





# SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION</b>	<b>5</b>
<b>1. GRANDEURS</b>	<b>9</b>
1.1. Comparer des grandeurs d'une même nature, concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet, la reconnaître et la nommer	9
1.2. Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe	28
<b>2. SOLIDES ET FIGURES</b>	<b>49</b>
2.1. Reconnaître, comparer des solides et des figures, les différencier et les classer	49
<b>CONCLUSION</b>	<b>67</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>69</b>

Les Pistes didactiques ont été réalisées par les membres du groupe de travail chargé de la conception des évaluations externes en mathématiques en deuxième année de l'enseignement primaire.

Ce groupe est composé de :

Charlotte ALEXANDRE, attachée au Service général du Pilotage du système éducatif ;

Rita AUPAIX, inspectrice de l'enseignement maternel ;

Isabelle CAPELLEMAN, conseillère pédagogique ;

Laurence COOL, enseignante ;

Claude DELSAUT, chargé de mission au service général du Pilotage du système éducatif ;

Véronique FERMEUS, inspectrice de l'enseignement primaire ;

Marie-Christine GERARD, conseillère pédagogique ;

Christelle GOFFIN, assistante de recherche à l'ULg au Service d'analyse des Systèmes et des Pratiques d'enseignement ;

Michel GROSSMAN, conseiller pédagogique ;

Christel HAENEN, enseignante ;

Xiao Man KONG, enseignante ;

Éric LEJEUNE, inspecteur de l'enseignement primaire ;

Sabine LHOAS, conseillère pédagogique ;

Geneviève VANDECASTEELE, inspectrice de l'enseignement spécialisé.

Les différents documents relatifs à cette évaluation externe ont été rédigés selon les règles de la nouvelle orthographe.

# INTRODUCTION

En novembre dernier, une épreuve d'évaluation externe en mathématiques a été administrée à l'ensemble des élèves de 2<sup>e</sup> année primaire.

La publication *Résultats et Commentaires* rédigée sur base de l'analyse des résultats obtenus par les élèves vous est parvenue en février et vous a permis de comparer les performances de vos élèves avec celles de ceux issus de l'échantillon.

À partir des constats effectués, le groupe de travail propose les *Pistes didactiques* destinées à soutenir les enseignants dans leur prise en charge des différentes tâches liées aux apprentissages et aux processus de remédiation en mathématiques.

Cette année, en 2<sup>e</sup> et 5<sup>e</sup> années primaires ainsi qu'en 2<sup>e</sup> année secondaire, les différents groupes de travail ont concentré leur regard sur les *Grandeurs* et les *Solides et Figures*.

Les pistes proposées sont donc exclusivement constituées d'une réflexion et d'apports concernant ces deux domaines.

## EN 2<sup>e</sup> ANNÉE PRIMAIRE

Cette année, en 2<sup>e</sup> année primaire, les principales difficultés des élèves sont apparues dans le champ des comparaisons de masses et de la proportionnalité en *Grandeurs* ainsi que dans celui de l'approche des solides dans le domaine des *Solides et Figures*. Le groupe de travail a donc décidé d'explorer ces sources de problèmes afin de proposer diverses pistes de régulation.

Avant d'entrer dans le vif du sujet, il nous paraît important de poser d'emblée quelques éléments d'informations susceptibles d'apporter un éclairage précis sur les propos qui seront envisagés dans le cadre de cette publication.

## LE PROCESSUS D'ÉVALUATION NON CERTIFICATIVE

Évaluer signifie :

*Recueillir un ensemble d'informations suffisamment pertinentes, valides et fiables et examiner le degré d'adéquation entre cet ensemble d'informations et un ensemble de critères adéquats aux objectifs fixés au départ ou ajustés en cours de route, en vue de prendre une décision.*

De Ketele (1989)

En participant à l'épreuve externe non certificative en mathématiques, vous entrez de facto dans un processus d'évaluation singulier.

En effet, celui-ci doit être perçu comme une dynamique de diagnostic et de régulation destinée à soutenir votre cheminement professionnel au sein de votre école, de votre classe.

Diagnostic et régulation nous font entrer de plein pied dans la sphère de l'évaluation formative, c'est-à-dire, celle qui évalue le niveau d'acquisition de compétences à un moment précis de la scolarité afin de procéder ultérieurement aux régulations qui s'imposent. En d'autres termes, le processus envisagé vise à prélever de l'information, des données qui serviront de bases à la production d'outils destinés à accompagner les remédiations dans les domaines où des difficultés récurrentes apparaissent. Il ne s'agit donc nullement de certifier quoique ce soit. Ce n'est pas un contrôle. Pour clarifier davantage le concept, dans le champ de l'évaluation diagnostique ou formative, c'est l'erreur qui est formative. Elle n'est donc en rien pénalisante ou stigmatisante pour l'élève.

*Elle vise à détecter les forces et les faiblesses de l'élève en vue d'y remédier.*

Roegiers (2004)

Chaque partie (comparaisons des masses, proportionnalité, solides) présente une analyse des difficultés rencontrées face aux items relevant de la compétence envisagée et apporte des précisions plus théoriques.

D'autre part, afin de permettre à chacun de trouver dans ce document une source d'inspiration pour mener des activités concrètes au sein des classes, le groupe de travail a élaboré un ensemble de fiches-outils, en choisissant la résolution de problèmes comme angle d'approche.

**Il ne s'agit pas de situations totalement « prêtes à l'emploi »** dans la mesure où des adaptations sont toujours nécessaires en fonction des classes, **mais** les exemples proposés devraient être suffisamment détaillés pour **permettre une transposition aisée.**

# LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES

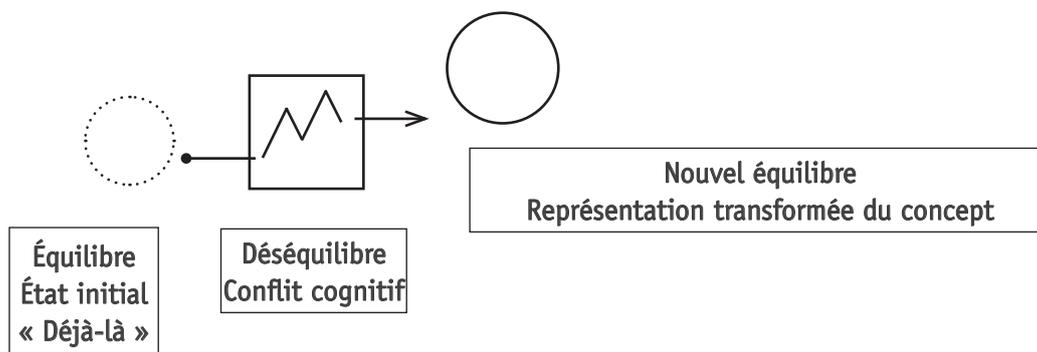
## 1. LES CARACTÉRISTIQUES D'UNE SITUATION PROBLÈME

La situation problème est une situation d'apprentissage qui permet la construction des compétences, des savoir-faire et des savoirs, en impliquant l'élève dans sa démarche cognitive. Cette notion est transférable à tous les domaines d'apprentissage.

*Un sujet, en effectuant une tâche, s'affronte à un obstacle.*

Meirieu (1987)

- Elle est **signifiante** pour l'élève.
- Elle est **concrète** : elle a un but à atteindre, une tâche à réaliser.
- Elle **interpelle** l'apprenant, l'invite à s'impliquer mentalement.
- Elle présente un **défi réaliste et réalisable** pour l'enfant.
- Elle est liée à un **obstacle défini**, accessible à l'élève.
- Elle est une **tâche complexe** qui demande réflexion : la réponse n'est pas évidente.
- Elle engendre un conflit cognitif :
  - Elle déstabilise les représentations cognitives initiales de l'apprenant.
  - Elle comporte des contraintes qui l'obligent à réorganiser ses connaissances antérieures et donc à apprendre.
  - Il y a tension entre ce que l'enfant sait déjà, ce qu'il perçoit et ce qu'il doit faire.



## 2. MENER UNE ACTIVITÉ CENTRÉE SUR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES

- **Présenter** la situation problème, **explicitier** la tâche.
- Phase d'**appropriation** du problème : questionnement, reformulation, hypothèses de résolution ou de résultat...
- **Recherche** individuelle (ou en groupe) : **conflit cognitif**, essais – erreurs, confrontation des démarches, verbalisation, développement du ou des processus de résolution.
- Phase de **formulation** : mise en commun, **confrontation sociocognitive** des résultats et des stratégies.
- Phase de **validation ou d'invalidation** des hypothèses de départ.
- Phase de **structuration et d'appropriation** des résultats, construction de stratégies de résolution transférables, d'algorithmes, de démarches, mise en évidence des processus cognitifs et des apprentissages construits...

