la compréhension de l'écriture du nombre. Nous pouvons en effet imaginer de placer les symboles dans un ordre quelconque et constater, comme dans l'exemple, que le nombre représenté peut malgré tout être lu.

$\overline{\text{Ͱ}}\overline{\delta}\overline{\psi}\overline{\pi}\overline{\epsilon}$
4 785

$\overline{\psi}\overline{\epsilon}'\overline{\delta}\overline{\pi}$
4 785

La longueur des écritures est réduite et la notion de valeur du nombre est, en général, en rapport avec sa longueur.

Au départ, les Grecs ne peuvent représenter des nombres au-delà de 9 999. Ce n'est que lorsque ARCHIMÈDE systématisera la notation des myriades (une myriade correspond à 10 000) qu'ils pourront représenter des nombres beaucoup plus grands. Voici un exemple de nombre contenant une myriade :

$\overline{\theta}$
 $\overline{\text{M}}'\overline{\gamma}\overline{\chi}\overline{\lambda}\overline{\varsigma}$

93 636



5. À la découverte de notre numération par la comparaison de numérations écrites

Numération décimale de position

Notre système décimal dit « arabe » est d'origine indienne. Il est celui dans lequel, nous avons l'habitude d'écrire. Chaque chiffre peut avoir dix valeurs différentes allant du 0 au 9. De ce fait, on l'appelle aussi système en base 10, d'où système décimal. Ces chiffres ne furent introduits en Europe que vers l'an 1000 par le pape Gerbert d'Aurillac. Leur apparence a changé au cours des années

Occident	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Orient	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠

La position d'un chiffre dans l'écriture d'un nombre est importante, elle exprime la puissance de 10 présente et le nombre de fois qu'elle intervient.

Exemple : $12\,345 = 1 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0$

L'exposant de cette puissance est nul pour le chiffre situé le plus à droite, dans le rang des unités ; et s'accroît d'une unité pour chaque passage à un chiffre vers la gauche.

Cette façon d'écrire les nombres est appelée système de numération de position. La valeur d'un nombre varie en fonction de la position d'un chiffre. L'absence d'un rang est noté par un zéro.

5.3 Enrichissement de la comparaison avec la numération chinoise

L'enseignant peut s'arrêter à ce stade. Mais les trois numérations abordées étant additives, il nous semble intéressant d'envisager des numérations ayant d'autres caractéristiques comme par exemple celle ayant trait au rôle donné à la position des symboles. Cela va permettre d'enrichir la comparaison et de voir que notre système n'est pas unique en son genre.

Didactique et analyse a priori

L'enseignant propose aux élèves d'analyser un dernier système de numération : la numération chinoise. Le professeur distribue les fiches 17 et 18 à tous les élèves. Les fiches contiennent un tableau reprenant les cents premiers nombres en écriture chinoise. Certains nombres ont été effacés. Il faut essayer de les écrire et trouver ensuite, comment écrire en chinois des nombres de notre système de numération.



Observe attentivement le tableau et écris les nombres manquants. Transcris dans notre numération les nombres écrits dans la numération chinoise. Transcris ensuite en chinois les différents nombres qui te sont présentés.

La numération chinoise⁽⁵⁾

Nous observons que les chinois ont un système de numération de position dans lequel les puissances de 10 sont explicitées dans chaque nombre. Ce système de numération est très proche de notre numération orale. Ainsi, ils construisent le nombre 6 352 de la manière suivante :

$$\begin{array}{c} \text{六千三百五十二} \\ 6(\times)1000 (+) 3(\times)100 (+) 5(\times)10 (+) 2 \end{array}$$

La position des symboles a donc une grande importance dans la numération chinoise. Ce sont ces aspects de la numération chinoise qu'il est intéressant de montrer aux élèves.

Pour explorer davantage ce système de numération, nous proposons aux élèves un tableau de correspondance des symboles dans notre système.

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	萬
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10 000

⁽⁵⁾ Activité adaptée de la FESeC, Mathématique - Cadre de références, exemples d'activités pour le premier degré différencié, ens. cath., 2008.

Des problèmes de paiements en euros

Reconnaître que les paiements en euros peuvent constituer des obstacles pour les élèves dans le cadre de l'apprentissage des nombres décimaux n'implique pas que l'on ne traite pas ces problèmes. Que du contraire. Il est cependant nécessaire de les aborder en connaissant leurs potentialités pour l'apprentissage mais aussi leurs freins.

L'objet des activités est de replacer les nombres décimaux dans un contexte réel, celui des paiements en euros. Deux fiches peuvent être proposées aux élèves : la fiche 20 et la fiche 21. Ces activités permettent aux élèves de mettre en relation le système monétaire et le système décimal de position. Nous explicitons ci-dessous comment mettre en œuvre l'activité relative à la fiche 20. Pour la fiche 21, la même mise en œuvre peut être adaptée. Nous précisons qu'il n'y a pas d'ordre prédéfini pour proposer ces activités. L'une peut tout à fait être proposée avant l'autre selon la classe ou les élèves à qui s'adresse l'activité.

6 Monsieur Virgule a perdu la tête

De quoi s'agit-il? Les élèves additionnent et multiplient des nombres décimaux et des nombres naturels à partir d'un contexte de paiement en euros. Ils traitent la situation en tenant compte tant du système particulier de cette monnaie que du système décimal de position. Ils déterminent quel(s) personnage(s) indique(nt) la somme correcte.