## LA LANGUE FRANÇAISE, L'ÉCRIT EN PARTICULIER

La langue française est un outil essentiel au service de tous les apprentissages, y compris en mathématiques. Pour donner du sens « aux situations mathématiques », il est indispensable de les « décrypter », d'agir, de verbaliser l'action et les constats, de les « transposer par écrit » et enfin de les formaliser (structurer les savoirs : ne pas les juxtaposer mais établir les liens).

La phase de verbalisation peut être orale et/ou écrite. L'écrit ne semble effectivement pas être un frein pour les élèves. Pour rappel, à l'item 6 évaluant la capacité des élèves à expliquer par écrit pourquoi le tracé d'un triangle donné n'est pas correct, la moyenne atteint 67 %. Elle est loin d'être la plus faible du test et 95 % des élèves répondent à la question.

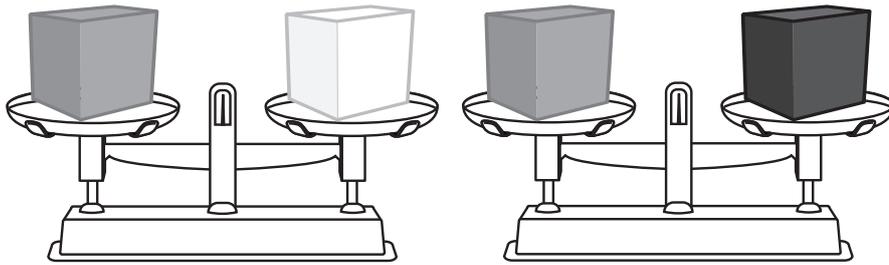
## DES ÉVIDENCES EN VRAC

- Les apprentissages sur les comparaisons des masses, la proportionnalité et les solides doivent commencer dès l'enseignement maternel.
- Il est important de ne pas considérer « trop vite » les choses comme acquises. Il s'agit bien de construire des concepts qui s'inscrivent dans la durée.
- Les exercices doivent être proposés en faisant varier les consignes, les objets, les méthodologies...
- Il est important de construire les apprentissages en privilégiant le regard porté sur l'élève et les démarches mises en œuvre plutôt que sur les résultats obtenus.
- Il est recommandé de structurer, même de manière provisoire, au terme de chaque séquence, les observations, découvertes, constats... réalisés par les enfants. C'est donc progressivement que les synthèses collectives doivent être construites.  
On peut supposer qu'agir de la sorte fait partie des pratiques favorisant le transfert des savoirs, savoir-faire, savoir-être. En d'autres termes, ces pratiques favorisent l'acquisition de compétences. Ce n'est donc pas perdre du temps mais prendre du temps pour en gagner en fin de parcours !
- Planifier le travail par petites unités (25 minutes par exemple) répétées de manière fréquente est conseillé car une alternance entre le travail collectif, individuel ou par groupe peut permettre à l'enseignant d'être plus attentif aux difficultés et aux interventions des élèves.



Question **39**

Observe ces deux balances.



Coche la proposition correcte.

Le paquet blanc (  ) est plus lourd que le paquet noir (  ).

Le paquet blanc (  ) est aussi lourd que le paquet noir (  ).

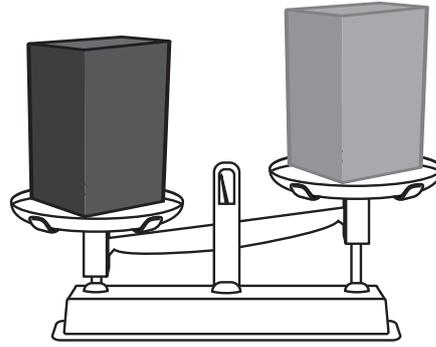
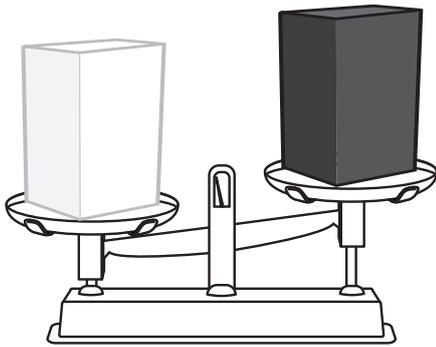
Le paquet blanc (  ) est moins lourd que le paquet noir (  ).

74

49% de réussite

Question **40**

Observe ces deux balances.



Coche la proposition correcte.

Le paquet le plus léger est ...

le paquet gris (  ).

le paquet blanc (  ).

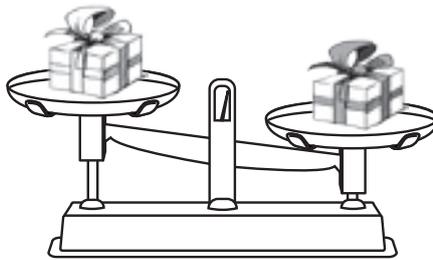
le paquet noir (  ).

75

32% de réussite

Question **42**

**Pauline et Pierre s'amuse à peser des cadeaux.  
Entoure le cadeau qui est le plus lourd.**



77

76% de réussite

Il convient de constater que la maîtrise du concept « plus lourd - plus léger » n'atteint pas un niveau exceptionnel en termes de résultats (item 77). Près d'un quart des élèves est incapable de distinguer l'objet le plus lourd représenté sur une balance à plateaux. Dès lors, il est aisé de comprendre que les items 74 et 75 aient engendré des résultats particulièrement catastrophiques puisqu'au-delà de la simple observation, l'émergence d'un raisonnement prenant en compte une relation de transitivité entre deux propositions observables était clairement attendue.

Avant de tenter de dégager un raisonnement introduisant la série d'activités plus concrètes qui vous sera proposée par la suite, un détour par quelques considérations plus théoriques s'impose. Tout d'abord, il faut prendre conscience que les items proposés aux élèves constituent une étape ultime dans la construction des concepts « lourd » et « léger ». En effet, le haut degré d'abstraction des items 74 et 75 imposait une nécessaire approche concrète de ceux-ci dans les années du cursus précédant la deuxième année primaire.

Anticiper la réussite à de telles questions impose une série de démarches d'apprentissage évoluant du concret à l'abstrait en passant par le semi-concret.

En d'autres termes, pour débiter le cheminement, la dimension kinesthésique de l'apprentissage des concepts « lourd » et « léger » sera incontournable. En effet, la manipulation permettra au jeune apprenant de prendre conscience du fait que le volume d'un objet n'a pas d'influence systématique sur la masse de ce dernier. En soupesant, en utilisant son corps pour comparer des masses, l'élève affinera son système de perception sensorielle et pourra émettre des hypothèses concernant la présence d'objets plus lourds ou plus légers que d'autres.

Ensuite, après avoir travaillé et exploité toutes les dimensions non conventionnelles de la manipulation de masses, l'utilisation de la balance pourra être envisagée. L'introduction de celle-ci dans un deuxième temps d'apprentissage est essentielle car la prise en considération de cet outil de mesure demande une décentration par rapport à soi. Celle-ci ne sera effective que si l'apprenant a une réelle expérience corporelle de la mesure et de la comparaison des masses.

D'autre part, il est opportun de revenir également sur le fait que la compétence envisagée est en construction en deuxième année primaire. En effet, elle ne sera certifiable qu'au terme de la seconde étape. Ce choix du moment de certification est important car il s'appuie sur le fait que la conservation des masses n'est considérée comme acquise qu'à l'âge de 9 ou 10 ans (Piaget, 1972).

Malgré ce postulat issu du champ de la psychologie développementale, il n'empêche que la construction des concepts « lourd » et « léger » peut s'envisager dès l'école maternelle dans le cadre d'apprentissages structurés évoluant de la manipulation vers des approches semi-concrètes.

Enfin, il est une dimension qui doit être totalement intégrée dans la construction des concepts « lourd » et « léger », c'est celle du langage. Ce dernier est considéré, dans la problématique qui nous intéresse, comme un outil participant à l'émergence du raisonnement.

Tout travail, toute manipulation de grandeurs et, en l'occurrence, de masses, doit être accompagnée d'une verbalisation des démarches générées afin que le langage puisse servir de fondement au raisonnement.

L'écrit peut être également utilisé d'autant que l'on a pu constater, au travers de certains items de l'évaluation non certificative de 2012, qu'il ne constituait pas un obstacle infranchissable pour un élève de deuxième année. La pratique de l'écrit n'est pas un frein à l'apprentissage, bien au contraire. Sa promotion dans les classes doit être assurée.

Pour aller plus loin dans notre réflexion, l'écrit ou du moins toute forme de verbalisation pouvait s'avérer être un outil pertinent pour permettre aux élèves de réussir les items 74 et 75. En effet, il constituait le support idéal du raisonnement susceptible de mettre en évidence la relation de transitivité.

*Par exemple, à l'item 74 :*

**SI** le paquet gris est aussi lourd que le paquet blanc

**ET**

**SI** le paquet gris est aussi lourd que le paquet noir,

**ALORS** le paquet blanc est aussi lourd que le paquet noir.

Pour conclure cette courte introduction, il convient de rappeler les éléments suivants. Toute construction de concept, tout apprentissage doit s'envisager au travers du :

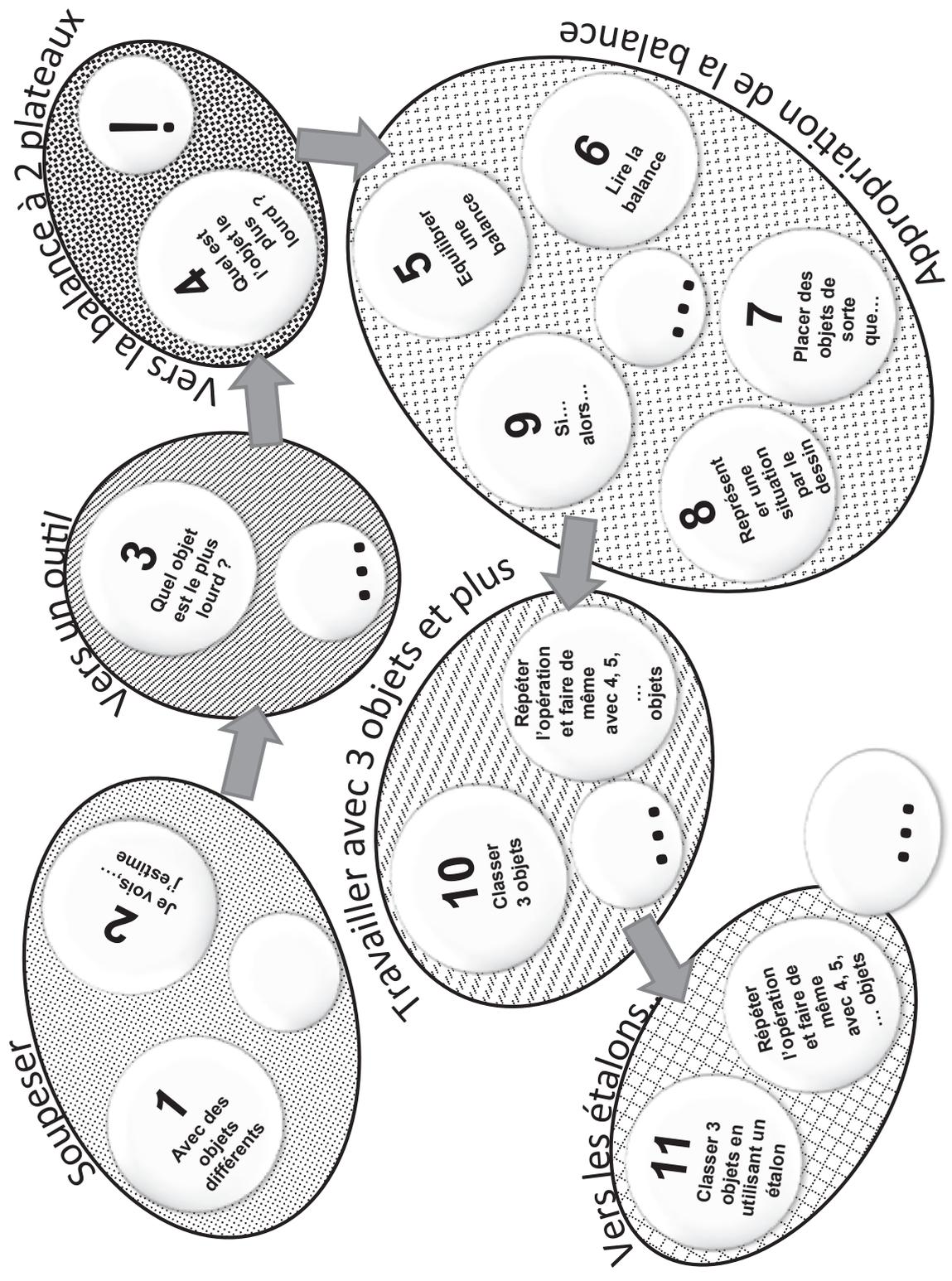


## PLUS CONCRÈTEMENT

Les différentes activités proposées ci-après sont centrées sur l'approche des concepts « lourd » et « léger » et intègrent la nécessaire dimension de la continuité des apprentissages de l'école maternelle à la deuxième année primaire.

Avant de découvrir les différentes activités proposées, vous observerez les deux présentations synthétiques du cheminement proposé. Celles-ci sont destinées à vous aider à percevoir le fil conducteur de la réflexion menée par le groupe de travail.





**INTENTIONS PÉDAGOGIQUES (dès la maternelle)**

Soupeser 2 objets afin de déterminer l'objet le plus lourd.

Utiliser le vocabulaire « plus léger », « plus lourd ».

**MATÉRIEL**

6 sacs opaques (ou récipients quelconques) d'apparence identique mais de masses très différentes. Pour faciliter l'identification, chaque sac contenant un objet comporte une gommette de couleur différente. (1)

**DÉROULEMENT****Situation initiale**

Les élèves doivent choisir 2 objets et les soupeser afin de déterminer celui qui est le plus lourd.

**Étapes****Organisation spatiale du dispositif de travail et matériel**

Les 6 objets (contenus dans des sacs) sont déposés devant le groupe d'élèves.

**1<sup>re</sup> partie : présentation de la tâche**

Un élève choisit 2 objets et trouve celui qui est le plus lourd, en les soupesant.

**2<sup>e</sup> partie : essai-erreurs et évaluation par les pairs**

L'enseignant fait verbaliser l'élève (par exemple, le rouge est plus lourd que le vert, le vert est plus léger que le rouge). Il demande ensuite à un ou plusieurs autres élèves d'estimer le plus lourd de ces 2 objets (évaluation par la perception).

Les objets sont replacés au centre.

Chacun à leur tour, les élèves s'approprient 2 autres objets et opèrent de la même façon.

L'opération se répète jusqu'à ce que tous les élèves aient pu agir et utiliser le vocabulaire approprié.

**3<sup>e</sup> partie : structuration**

Au terme de l'activité, l'enseignant s'approprie 2 objets et demande aux élèves de dessiner l'action. Par le recours de la dictée à l'adulte, les élèves légendent leur dessin. Ils gardent des traces de leur apprentissage.

**COMMENTAIRES**

(1) Il est important que les objets soient dans des sacs (ou des récipients) opaques pour que la perception visuelle n'influence pas l'estimation.

L'activité permet de faire vivre corporellement la différence de masse entre 2 objets, il ne s'agit donc pas de les sérier !

**INTENTION PÉDAGOGIQUE (dès la maternelle)**

Comparer, sans balance, les masses d'objets d'apparence semblable ou, au contraire, très différente.

**MATÉRIEL**

Divers objets très différents les uns des autres, par exemple :

- un gros colis léger et un petit colis lourd,
- une bouteille pleine et une bouteille vide,
- deux objets usuels dont la masse varie fortement,
- etc.

Chaque objet est identifiable par une gommette de couleur différente.

**DÉROULEMENT****Situation initiale**

Les élèves ont 2 objets placés devant eux : ils doivent déterminer l'objet le plus lourd des deux.

**Étapes****Organisation spatiale du dispositif de travail et matériel**

Deux objets issus du matériel sont disposés devant les élèves.

**1<sup>re</sup> partie : émission d'une hypothèse**

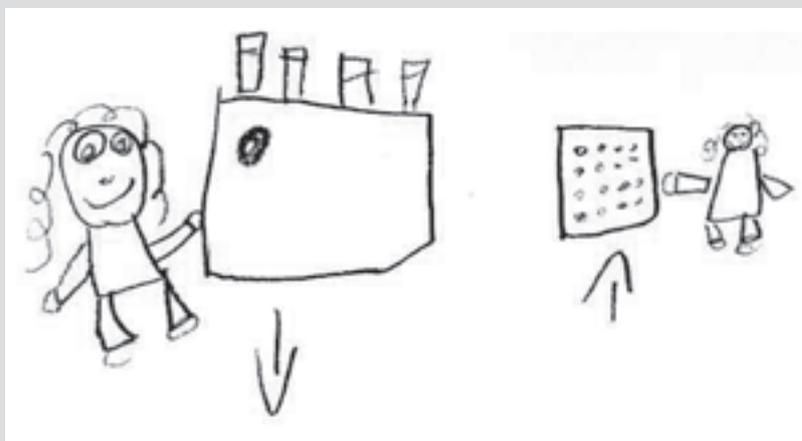
Individuellement, l'élève dessine la gommette de couleur correspondant à l'objet identifié comme étant le plus lourd.

**2<sup>e</sup> partie : vérification de l'hypothèse de départ**

Chaque élève vérifie son hypothèse en soupesant et l'illustre par un dessin. Ensuite, il le légende en ayant recours à la dictée à l'adulte.

Exemple de production : l'élève devait ici comparer une boîte pleine de marqueurs (étiquette noire) avec un dé en mousse (étiquette verte).

J'estime : Je pense que l'objet avec la gommette noire est plus lourd.



Je vérifie : La boîte de marqueurs est plus lourde.