Enjeux Associer le système décimal de numération de position et le système monétaire en euros.

Compétences Identifier et effectuer des opérations dans des situations variées.
Établir des relations dans un système pour donner du sens à la lecture et à l'écriture d'une mesure.

De quoi a-t-on besoin? Fiche 20 à photocopier.



Analyse a priori Les élèves calculent chaque *somme* intermédiaire. Pour pouvoir calculer la somme totale correspondant à la vente de galettes, il est nécessaire que les élèves connaissent le rapport entre les unités et les sous-unités au sein du système de la monnaie euro : 1 € = 100 centimes d'euro.

- 42 pièces d'1 centime d'euro = 42 centimes,
- 17 pièces de 10 centimes d'euro = 170 centimes,
- 23 pièces de 20 centimes d'euro = 460 centimes,
- 170 pièces d'1 euro = 170 euros,
- 3 billets de 10 euros = 30 euros.

Les élèves additionnent ensuite ces *sommes* intermédiaires pour obtenir la *somme totale*. Pour y parvenir, il peut être nécessaire qu'ils puissent transformer les nombres de centimes d'euro en nombres d'euros.

- Si on tient compte des contextes monétaires et numériques :
 $0,42\text{ €} + 1,70\text{ €} + 4,60\text{ €} + 170\text{ €} + 30\text{ €} = 206,72\text{ €}$
ou 42 centimes + 170 centimes + 460 centimes = 672 centimes
et $170\text{ €} + 30\text{ €} = 200\text{ €}$
- ou si l'on ne tient compte que du contexte numérique :
 $0,42 + 1,70 + 4,60 + 170 + 30 = 206,72$
ou $0,42 + 1,7 + 4,6 + 170 + 30 = 206,72$
ou $42 + 170 + 460 = 672$
et $170 + 30 = 200$

Au terme des calculs, les élèves doivent lire la *somme totale* obtenue en tenant compte du système de la monnaie pour pouvoir déterminer quel personnage exprime la bonne *somme*. Cette lecture correspond à une lecture décimale classique (deux cent six virgule septante et deux euros), peu pratiquée reconnaissons-le, et une lecture de type *somme* (deux cent six euros et septante-deux centimes d'euro). Notons que la réponse de Monsieur Chiffre est également correcte (200 euros et 672 centimes). Elle est cependant peu pratiquée dans la réalité !

Comment s'y prendre? L'enseignant distribue la fiche aux élèves qui travaillent seuls. Une mise en commun par groupe peut être envisagée au cours de l'activité, avant la correction collective et la synthèse.

Comme décrit dans l'analyse *a priori*, les élèves doivent additionner les *sommes* intermédiaires. Pour ce faire, ils peuvent utiliser trois écritures différentes selon qu'ils gardent ou non l'unité monétaire. L'enseignant peut accepter ces trois écritures, cependant il s'agit de vérifier que les élèves les utilisent en sachant passer de l'une à l'autre et en sachant expliquer pourquoi des zéros sont nécessaires dans l'une et pas dans l'autre. Pour ce faire, lors de la correction, les différentes écritures sont notées au tableau et des comparaisons sont effectuées et expliquées.

Il s'agit notamment d'expliquer que pour la notation en euros, il est préférable d'exprimer chaque *somme* d'argent en tenant compte des pièces et billets disponibles. Et en l'occurrence, il n'existe pas de billet ou de pièce symbolisant les dixièmes d'euros. Ainsi, 10 centimes d'euro s'écrit 0,10 €.



6. Monsieur Virgule a perdu la tête

Lors de la correction, outre les bonnes réponses à énoncer (Monsieur Chiffre, Monsieur Zéro et Monsieur Virgule), la réponse proposée par Monsieur Nombre doit être explicitée.

*Synthèse de
l'activité*

Après la correction, les liens entre le système monétaire en euros et le système décimal de position peuvent être mis en évidence. Ainsi, les centimes d'euro seront mis en lien avec les centièmes d'unité dans notre numération.

Le rôle du zéro sera aussi mis en évidence ainsi que son utilité dans l'écriture de *sommes* d'argent en euros.

Commentaires

Nous ne présentons pas ici de fiches d'exercisation des savoirs mis en évidence lors des activités. Il est cependant essentiel que les élèves puissent ancrer ses savoirs par la pratique de plusieurs exercices.





Fiches d'activité

Vous trouverez ci-après les fiches correspondant aux activités précédemment décrites. Celles-ci peuvent être photocopiées à volonté. Une version informatique est également disponible si vous souhaitez les imprimer en couleurs.

Fiche 1 – Une nouvelle numération

Invente un nouveau système de numération.