### **3<sup>e</sup> partie : mise en commun et structuration**

Les élèves font part de ce qui a changé (ou non) par rapport à leur hypothèse de départ. Ils déconstruisent des évidences. Par exemple, ce qui est gros est lourd, ce qui est petit est léger.

#### **COMMENTAIRES**

Au cours de cette activité, en fonction du matériel proposé, l'élève va être confronté à sa perception personnelle des objets.

Cette étape est relativement importante puisqu'elle permettra de bousculer la représentation de l'élève si son estimation venait à s'avérer incorrecte.

Attention, l'important est que l'activité soit vécue corporellement sans avoir recours à une balance conventionnelle ou non.

**QUEL EST L'OBJET LE PLUS LOURD ?****INTENTION PÉDAGOGIQUE (3<sup>e</sup> maternelle – 1<sup>re</sup> primaire)**

Utiliser du matériel pour déterminer l'objet le plus lourd.

**MATÉRIEL**

Objets usuels dont les masses sont relativement proches.

Matériel divers de la classe (pour prouver que l'estimation des élèves est correcte).

**DÉROULEMENT****Situation initiale**

Par petits groupes, les élèves doivent estimer l'objet le plus lourd, vérifier et prouver leur estimation. Ils doivent également garder des traces de leur estimation et du procédé utilisé pour la vérifier.

**Étapes****Organisation spatiale du dispositif de travail et matériel**

Chaque groupe reçoit 2 objets issus du matériel proposé.

**1<sup>re</sup> partie : essais-erreurs**

Par groupes restreints, après avoir estimé l'objet le plus lourd, les élèves doivent vérifier et ensuite prouver que leur réponse est correcte (1). Confrontés à un problème, ils devront trouver un moyen leur permettant d'agir de la sorte. En faisant appel à leur imagination, les élèves peuvent recourir à du matériel se trouvant dans la classe (2 et 3).

Les élèves notent, dessinent le résultat obtenu et le procédé utilisé.

**2<sup>e</sup> partie : mise en commun et structuration**

Chaque groupe verbalise la ou les procédure(s) utilisée(s) ainsi que les réponses obtenues. Une structuration est élaborée en répertoriant les procédés les plus pertinents.

**COMMENTAIRES**

- (1) Le résultat en lui-même n'est pas le plus important, c'est sur la démarche et les moyens mis en œuvre pour comparer les deux masses que l'on portera l'attention.
- (2) Attention : ne rien induire aux élèves. Le recours à du matériel doit émerger de leurs réflexions.
- (3) Le cas échéant, l'enseignant peut faire appel au groupe classe pour trouver et/ou partager des solutions.

## QUEL EST L'OBJET LE PLUS LOURD ?

(Masses très proches)

### INTENTION PÉDAGOGIQUE (cycle 5-8)

Utiliser une balance à deux plateaux pour comparer avec précision deux objets de masses très proches.

### MATÉRIEL

Balance de Roberval.

Objets usuels de masses très proches.

### DÉROULEMENT

#### Situation initiale

Les élèves doivent trouver l'objet le plus lourd et expliquer leur réponse par un dessin.

#### Étapes

##### 1<sup>re</sup> partie : moment d'appropriation du matériel, émission et vérification d'hypothèses

Dans un atelier permanent (1), l'enseignant propose deux objets différents. Les élèves doivent déterminer le plus lourd et expliquer leur réponse par un dessin.

Confrontés à des objets de masses assez semblables, les élèves devraient constater que les balances non conventionnelles ne sont pas assez précises. Ils devraient donc être incités à recourir à un ou d'autres outils (2 et 3).

L'enseignant laisse un temps de manipulation pour que les élèves puissent s'approprier et découvrir le fonctionnement de la balance (4).

##### 2<sup>e</sup> partie : mise en commun et structuration (5)

Les dessins sont affichés au tableau. Chaque groupe apporte les explications y afférant. Des différences et des similitudes peuvent être constatées et relevées. La réflexion et la structuration se feront au départ de celles-ci.

### COMMENTAIRES

- (1) Les ateliers sont une forme d'organisation à envisager surtout lorsque le nombre d'élèves est conséquent ou lorsque le matériel disponible est trop limité.
- (2) Il est recommandé de ne pas diriger trop vite les élèves vers l'utilisation de la balance de Roberval, l'initiative devrait émerger de leurs réflexions. Le cas échéant, l'enseignant apporte la solution.
- (3) Il ne faut surtout pas recourir à une balance de ménage ou digitale. En effet, il ne s'agit pas de déterminer la masse des différents objets mais de les comparer.
- (4) Il ne s'agit pas d'utiliser les poids fournis avec la balance, nous restons dans le cadre de comparaison de deux objets.
- (5) La mise en commun s'organise lorsque tous les élèves sont passés dans l'atelier.

## ÉQUILIBRER LA BALANCE

**INTENTION PÉDAGOGIQUE (cycle 5-8)**

Équilibrer une balance à deux plateaux en agissant sur une quantité d'ingrédients, d'aliments...

**MATÉRIEL**

Des ingrédients (farine, sel sucre...), des aliments (pâtes, riz...), de la plasticine ou tout autre matériel similaire.

Balance de Roberval.

**DÉROULEMENT****Situation initiale**

Sans toucher au plateau de départ (préparé par l'enseignant), les élèves doivent faire en sorte que ce qu'il y a sur le second plateau soit aussi lourd que ce qu'il y a sur le premier.

**Étapes****Organisation spatiale du dispositif de travail et matériel**

Les élèves travaillent en atelier.

Une balance est en face du groupe d'élèves, avec des objets déposés sur les plateaux de sorte que ce qu'il y a sur le premier plateau soit plus lourd que ce qu'il y a sur le second.

Les élèves disposent de différents ingrédients, aliments, plasticine... (1)

**1<sup>re</sup> partie : émission d'hypothèses**

Dans un atelier permanent, les élèves sont invités à imaginer et dessiner la balance comme elle sera lorsque l'expérience sera terminée.

**2<sup>e</sup> partie : essai-erreurs**

Les élèves manipulent la farine, l'eau... jusqu'à ce que les plateaux soient en équilibre.

**3<sup>e</sup> partie : retour sur les hypothèses de départ**

Les élèves dessinent le résultat et le comparent à leurs premiers dessins pour constater les dissemblances et/ou les ressemblances.

Sur base des manipulations et des observations, l'enseignant fait verbaliser les élèves. Par exemple : Comment savons-nous que ce qui se trouve sur un plateau est aussi lourd que ce qui se trouve sur l'autre plateau ?

**4<sup>e</sup> partie : mise en commun et structuration**

Lorsque tous les élèves ont eu la possibilité de vivre l'activité, ils partagent leurs différents constats. L'enseignant les structure.

**COMMENTAIRES**

(1) Il est conseillé à l'enseignant de faire vivre l'activité en proposant d'abord de la plasticine puis des pâtes et ensuite de la farine pour assurer une progression dans la précision du travail.

C'est à partir de cette activité que l'enseignant veillera à utiliser un vocabulaire spécifique : équilibre, aiguille, verticale...

## INTENTION PÉDAGOGIQUE (CYCLE 5-8)

À partir de balances, amener les élèves à observer les plateaux, à écrire et exprimer ce qu'ils voient.

### MATÉRIEL

Objets divers.

Balance de Roberval.

Transparents et rétroprojecteur (si possible) et/ou affiches blanches.

### DÉROULEMENT

#### Situation initiale

Il y a plusieurs manières différentes pour exprimer la même chose. C'est ce constat qui veut être mis en évidence lors de cette activité. Les élèves vont observer et décrire ce qu'ils voient.

#### Étapes

##### Organisation spatiale du dispositif de travail et matériel

Une balance est face aux élèves, un objet est placé sur chaque plateau (l'un est plus lourd que l'autre).

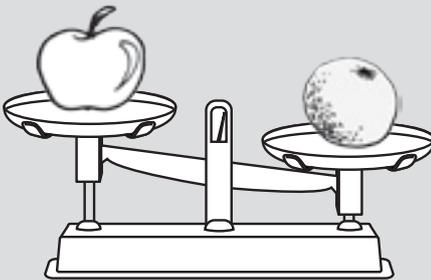
##### 1<sup>re</sup> partie : travail individuel

Individuellement, chaque élève dessine ce qu'il voit (sur un transparent afin de projeter le résultat grâce à un rétroprojecteur, si possible) et légende son dessin (dictée à l'adulte si nécessaire).

##### 2<sup>e</sup> partie : mise en commun et structuration

Chaque élève présente son résultat oralement et les réponses sont classées au tableau en fonction de l'interprétation donnée. Au fur et à mesure, on vérifie si les affirmations correspondent à la situation initiale.

L'orange est plus lourde que la pomme.	←	<input type="text"/>
L'orange est plus lourde.	←	<input type="text"/>
La pomme est plus légère.	←	<input type="text"/>
L'orange est en bas.	←	<input type="text"/>
Le plateau avec la pomme est plus haut.	←	<input type="text"/>
		<input type="text"/>
		...



Cette activité est à reproduire autant de fois que nécessaire en faisant varier les objets, leur nombre, leur masse...

### COMMENTAIRES

Afin de faciliter la production écrite des élèves, ils peuvent se munir de référentiels construits précédemment.

**INTENTION PÉDAGOGIQUE (cycle 5-8)**

Au départ d'une situation donnée, faire agir les élèves sur les objets d'après des consignes précises.

**MATÉRIEL**

Objets de la classe.  
Balance à 2 plateaux.

**DÉROULEMENT****Situation initiale**

Les élèves doivent imaginer l'objet ou les objets qu'ils placeraient sur le plateau de gauche pour que celui-ci soit plus bas que celui de droite ?

**Étapes****Organisation spatiale du dispositif de travail et matériel**

Les élèves travaillent en atelier.

Une balance est en face du groupe d'élèves, un (ou plusieurs) objet(s) est/sont déposé(s) sur chacun des plateaux.

Divers objets sont disposés à côté de la balance.

**1<sup>re</sup> partie : émission d'une hypothèse**

Individuellement, l'élève dessine (et/ou écrit le nom de) l'objet ou les objets qu'il placerait sur le plateau de gauche pour que celui-ci soit plus bas que celui de droite.

**2<sup>e</sup> partie : vérification de l'hypothèses et structuration**

En fonction des réponses émises, l'enseignant demandera, à l'intérieur de chaque groupe et à chaque membre, de vérifier en agissant directement sur la balance. L'enseignant sollicite chaque élève à verbaliser son action. Chaque réponse est avalisée ou non par le groupe.

Il convient de répéter cette démarche à plusieurs reprises.

**COMMENTAIRES**

La présence de l'enseignant dans l'atelier est indispensable.

### INTENTION PÉDAGOGIQUE (cycle 5-8)

Être capable de dessiner une situation décrite oralement.

### MATÉRIEL

Balance de Roberval.  
Objets divers.

### DÉROULEMENT

#### Situation initiale

Décrire une situation : par exemple, Maxime place une poire sur un plateau de la balance. Il pose une balle plus légère que la poire sur l'autre plateau.

#### Étapes

##### 1<sup>re</sup> partie : travail individuel

Chaque élève dessine la situation.

##### 2<sup>e</sup> partie : comparaison avec un pair et ajustement éventuel

Par deux, les élèves comparent leurs productions. Bien qu'ils ne soient pas contraints de se mettre d'accord, ils peuvent ajuster éventuellement leur dessin d'après l'échange mené.

##### 3<sup>e</sup> partie : mise en commun

Les duos présentent leurs réalisations en apportant quelques précisions utiles. Aucun jugement n'est apporté sur la validité de celles-ci. Les productions sont progressivement affichées et classées au tableau.

La vérification est réalisée de manière collective en jouant la scène. Une réflexion interactive est menée.

Les productions des élèves feront l'objet d'une analyse par l'enseignant afin de relever les erreurs commises (1).

L'opération doit être répétée autant que possible.

### COMMENTAIRES

Cette activité, nécessaire également dans le processus d'appropriation de la balance, est particulièrement intéressante puisqu'elle favorise des « entrées » différentes.

(1) C'est à partir de celles-ci que les activités suivantes pourront être pensées et construites en s'inspirant des fiches proposées précédemment.

## INTENTION PÉDAGOGIQUE (cycle 5-8)

Faire des liens de cause à effet dans une situation de manipulation.

### MATÉRIEL

Objets divers.  
Balance de Roberval.  
Affiches.

### DÉROULEMENT

#### Situation initiale

Les élèves doivent anticiper sur ce qui se passerait si on agissait sur les objets qui se trouvent sur les plateaux d'une balance. Par exemple, que se passerait-il si cet objet (à montrer) était retiré ?

#### Étapes

##### Organisation spatiale du dispositif de travail et matériel

Les élèves sont réunis à la table des manipulations, balance bien en vue.  
Plusieurs objets usuels et connus sont placés sur chacun des plateaux.

##### 1<sup>re</sup> partie : travail individuel

Chaque élève dessine la situation envisagée.

##### 2<sup>e</sup> partie : comparaison avec les pairs, choix et vérification d'une hypothèse

Par groupe restreint, les élèves comparent leurs productions. Ils se concertent pour élaborer une affiche reprenant les étapes suivantes (1) :

1. la question ;
2. notre hypothèse (Attention : une seule hypothèse est retenue) ;
3. nous vérifions (2) ;
4. nous communiquons la réponse.

##### 3<sup>e</sup> partie : mise en commun et structuration

Chaque groupe présente son affiche (question, hypothèse, vérification et résultat). Une structuration est élaborée en répertoriant les démarches pertinentes.

### COMMENTAIRES

(1) Les élèves réalisent eux-mêmes l'affiche (sur feuille A4 blanche par exemple).

(2) Chaque groupe va vérifier tour à tour à la table des manipulations. L'enseignant gère les successions.

Cette activité peut être variée à l'infini : variation du nombre d'objets sur les plateaux, ne pas retirer un objet mais en ajouter (ou en remplacer un par) un autre.

## COMPARER 3 OBJETS DIFFÉRENTS

### INTENTION PÉDAGOGIQUE (2<sup>e</sup> primaire)

En utilisant la balance, classer 3 objets du plus léger au plus lourd.

### MATÉRIEL

3 objets usuels uniquement. (1)

Balance de Roberval.

### DÉROULEMENT

#### Situation initiale

Les élèves doivent classer 3 objets du plus léger au plus lourd.

#### Étapes

##### Organisation spatiale du dispositif de travail et matériel

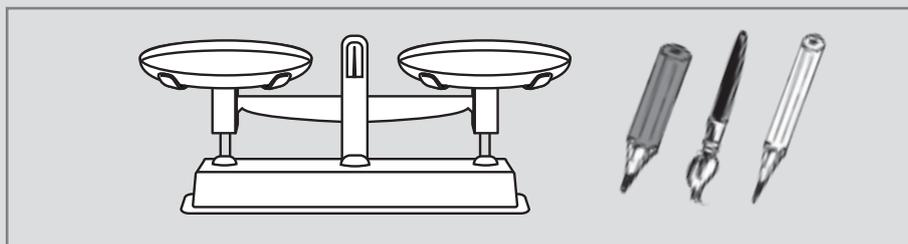
Les élèves travaillent en atelier.

Une balance est en face du groupe d'élèves.

Ils disposent de 3 objets usuels et connus (et uniquement de ceux-ci).

##### 1<sup>re</sup> partie : essai-erreurs

Dans un atelier permanent, les élèves effectuent la recherche. L'enseignant incite les enfants à verbaliser. Chaque groupe écrit et/ou dessine la réponse sur une feuille.



##### 2<sup>e</sup> partie : mise en commun et structuration

Chaque groupe explique comment il a procédé. Toutes les procédures pertinentes sont retenues. Par exemple, tous les objets ont été comparés 2 à 2 et un des objets était chaque fois le plus léger, un autre le plus lourd, le troisième était donc à classer au milieu.

Dans un second temps, il est intéressant de contraindre les élèves à deux comparaisons au lieu de trois. Ainsi, le raisonnement qui en découlera sera de type :

**SI** « l'objet A » est plus lourd que « l'objet B » **ET**

**SI** « l'objet B » est plus lourd que « l'objet C »

**ALORS** l'objet B est de masse intermédiaire (« l'objet B » est moins lourd que le A mais plus lourd que le « l'objet C »), « l'objet A » est le plus lourd, « l'objet C » est le plus léger.

L'opération doit être répétée autant que nécessaire.

### COMMENTAIRES

(1) Utiliser des objets de masse « sensiblement » identique (plumiers fermés identifiables).

Il est possible d'augmenter la difficulté en disposant plus d'objets.

## COMPARER 3 OBJETS DIFFÉRENTS EN UTILISANT UN ÉTALON

### INTENTION PÉDAGOGIQUE (2<sup>e</sup> primaire)

Utiliser la balance afin de classer des objets du plus lourd au plus léger et inversement en utilisant un étalon non conventionnel.

### MATÉRIEL

Balance de Roberval.  
Objets usuels (1).

### DÉROULEMENT

#### Situation initiale

Les élèves doivent classer trois objets du plus léger au plus lourd mais ils ne peuvent pas les comparer entre eux !

#### Étapes

##### Organisation spatiale du dispositif de travail et du matériel

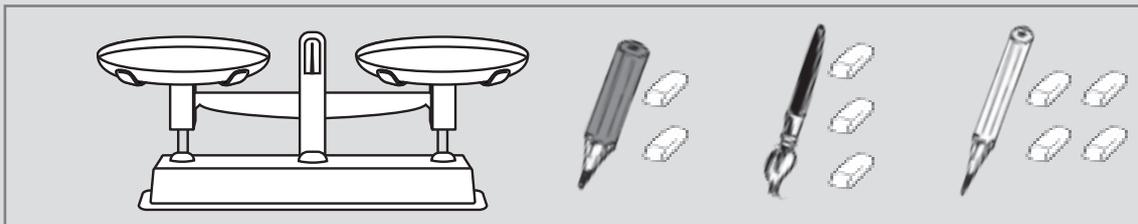
Les élèves travaillent en atelier.  
Une balance est face au groupe d'élèves.  
Ils disposent de 3 objets usuels et connus.