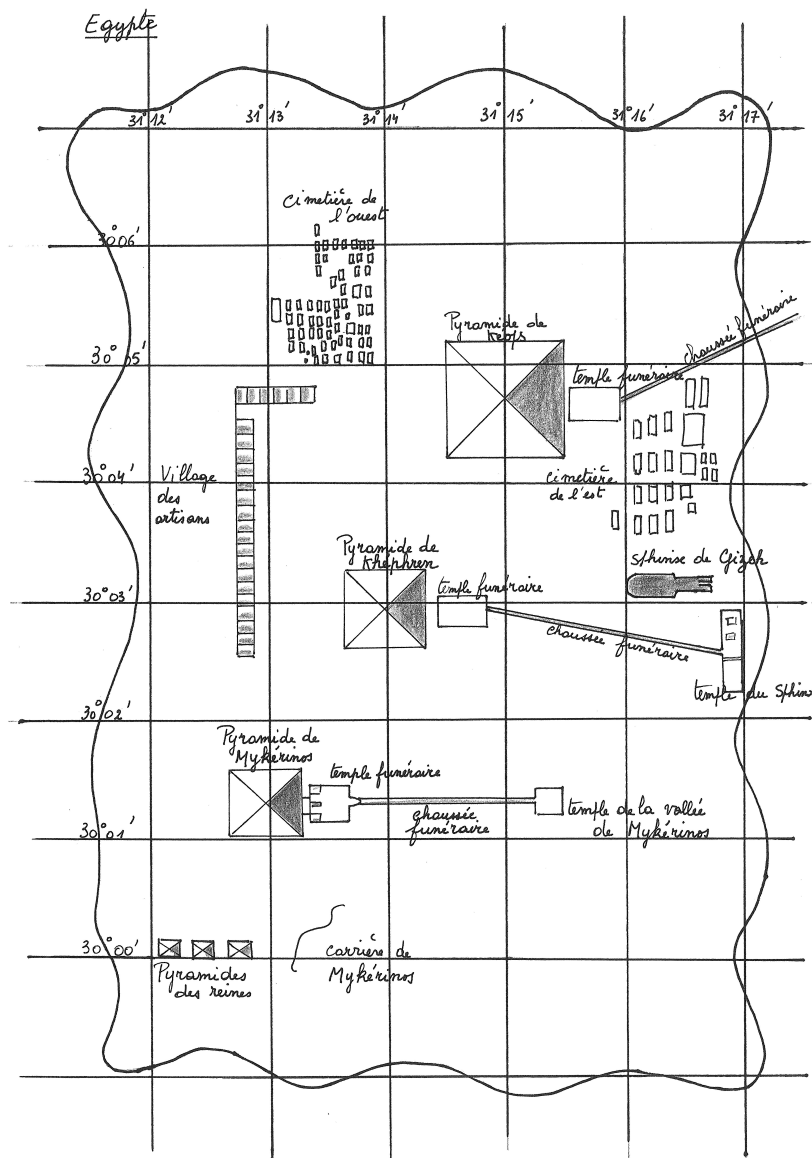
Fiche 2 – L'Égypte et les hiéroglyphes

Le tombeau caché d'Égypte

Vous êtes deux jeunes archéologues partis faire des fouilles en Égypte près des pyramides pour trouver le tombeau d'un pharaon. Ensemble, vous avez découvert un morceau de vieux papyrus où figure une énigme pour trouver l'emplacement du tombeau. Pour résoudre l'énigme, vous avez en votre possession, deux documents pour vous aider (documents appelés "renseignement") et une carte de la région. Sur cette carte, nous vous demandons de cocher l'endroit du tombeau.

Bonne chance !

Voici la carte où vous devez cocher l'endroit du tombeau.



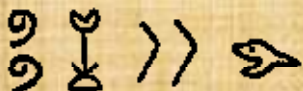
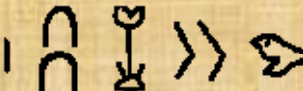
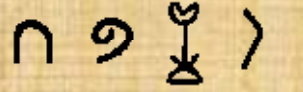
Fiche 3 – L'Égypte et les hiéroglyphes

Le tombeau caché d'Égypte

Les documents de cette page sont à découper.
Voici le renseignement 1.

		
		
400 000	1 422 000	120 000

Voici le renseignement 2.

pigeons		121 200
canards		121 022
oies		11 110

Voici l'énigme.

énigme 1 : $\text{nn} \text{|||} + \text{|||} \text{|||} =$

énigme 2 : $\text{>} - \begin{array}{c} \text{|||} \text{|||} \text{|||} \text{|||} \\ \text{|||} \text{|||} \text{|||} \text{|||} \end{array} \text{|||} \text{|||} \text{|||} =$

code de la latitude : ' ' N

énigme 3 : $\begin{array}{c} \text{|||} \text{|||} \\ \text{|||} \text{|||} \end{array} - \begin{array}{c} \text{|||} \text{|||} \text{|||} \text{|||} \\ \text{|||} \text{|||} \text{|||} \text{|||} \end{array} \text{|||} \text{|||} =$

énigme 4 : $\text{|||} \text{|||} - \begin{array}{c} \text{|||} \text{|||} \text{|||} \text{|||} \\ \text{|||} \text{|||} \text{|||} \text{|||} \end{array} \text{|||} \text{|||} =$