##### 1<sup>re</sup> partie : présentation du défi

L'enseignant présente le défi en insistant sur la contrainte.

##### 2<sup>e</sup> partie : essai-erreurs.

Dans un atelier permanent, les élèves réfléchissent pour trouver une solution au problème posé (2). L'enseignant laisse les élèves choisir un étalon approprié (même si celui-ci ne semble pas pertinent).  
Les élèves manipulent pour établir le classement.



L'enseignant incite les enfants à verbaliser.  
Les élèves représentent chaque manipulation, les expriment oralement puis par écrit.

##### 3<sup>e</sup> partie : mise en commun

Les élèves comparent les présentations de chaque groupe (démarches effectuées, étalon utilisé et classement établi). Toutes les démarches et les étalons pertinents seront retenus.

### COMMENTAIRES

- (1) Utiliser des objets identiques à l'intérieur de chaque groupe.
- (2) La solution devrait émerger des élèves.

## 1.2 | RÉSOLVRE DES PROBLÈMES SIMPLES DE PROPORTIONNALITÉ DIRECTE

L'analyse des résultats montre que les questions portant sur la proportionnalité ont été très peu réussies par les élèves lors de l'évaluation externe. Sans doute est-il permis de lier ce constat à la difficulté que représente la notion de proportionnalité pour un élève de deuxième primaire. En effet, le champ conceptuel qui s'y rapporte est vaste et complexe.

D'ailleurs, la compétence *Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe* n'est certifiée dans les *Socles de compétences* qu'en fin de seconde étape. Cela suppose qu'une série d'actions didactiques doivent être menées avant cette échéance.

Pour rencontrer cette exigence, il semble intéressant de s'interroger sur la construction du concept de proportionnalité au cycle 5-8, au regard de quelques données théoriques.

### VOUS AVEZ DIT : PROPORTIONNALITÉ ?

La proportionnalité, comme le rapport mathématique, est une **relation mathématique** qui unit des objets mathématiques. Elle s'exprime entre les grandeurs de ces objets. Celles-ci sont dites proportionnelles lorsqu'elles deviennent simultanément  $x$  fois plus grandes ou  $x$  fois plus petites. Les notions de « rapport » et de « proportionnalité » sont complémentaires, la première étant essentielle à la résolution des problèmes qui sont attachés à la seconde.

**La proportionnalité** simple concerne la **relation** entre au moins deux couples de nombres ou de grandeurs de même nature (des masses, des prix, des longueurs, des durées...) qui ont le même rapport.

Les items proposés dans l'épreuve se rapportent à la recherche d'une quatrième proportionnelle.

Par exemple : si je remplis 3 verres avec 1 carton de lait, combien de verres vais-je remplir avec 3 cartons ? (item 26).

**Le rapport** quant à lui, concerne la **relation qui s'applique à deux objets** de même grandeur ou de grandeur différente. Par exemple :

- 1 photo est comparée à son agrandissement,
- 1 boîte de lait remplit 3 verres,
- 4 bonbons coutent 2 € ...

Certains rapports n'entrent pas dans la relation de proportionnalité.

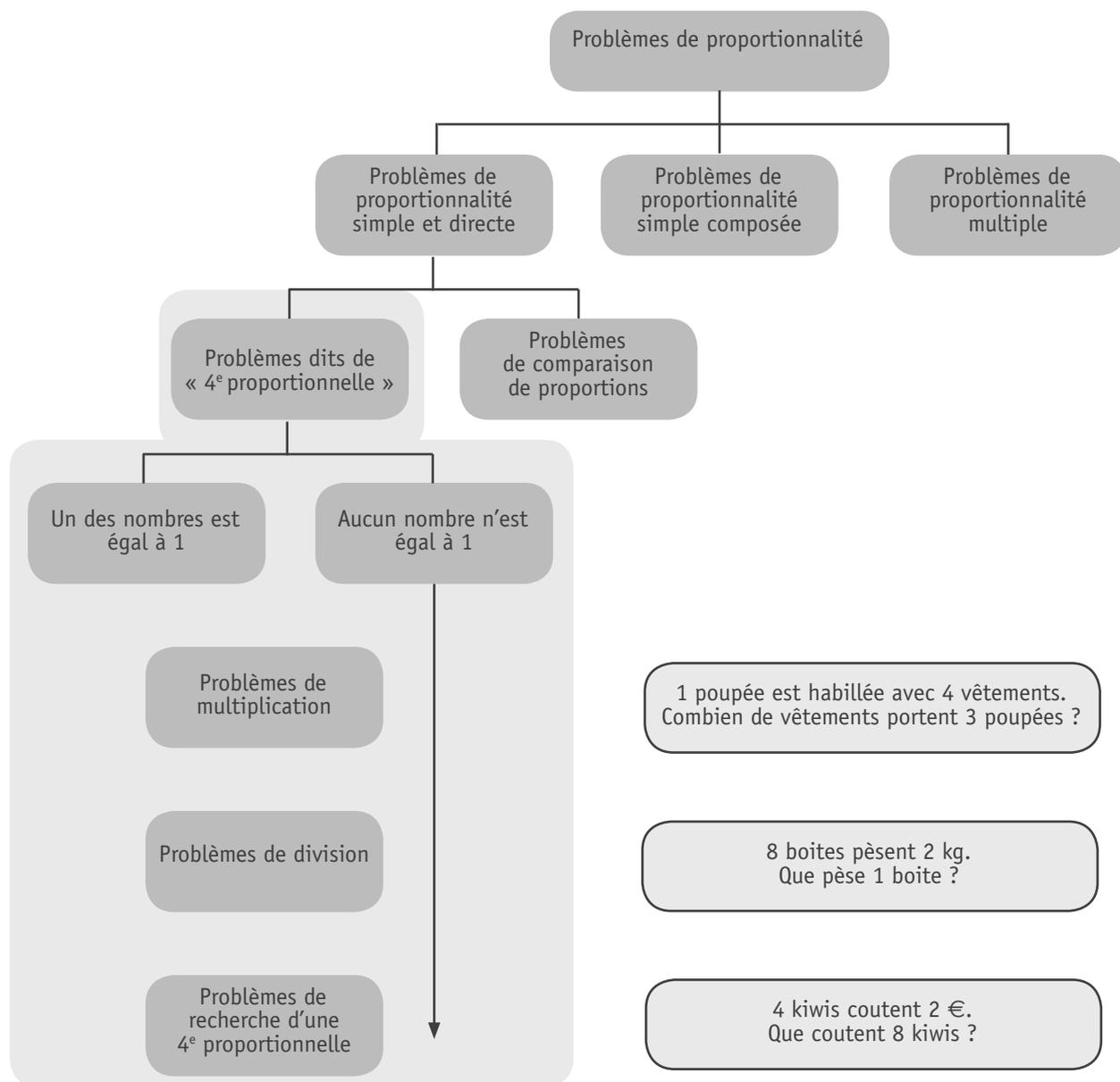
Par exemple, si un enfant mesure 1,22 m à 7 ans, il ne mesurera pas 2,44 m à 14 ans !

Avec l'introduction des données numériques, il semble important de présenter à la fois des grandeurs continues (mesurables) et des grandeurs discrètes (collections dénombrables) lors des mises en situation. En effet, les représentations que les élèves ont de ces deux types de grandeurs semblent influencer le traitement de l'information et les stratégies de résolution. Ainsi, les jeunes élèves mettent plus facilement en relation (en rapport) les grandeurs discrètes (objets dénombrables).

En conséquence...

Au début du cycle 5-8, on privilégiera la perception des rapports entre objets distincts ou semblables, avant d'envisager la relation entre des grandeurs à valeurs numériques, ou la comparaison de grandeurs qui évoluent parallèlement de manière proportionnelle. À ce stade, l'identification de la relation entre deux objets est surtout intuitive.

## UNE TYPOLOGIE DE PROBLÈMES LIÉS À LA PROPORTIONNALITÉ<sup>1</sup>



En P1 et P2, en plus de la notion de rapports entre deux grandeurs, nous ne retiendrons que les problèmes de proportionnalité simple et directe dits « de 4<sup>e</sup> proportionnelle ».

Il s'agira de calculer une valeur manquante dans des contextes où un des nombres est égal à 1 (ce qui facilite la recherche du rapport), et dans des contextes où aucune valeur donnée n'est égale à 1.

<sup>1</sup> Adaptée de VERGNAUD, G. in GERON et al., 2007, p.34.