code de la longitude : ' ' E

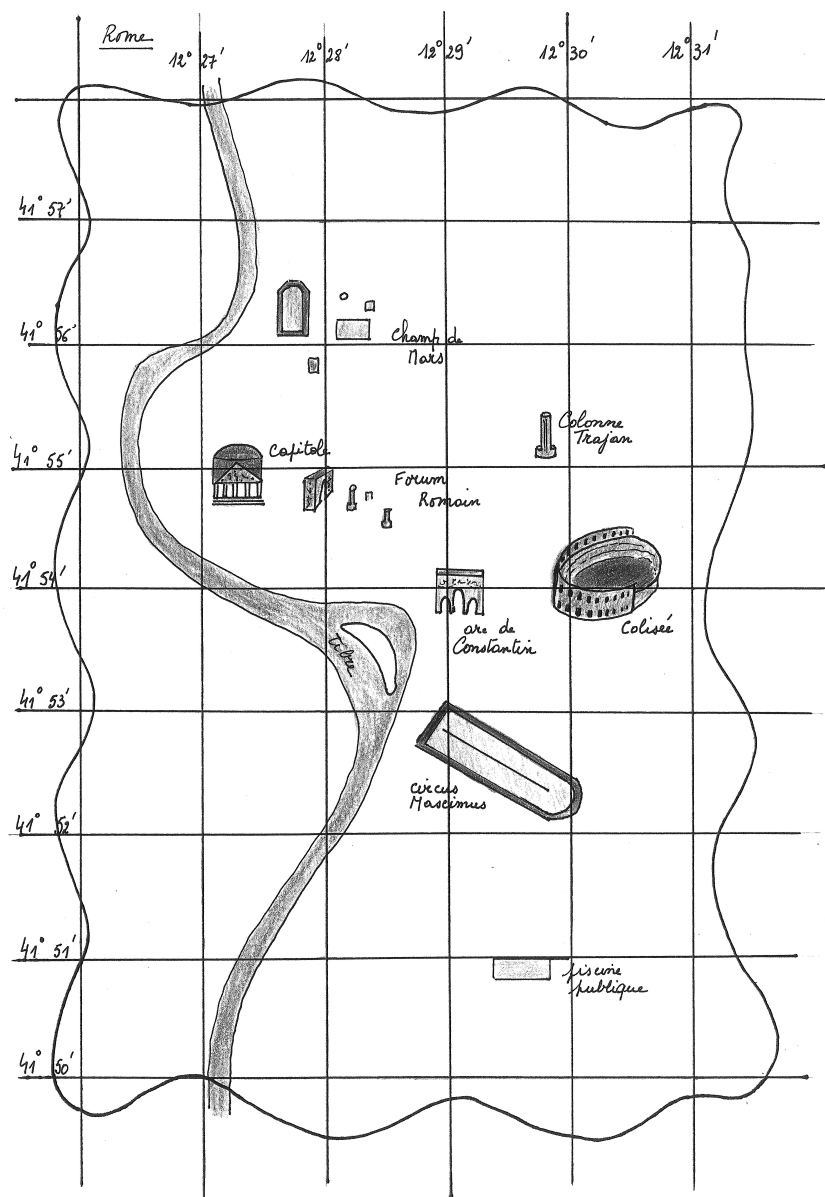
Fiche 4 – L'Italie et Rome

Le trésor caché de Rome

Vous êtes deux jeunes archéologues partis faire des fouilles à Rome pour trouver un trésor. Ensemble, vous avez découvert un morceau de vieux parchemin où figure une énigme pour trouver l'emplacement du trésor. Pour résoudre l'énigme, vous avez en votre possession, deux documents pour vous aider (documents appelés "renseignement") et une carte de la région. Sur cette carte, nous vous demandons de cocher l'endroit du trésor.

Bonne chance !

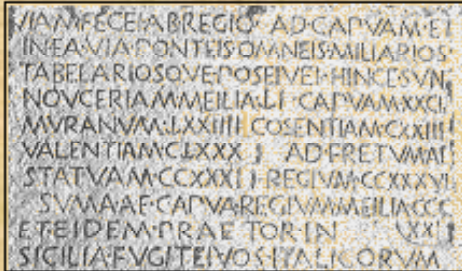
Voici la carte où vous devez cocher l'endroit du trésor.



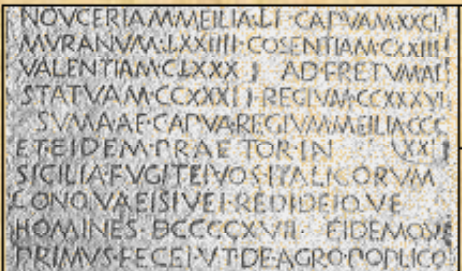
Fiche 5 – L'Italie et Rome

Le trésor caché de Rome

Les documents de cette page sont à découper.
Voici le renseignement 1.

	ligne 5 : LXXVIII	74
	ligne 7 : CCXXXI	231

Voici le renseignement 2.

	ligne 4 : CCXXXVII	237
	ligne 9 : DCCCCXVII	917

Voici l'énigme.

énigme 1 : LV - XVIII =

énigme 2 : CXII - LVIII =

code de la latitude : ' ' N

énigme 3 : D - CCCCLXXXVIII =

énigme 4 : XV + XV =

code de la longitude : ' ' E

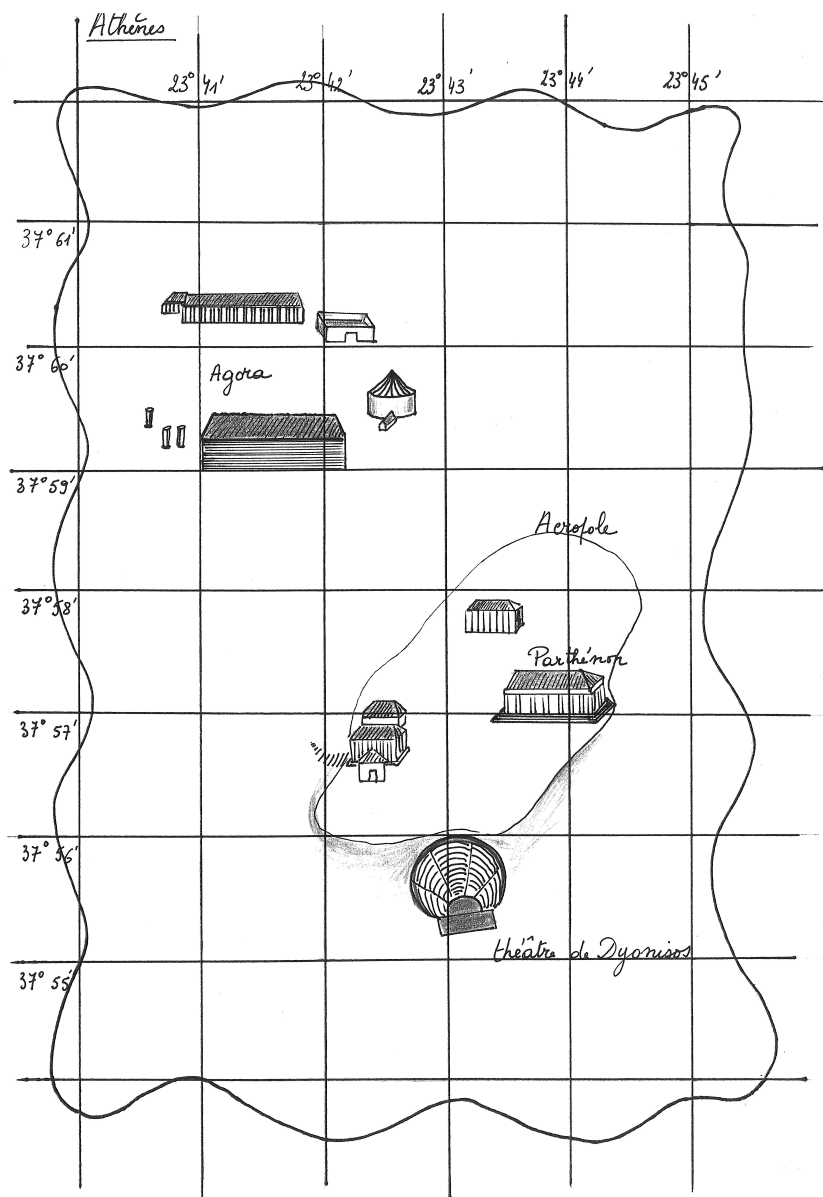
Fiche 6 – La Grèce et Athènes

Le trésor caché d'Athènes

Vous êtes deux jeunes archéologues partis faire des fouilles à Athènes pour trouver un trésor. Ensemble, vous avez découvert un morceau de vieux parchemin où figure une énigme pour trouver l'emplacement du trésor. Pour résoudre l'énigme, vous avez en votre possession, deux documents pour vous aider (documents appelés "renseignement") et une carte de la région. Sur cette carte, nous vous demandons de cocher l'endroit du trésor.

Bonne chance !

Voici la carte où vous devez cocher l'endroit du trésor.



Fiche 7 – La Grèce et Athènes

Le trésor caché d'Athènes

Les documents de cette page sont à découper.

Voici le renseignement 1.

ζ	7
$\kappa\delta$	24
$\pi\gamma$	83
$\rho\nu\gamma$	153
$\nu\nu\zeta$	456
$\psi\theta\theta$	779
$\alpha\tau\kappa\epsilon$	1325

Voici le renseignement 2.

$\sigma\xi\epsilon$	265
$\alpha\omega\lambda\varsigma$	1 836
$\beta\gamma\varphi\alpha$	2 991
$\eta\mu\beta$	8 042
$\gamma\tau\iota$	3 310
$\theta\phi\eta$	9 508
$\gamma\chi$	3 600

Voici l'énigme.

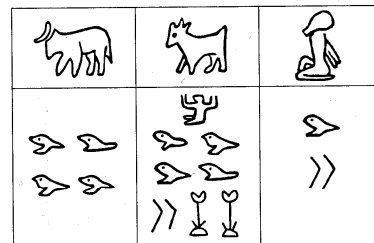
énigme 1 : $\kappa\delta + \iota\gamma =$
énigme 2 : $\sigma - \rho\mu\beta =$
code de la latitude :°′ N
énigme 3 : $\psi - \chi\theta\zeta =$
énigme 4 : $\lambda + \nu\gamma =$
code de la longitude :°′ E

Fiche 8 – La numération égyptienne

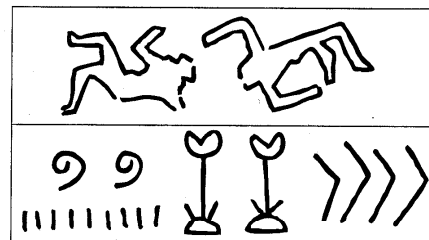
La numération égyptienne

Dans l'Égypte ancienne, certains pharaons faisaient élever des temples en l'honneur de leurs dieux. Ils en faisaient décorer les murs de sculptures et de peintures illustrant les épisodes les plus glorieux de leur vie ou des scènes de la vie quotidienne. Voici les reproductions de trois documents découverts dans deux de ces temples. Observe-les bien. Complète ensuite le tableau du bas de la page.

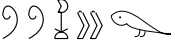
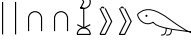
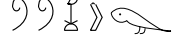
Le premier indique le nombre d'hommes, de chèvres et de bœufs capturés au cours d'une bataille gagnée par le pharaon de Hiérakonpolis, soit : 400 000 boeufs, 1 422 000 chèvres et 120 000 hommes.