Dans l'ensemble, l'analyse des résultats fait apparaître d'assez larges disparités entre les scores obtenus aux différentes questions, allant de 65% de réussite pour certains items à 26 % seulement. Les items 69 à 73 liés à la question ci-contre ont été mieux réussis que les items qui mettent des recettes en scène.

Quels pourraient être les autres facteurs qui ont pu influencer le raisonnement des élèves ?

## **DES OBSTACLES ET DES ADJUVANTS À LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES LIÉS À LA PROPORTIONNALITÉ**

Telle que conçue, l'épreuve ne permet pas d'établir une typologie précise des erreurs commises. Cependant, certaines récurrences peuvent être reliées aux différentes recherches qui ont été menées sur les obstacles rencontrés lors de la résolution de problèmes liés à la proportionnalité.

- **La capacité de l'élève à identifier que la structure mathématique de la situation relève d'un modèle proportionnel est un élément pivot** : l'élève doit pouvoir identifier qu'il s'agit d'une structure mathématique liée à la multiplication, à la division ou à la recherche d'une quatrième proportionnelle pour adapter sa stratégie de résolution. Pour cela, il doit créer du sens à partir de la situation qui lui est proposée.
- **Le passage de la structure mathématique additive à la structure multiplicative est difficile et bloque certains élèves dans leurs démarches de résolution** : les structures multiplicatives interfèrent avec les structures additives qui sont déjà partiellement acquises par les élèves.
- **La familiarité de la situation proposée semble influencer les élèves dans le traitement qu'ils font de l'information** : les situations mettant en jeu des grandeurs éloignées du cadre de référence des élèves font chuter les résultats de manière significative.

Corollairement aux obstacles relevés ci-dessus, on note des facteurs de facilitation dans l'appropriation et la résolution des problèmes liés à la proportionnalité.

- **La simplicité numérique** des différentes données favorise la résolution. La présence d'un facteur égal à 1 est particulièrement facilitatrice.
- **Le degré de maîtrise de la multiplication** et des rapports unissant certains facteurs semble jouer un rôle considérable dans le choix de l'opération par l'élève.
- **L'identification des grandeurs en présence** favorise la gestion et l'organisation des données en autorisant une mise en relation pertinente.

Les situations les plus aisément perçues et réussies par les jeunes enfants :

- sont suffisamment familières pour lui permettre de créer du sens et ainsi identifier que le problème relève, ou non, de la proportionnalité,
- proposent des multiplications (ou des divisions) qui engagent des données numériques simples (nombres entiers et petits),
- présentent des grandeurs familières qui favorisent une mise en relation pertinente.

<p>Écris le nombre qui convient sur les pointillés.</p> <p><b>SI</b> avec <b>1</b> boîte de lait, je remplis <b>3</b> verres.</p> <p><b>ALORS</b>, avec <b>2</b> boîtes de lait, je remplirai ... verres.</p>	<p>Ces constats se vérifient dans l'analyse de l'énoncé de l'item 26 qui a été relativement mieux réussi que les autres :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ la situation est familière à l'élève,</li> <li>▪ les données numériques sont simples,</li> <li>▪ une des données est 1 ce qui facilite la mise en relation,</li> <li>▪ la grandeur des objets est identique.</li> </ul>
<p>RECETTE</p> <p>Dessine ce qu'il faut pour 6 personnes</p> <p>Pour 3 personnes :</p> <p>3 tasses 1 verre <u>2 œufs</u></p> <p>Pour 6 personnes : ...</p>	<p>A contrario, l'item 24 a été très peu réussi. Les élèves ont éprouvé de nombreuses difficultés lors de sa résolution.</p> <p>Il s'agit pourtant d'une situation familière dont les données numériques, bien qu'un peu plus complexes, restent relativement simples. La difficulté réside donc dans un autre champ de paramètres.</p> <p>En effet, cette situation est très différente de l'item 26, tant par sa présentation (qui est moins explicite) que par la mise en scène de relations qui interviennent et unissent plusieurs grandeurs différentes.</p> <p>Les difficultés liées à la résolution sont sans doute multifactorielles, mais elles touchent notamment à l'identification des relations proportionnelles internes et externes, ainsi qu'à la forme et au caractère strictement préconstruit de l'organisation des données.</p>

## DES RELATIONS MATHÉMATIQUES EN JEU DANS LA RELATION PROPORTIONNELLE

La proportionnalité est une relation linéaire constante. Elle peut se traduire, entre autres représentations, par un graphique cartésien à croissance constante ou un tableau de proportionnalité.

**Tableau de proportionnalité**

Paquets	1	2	3	4	5
Euros	10	20	30	40	?

↓

Rapport externe

→

Rapport interne

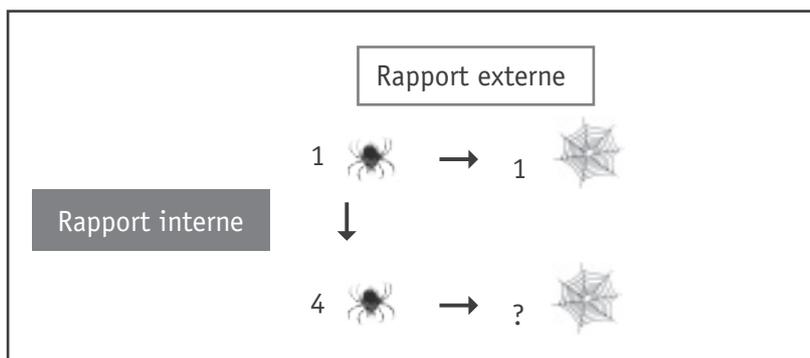
Ces types de représentations servent à l'organisation et à l'exploitation des données.

Si ces outils doivent être construits avec les élèves dans les années ultérieures au cycle 5-8, le tableau de proportionnalité faisant apparaître les notions de rapports interne et externe sera introduit dès le cycle 5-8.

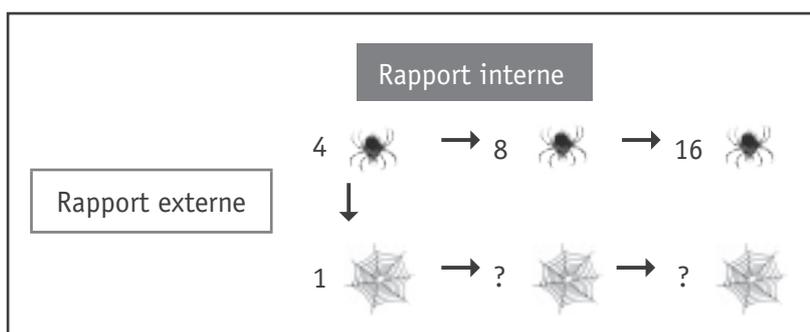
Lorsque l'élève développe une démarche de résolution multiplicative, deux types de relations spécifiques interviennent dans la recherche d'une quatrième proportionnelle : le rapport externe et rapport interne.

### Rapports internes et externes :

- la relation de rapport interne lie deux valeurs d'une même grandeur.
- la relation de rapport externe permet de passer d'une grandeur à l'autre.



Suivant l'organisation des données, le positionnement des rapports externe et interne sera différent.



Pour pouvoir utiliser la conservation du **rapport externe** (la relation qui unit deux grandeurs différentes), l'enfant doit identifier **l'invariance du rapport interne** (la relation qui unit les objets d'une même grandeur). Il doit donc impérativement identifier la situation comme relevant de la proportionnalité. Pour que l'élève procède à cette identification, il doit avant tout attribuer du sens à la situation et la comprendre. L'enjeu principal des apprentissages est d'aider l'élève à **construire un répertoire de procédures adaptées à la résolution de problèmes**.

Dès lors, on proposera une grande diversification des approches :

- dans des contextes variés,
- demandant des stratégies de résolution différentes.

Cette diversité des situations permettra à l'élève, au fil du temps, de se construire un panel de stratégies qui deviendront disponibles lors de la résolution de problèmes.

L'enseignement de la proportionnalité ne peut donc se réduire à une simple procédure de calcul. Il convient d'insister davantage sur l'identification des problèmes liés à la proportionnalité et sur la relation qui unit les grandeurs en présence, plutôt que sur l'application d'algorithmes de résolution.

<p>Marie a dû réaliser une recette. Elle s'est trompée dans la quantité d'un des trois ingrédients. Corrige sa réponse.</p> <p>Voici ce qu'il faut pour 6 personnes :</p> <p>8 cuillères de sucre 6 œufs 10 barres de chocolat</p> <hr/> <p>Réponse de Marie</p> <p>4 cuillères de sucre 2 œufs 5 barres de chocolat</p>	<p>Item 68</p> <p>On peut également supposer que la disposition spatiale de la situation et son caractère fermé ont influé sur les modes de résolution développés par les élèves.</p> <p>En effet, dans un premier temps, les jeunes élèves préfèrent décrire leurs raisonnements par des mots ordinaires ou des dessins spontanés, sans disposition spatiale coercitive. Ils choisissent alors le rapport dont les valeurs numériques ou la maîtrise de la table de multiplication leur sont le plus proches.</p> <p>Dans l'épreuve, les présentations retenues limitaient considérablement le choix de la stratégie de résolution.</p>
--	--

Proposer trop tôt un cadre strict d'organisation des données peut freiner l'émergence de solutions personnalisées et, par là même, la construction du concept de proportionnalité.