Le second indique le nombre d'ennemis massacrés au cours de cette même bataille, soit : 42 209 hommes.



Le troisième fait l'inventaire des richesses d'une basse-cour, soit : 121 200 pigeons, 11 110 oies, 121 022 canards et 111 200 grues.

pigeons	
oies	
canards	
grues	

Fiche 9 – La numération égyptienne

	∩	9	𐍌	𐍎		
1	10	100	1000	10000	100000	1000000

À partir du tableau ci-dessus, écris les nombres égyptiens suivants dans notre système.

∩ 9		∩ ∩ ∩ 9 9 9 𐍌 𐍌 𐍌 𐍆 𐍆 𐍆	
∩ ∩ ∩		∩ ∩ ∩ 9 9 9 𐍌 𐍌 𐍌 𐍆 𐍆 𐍆	
9 9 9 9 ∩ ∩ ∩ ∩ ∩ ∩		𐍆 𐍆 𐍆 𐍆	
∩ 9 9 9 𐍌 𐍌		∩ ∩ 9 9 9 𐍌 𐍌 𐍌 𐍆 𐍆 𐍆	
𐍌 𐍌 𐍌 𐍌 ∩		∩ ∩ 9 9 9 𐍌 𐍌 𐍌 𐍆 𐍆 𐍆	

Écris les nombres suivants dans le système égyptien.

54		26 214	
387		12 543	
1 376		331 205	
5 555		3 100 000	
8 004		5 000 034	



Fiche 10 – La numération égyptienne

Réponds aux questions.

1. Peut-on, avec ce système, noter des nombres différents avec les mêmes symboles ? Justifie à l'aide d'exemples.

.....
.....
.....
.....

2. Comment s'écrit le produit du nombre $\overline{\text{nnnnllll}}$ par 10. Quelles sont les différences avec notre système ?

.....
.....
.....
.....
.....

3. Cite 3 nombres plus petits que 1000 qui s'écrivent avec dix symboles.

.....
.....
.....

4. Cite 3 nombres compris entre 1000 et 10000 qui s'écrivent avec deux symboles.

.....
.....
.....

5. Quel était le plus petit nombre entier naturel que la numération égyptienne permettait d'écrire ? Et le plus grand ?

.....



Fiche 11 – La numération romaine

La numération romaine

Observe bien les documents qui te sont proposés. Tu as certainement déjà rencontré ce type d'écriture. C'est comme cela que les Romains représentaient leurs nombres. Nous les avons traduits dans notre système de numération. Recherche la signification des symboles présents. Complète le tableau.



ligne 4	LI	51
ligne 5	LXXIII	74
ligne 5	CXXIII	123
ligne 6	CLXXX	180
ligne 7	CCXXI	231
ligne 7	CCXXVII	237
ligne 8	CCCXI	321
ligne 12	DCCCXVII	917

V	X	C	I	M	L	D

Fiche 12 – La numération romaine

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1 000

À partir du tableau ci-dessus, écris les nombres romains suivants dans notre système.

VII	
XXVI	
XXXVIII	
LXVI	
CLXXVI	
CCXXII	

CCCLII	
CX	
MDCLXVI	
MMM DLVI	
MDCCLXVII	
MLI	

Écris les nombres suivants dans le système romain.

9	
17	
67	
238	
361	
512	

1 340	
2 585	
4 003	
3 326	
2 781	
4 657	

Fiche 13 – La numération romaine

Réponds aux questions

1. Que devient le nombre CCCLXVII quand on le multiplie par 10 ?
.....
.....
.....
2. Cite trois nombres inférieurs à vingt et qui s'écrivent avec quatre chiffres romains.
.....
.....
.....
3. Cite trois nombres supérieurs à mille et qui s'écrivent avec deux chiffres romains.
.....
.....
.....
4. Quel était le plus petit nombre entier naturel que la numération romaine permettait d'écrire ? Et le plus grand ?
.....
.....



Fiche 14 – La numération grecque

La numération grecque

Dans l'Antiquité, les Grecs n'utilisaient pas de signes spéciaux pour écrire les nombres, mais ils se servaient de leur alphabet. À l'époque, ils utilisaient les vingt-sept lettres que voici.

$\bar{\alpha}$	$\bar{\beta}$	$\bar{\gamma}$	$\bar{\delta}$	$\bar{\epsilon}$	$\bar{\varsigma}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\eta}$	$\bar{\theta}$
$\bar{\iota}$	$\bar{\kappa}$	$\bar{\lambda}$	$\bar{\mu}$	$\bar{\nu}$	$\bar{\xi}$	$\bar{o}$	$\bar{\pi}$	$\bar{\rho}$
$\bar{\sigma}$	$\bar{\tau}$	$\bar{\upsilon}$	$\bar{\phi}$	$\bar{\chi}$	$\bar{\psi}$	$\bar{\omega}$	$\bar{\xi}$	$\bar{\theta}$

Observe maintenant les exemples suivants puis, recherche la signification de chacun des symboles et complète le tableau.

$\bar{\zeta}$	7
$\bar{\kappa}\bar{\delta}$	24
$\bar{\pi}\bar{\gamma}$	83
$\bar{\rho}\bar{\nu}\bar{\gamma}$	153
$\bar{\upsilon}\bar{\nu}\bar{\varsigma}$	456
$\bar{\psi}\bar{o}\bar{\theta}$	779
$\bar{\iota}\bar{\alpha}\bar{\tau}\bar{\kappa}\bar{\epsilon}$	1 325

$\bar{\sigma}\bar{\xi}\bar{\epsilon}$	265
$\bar{\iota}\bar{\alpha}\bar{\omega}\bar{\lambda}\bar{\varsigma}$	1 836
$\bar{\iota}\bar{\beta}\bar{\eta}\bar{\rho}\bar{\alpha}$	2 991
$\bar{\iota}\bar{\eta}\bar{\mu}\bar{\beta}$	8 042
$\bar{\iota}\bar{\gamma}\bar{\tau}\bar{\iota}$	3 310
$\bar{\iota}\bar{\theta}\bar{\phi}\bar{\eta}$	9 508
$\bar{\iota}\bar{\gamma}\bar{\chi}$	3 600

$\bar{\alpha}$	$\bar{\beta}$	$\bar{\gamma}$	$\bar{\delta}$	$\bar{\epsilon}$	$\bar{\varsigma}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\eta}$	$\bar{\theta}$
$\bar{\iota}$	$\bar{\kappa}$	$\bar{\lambda}$	$\bar{\mu}$	$\bar{\nu}$	$\bar{\xi}$	$\bar{o}$	$\bar{\pi}$	$\bar{\rho}$
$\bar{\sigma}$	$\bar{\tau}$	$\bar{\upsilon}$	$\bar{\phi}$	$\bar{\chi}$	$\bar{\psi}$	$\bar{\omega}$	$\bar{\xi}$	$\bar{\theta}$

Fiche 15 – La numération grecque

$\bar{\alpha}$	$\bar{\beta}$	$\bar{\gamma}$	$\bar{\delta}$	$\bar{\epsilon}$	$\bar{\varsigma}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\eta}$	$\bar{\theta}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\bar{\iota}$	$\bar{\kappa}$	$\bar{\lambda}$	$\bar{\mu}$	$\bar{\nu}$	$\bar{\xi}$	$\bar{o}$	$\bar{\pi}$	$\bar{\varphi}$
10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\bar{\rho}$	$\bar{\sigma}$	$\bar{\tau}$	$\bar{\upsilon}$	$\bar{\phi}$	$\bar{\chi}$	$\bar{\psi}$	$\bar{\omega}$	$\bar{\xi}$
100	200	300	400	500	600	700	800	900

À partir du tableau ci-dessus, écris les nombres suivants dans notre système.

$\overline{\lambda\gamma}$	
$\overline{\varphi\theta}$	
$\overline{\pi\varsigma}$	
$\overline{\iota\zeta}$	
$\overline{\rho\kappa\gamma}$	
$\overline{\omega\mu\eta}$	

$\overline{\epsilon\psi\xi\varsigma}$	
$\overline{\theta\chi\iota\beta}$	
$\overline{\alpha\chi\varphi\epsilon}$	
$\overline{\varsigma\omega\nu\eta}$	
$\overline{\gamma\mu\gamma}$	
$\overline{\delta\gamma\pi}$	

Écris les nombres suivants dans le système grec.

54	
67	
98	
384	
832	
105	

4 673	
2 745	
3 482	
8 551	
1 209	
9 090	



Fiche 16 – La numération grecque

Réponds aux questions.

1. Comment faisaient-ils pour représenter les milliers ?

.....
.....
.....

2. Quand tu vois écrit 123, 321 et 231, tu sais qu'il s'agit de trois nombres différents. Traduis-les en écriture grecque. Que constates-tu ?

.....
.....
.....
.....
.....

3. Quel était le plus petit entier naturel que la numération grecque permettait d'écrire ? Et le plus grand ?

.....
.....



Fiche 17 – Une autre numération

La numération chinoise

Voici un tableau⁽⁶⁾ reprenant les cents premiers nombres chinois. Certains nombres ont été effacés, essaye de les retrouver.

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十
二十一		二十三	二十四	二十五	二十六	二十七	二十八	二十九	三十
三十一	三十二	三十三	三十四	三十五	三十六		三十八	三十九	四十
四十一	四十二	四十三	四十四	四十五	四十六		四十八	四十九	五十
五十一	五十二	五十三	五十四	五十五	五十六	五十七	五十八	五十九	六十
六十一	六十二	六十三	六十四	六十五	六十六	六十七	六十八	六十九	七十
七十一	七十二	七十三	七十四	七十五		七十七	七十八	七十九	八十
八十一	八十二	八十三	八十四	八十五		八十七	八十八	八十九	九十
九十一	九十二	九十三	九十四	九十五	九十六	九十七	九十八	九十九	一百

On observe que les chinois ont un système de numération de position dans lequel les puissances de 10 sont explicitées dans chaque nombre. Ce système est très proche de notre numération orale. Dans le tableau ci-dessus, le nombre de dizaines est chaque fois mentionné avec un symbole.

Par exemple, le nombre 21 se lit $2 \times 10 + 1$. Pour explorer d'avantage ce système de numération, voici un tableau de correspondance qui permet d'écrire de plus grands nombres.

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	萬
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10 000

⁽⁶⁾ tableau provenant d'une activité proposée par la FeSEC dans FeSEC, Mathématique-cadre de référence, "Exemples d'activités" pour le 1^{er} degré différencié, Bruxelles, 2008.

Fiche 18 – Une autre numération

À partir du tableau de correspondance de la page précédente, écris les nombres suivants dans notre système.

九	
一十九	
三十一	
八十四	
三百四十五	
七百六十一	

二百七	
六千三百五十二	
一千九百八	
一萬六千三百四十三	
八萬一千三百四十九	
七萬五	

Écris les nombres suivants dans le système chinois.

15	
23	
14	
68	
145	
582	

406	
520	
1 005	
1 465	
3 030	
60 006	

Quelle est la différence avec les trois systèmes de numérations abordés précédemment ?

.....

.....

.....

Quel est le plus petit entier naturel que la numération chinoise permet d'écrire ? Et le plus grand ?

.....

.....

Fiche 19 – Synthèse

critères systèmes	nombre de symboles	base employée	existence d'un zéro	importance de la position	longueur des écritures	nombre le plus grand possible
numération égyptienne						
numération romaine						
numération grecque						
numération chinoise						
notre numération						

Fiche 20 – Monsieur Virgule a perdu la tête !

Avec tous les comptes pour les ventes de galettes, Monsieur Virgule perd la tête ! Il a déjà vérifié trois fois l'argent déposé dans la caisse de vente mais il obtient à chaque fois un compte différent.



Voici ce que contient la caisse :

- 42 pièces d'1 centime d'euro,
- 17 pièces de 10 centimes d'euro,
- 23 pièces de 20 centimes d'euro,
- 170 pièces d'1 euro,
- 3 billets de 10 euros.

Ses amis, Monsieur Chiffre, Monsieur Nombre et Monsieur Zéro sont venus l'aider pour faire ses comptes. Mais ils ne sont pas d'accord entre eux !

- Monsieur Chiffre affirme qu'en tout, il y a 200 € et 672 centimes d'euro dans la caisse,
- Monsieur Nombre affirme qu'il y a plutôt 200,672 € dans la caisse,
- Monsieur Zéro dit que c'est faux, il y a en réalité 206 € et 72 centimes d'euro dans la caisse,
- et Monsieur Virgule, après avoir recompté une quatrième fois dit qu'il y 206,72 € dans la caisse.

**Pourrais-tu aider Monsieur Virgule à savoir qui dit vrai ?
Explique comment tu as fait.**

.....

.....

.....

.....

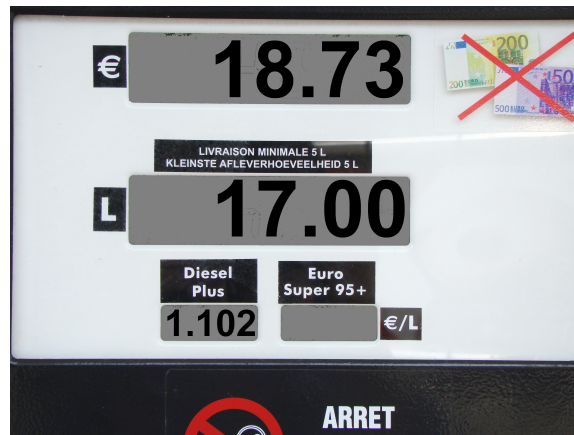
.....

.....

.....

Fiche 21 – Des nombres décimaux, des paiements en euros

Après avoir fait le plein à la pompe et payé à la caisse, Monsieur Virgule s'étonne ! Il revient vers la pompe et compare son ticket à ce qu'affiche les compteurs de la pompe.



Tout semble correct. Et pourtant... Il vérifie à la calculatrice qu'il a dans la boîte à gants de sa voiture. Voici ce qu'affiche sa calculette.



Il devrait donc normalement payer 18,734 € ! Il ne comprend pas.

Peux-tu l'aider à comprendre pourquoi il paie 18,73 € au lieu de 18,734 €
Explique.

Bibliographie

Livre :

MICHEL BALLIEU, MARIE-FRANCE GUISSARD, Pour une culture mathématique accessible à tous, élaboration d'outils pédagogiques pour développer des compétences citoyennes, CREM, 2004.

DENIS GUEDJ, L'empire des nombres, Découvertes Gallimard, 1996.

ENSEIGNEMENT CATHOLIQUE SECONDAIRE, Mathématique - Cadre de références : « exemples d'activités », 1^{er} degré différencié, FESeC, 2008.

ENSEIGNEMENT CATHOLIQUE SECONDAIRE, Mathématique - Jeux et tableaux de nombres, 1^{er} degré (commun et différencié, FESeC, 2005..

MINISTÈRE DE LA COMMUNAUTÉ FRANÇAISE, évaluation externe non certificative, 2^e année de l'enseignement secondaire, Pistes didactiques, A.G.E.R.S, 2008.

ANNICK SACRÉ, PIERRE STEGEN, Savoir dénombrer et savoir calculer au cycle 10/12, Labor Education, 2003.

R. CHARNAY, G. COMBIER, Cap maths CM2, Hatier, 2004.

R. CHARNAY, G. COMBIER, Cap maths CM1, Hatier, 2004.

Thèse :

ÉRIC RODITI, L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième, étude de pratiques ordinaire, Université de Paris, 2001.

JEANNE BOLON, Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactiques des mathématiques? Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière école-collège, Université René Descartes de Paris, 1996.

ÉRIC RODITI, La multiplication des nombres décimaux, enjeux, transpositions didactiques et contraintes d'enseignement, IREM, 2002.

article :

APMEP, les décimaux, de l'école au Collège, Article du Bulletin 472, 15 février 2010.