Cependant, au fur et à mesure des situations, on veillera à l'émergence progressive d'outils favorisant l'organisation des données, comme la présentation en colonnes des données dessinées ou numériques, l'utilisation de phrases courtes de type « Si... alors... », le graphe sagittal, le tableau de proportionnalité... Après ces quelques mises au point concernant la proportionnalité, nous vous proposons une série de fiches plus pratiques. Elles pourront soutenir votre action au sein de la classe.

## INTENTION PÉDAGOGIQUE

Construire le concept de rapport au cycle 5-8 (plus particulièrement en M3 et P1)

- par la comparaison de deux objets distincts en développant la perception des rapports (équivalence) entre les grandeurs de ces deux objets,
- en amenant l'élève à concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet.

## DÉROULEMENT

### Situation initiale

L'enseignant prévoit une dizaine de paires de chaussettes, de tailles différentes, mais de couleur semblable, sur un banc. Ce type d'activité peut s'envisager à partir de plusieurs matériaux différents :

- trier des gants pour les ranger dans l'armoire,
- mettre des cartons d'invitations de tailles et de couleurs différentes dans des enveloppes de tailles et de couleurs différentes.

### Étapes

#### Énoncé du problème

Ranger le linge sur le fil en reformant les paires de chaussettes.

#### 1<sup>re</sup> partie : moment d'appropriation du matériel

Les élèves découvrent le matériel individuellement.

#### 2<sup>e</sup> partie : essai-erreurs et ajustement

Les élèves interagissent pour confronter les stratégies intuitives. La recherche de solution est individuelle, mais les échanges verbaux permettant la confrontation des procédures au fur et à mesure du processus sont privilégiés.

#### 3<sup>e</sup> partie : évaluation du résultat de la tâche par les élèves

Deux formes d'évaluation :

- l'élève, par la perception, estime si la paire qu'il a reconstituée est correcte ou non.
- l'enseignant met des gabarits à la disposition des élèves.

#### 4<sup>e</sup> partie : mise en commun des stratégies – structuration des procédures

Confrontation des procédures et émergence d'une (ou plusieurs) stratégie(s) efficace(s) ou dominante(s) :

- chaque groupe verbalise sa ou ses stratégies de résolution.
- l'enseignant prend note de celles-ci sur une affiche de mémoire collective.
- l'enseignant invite à la comparaison des stratégies.
- échanges, vérification par l'action...
- choix éventuel, sans formalisation à ce stade de l'apprentissage.

## COMMENTAIRES

Ce type d'activité aide le jeune élève :

- à se décentrer,
- à dépasser la perception visuelle des critères de couleurs, de matières... pour se centrer de manière intuitive sur la grandeur de l'objet,
- à accéder, par l'action, au principe d'équivalence,
- à construire la notion de rapport.

Pour favoriser la construction spiralaire du concept, il s'agit de multiplier et de diversifier les situations contextualisées et porteuses de sens qui mettent en jeu des rapports entre grandeurs.

**INTENTION PÉDAGOGIQUE**

Construire la notion de rapport entre deux objets différents relevant d'une même grandeur.

**MATÉRIEL**

Une plaque à recouvrir par élève.

Des mosaïques blanches d'au moins 5 tailles différentes, en grande quantité.

4 enveloppes contenant les consignes (2 fois chaque consigne).

**DÉROULEMENT****Situation initiale**

Les élèves doivent recouvrir une plaque avec :

- le plus de mosaïques identiques possible ;
- le moins de mosaïques identiques possible.

**Étapes****Organisation spatiale du dispositif de travail et matériel**

Travail en groupes de quatre élèves.

Les mosaïques sont déposées en vrac au milieu de la table.

Les enveloppes de consignes.

Une plaque par élève.

**1<sup>re</sup> partie : moment d'appropriation du matériel**

Recouvrement libre.

**2<sup>e</sup> partie : présentation du défi**

Tirage au sort d'une consigne.

- Recouvre ta plaque avec le plus de mosaïques identiques possible.
- Recouvre ta plaque avec le moins de mosaïques identiques possible.

Attention : avant de commencer, tu dois écrire une phrase qui dit pourquoi tu penses que c'est cette mosaïque-là et pas une autre.

**3<sup>e</sup> partie : essai-erreurs et ajustement**

Chaque élève travaille individuellement.

- Écriture de la petite phrase (ne pas tenir compte de l'orthographe).  
D'une part, cette phase renseigne l'enseignant sur les différentes représentations mentales des élèves, d'autre part, elle oblige l'élève à garder une trace des hypothèses qu'il a formulées pour lui permettre d'y revenir pour la valider ou l'invalider.

L'enseignant encourage, fait verbaliser, recourt à la dictée à l'adulte si l'élève est en difficulté, renvoie l'élève à la pertinence de certains critères de choix en essayant de ne pas induire les réponses... Il recentre la recherche et renvoie au matériel sans donner de réponse. Il joue un rôle de régulateur.

- Essais de recouvrement.  
Pendant cette phase, l'enseignant invite les élèves à commenter leurs choix.

#### **4<sup>e</sup> partie : confrontation**

Confrontation des résultats au sein du groupe.

Verbalisation des stratégies – faire émerger les constats.

Prise de note par un élève (formulation de phrase ou expression dessinée).

#### **5<sup>e</sup> partie : mise en commun – structuration des procédures**

Chaque groupe exprime ses résultats et ses constats.

L'enseignant note tous les constats avancés, même ceux qui sont erronés.

Il suscite la verbalisation des rapports.

Par exemple : plus les pavés sont petits, plus il en faut pour remplir la plaque...

#### **6<sup>e</sup> partie : vérification des constats avancés**

Par exemple : j'ai pris les plus grands pavés et j'en ai placé 12.

Les élèves sont chargés de vérifier les constats des autres groupes par essai-erreurs.

#### **7<sup>e</sup> partie : seconde confrontation - structuration des procédures**

Relever les constats qui sont mis en évidence.

Choisir les assertions qui se vérifient.

Inviter l'élève à revenir sur son hypothèse de départ. Faire verbaliser les constats.

### **COMMENTAIRES**

En prolongement de cette activité, on pourra varier :

- la taille de la plaque tout en gardant la taille des mosaïques,
- la taille de la plaque en utilisant une seule sorte de mosaïque.

Confrontation des constats des différentes activités.

L'intérêt de ces activités est de faire émerger les rapports qui peuvent unir deux objets de même grandeur en aidant l'élève à se détacher de sa conception initiale pour la faire évoluer vers une réalité mathématique.

Ce processus est lent. Il s'inscrit dans la durée et suppose qu'il n'y ait pas de formalisation hâtive.

## INTENTIONS PÉDAGOGIQUES

Amener les élèves à construire différentes procédures de résolution lors de la recherche d'une quatrième proportionnelle ET en vérifier la pertinence.

Dépasser le rapport additif pour construire le rapport multiplicatif.

## MATÉRIEL

Des dessins de mains (voir ci-après).

Des dessins d'élèves stylisés (voir ci-après).

## DÉROULEMENT

### Situation initiale

Défi : calcule combien de doigts il y a dans la classe.

Si le nombre d'élèves de la classe est trop restreint, on peut envisager d'élargir à la classe voisine.

Dans ce cas, il faudra insérer le nombre d'élèves fréquentant cette classe.

### Étapes

#### 1<sup>re</sup> partie : présentation du défi

L'enseignant pose le problème aux élèves.

#### 2<sup>e</sup> partie : moment d'appropriation

Émergence des représentations mentales des élèves :

- comment pourrait-on calculer ?
- à votre avis, quelle réponse, environ, obtiendrons-nous ?
- etc.

#### 3<sup>e</sup> partie : essai-erreurs et ajustement

Recherche individuelle par essai-erreurs.

Relances possibles.

- Tu peux dessiner les élèves, les mains, les doigts...
- Proposition d'une fiche de soutien : les mains ou les bonshommes stylisés.

L'enseignant observe les procédures de résolution des élèves. Il encourage, fait verbaliser, renvoie l'élève à la pertinence de certaines procédures (par exemple ici, le recours à la structure additive) en essayant de ne pas induire les réponses. Il recentre la recherche et renvoie au matériel sans donner de réponse.

#### 4<sup>e</sup> partie : confrontation

Confrontation des résultats par groupes de 3.

Verbalisation des différentes stratégies – favoriser l'émergence des constats.

#### 5<sup>e</sup> partie : mise en commun – validation

L'enseignant organise une mise en commun.

Il affiche une série de représentations des stratégies au tableau.

Les élèves expliquent leurs stratégies de résolution et justifient les solutions.

Les stratégies incorrectes sont également exploitées.

En débat avec les élèves : vérification par le dessin, le comptage par 10 ou par 5...

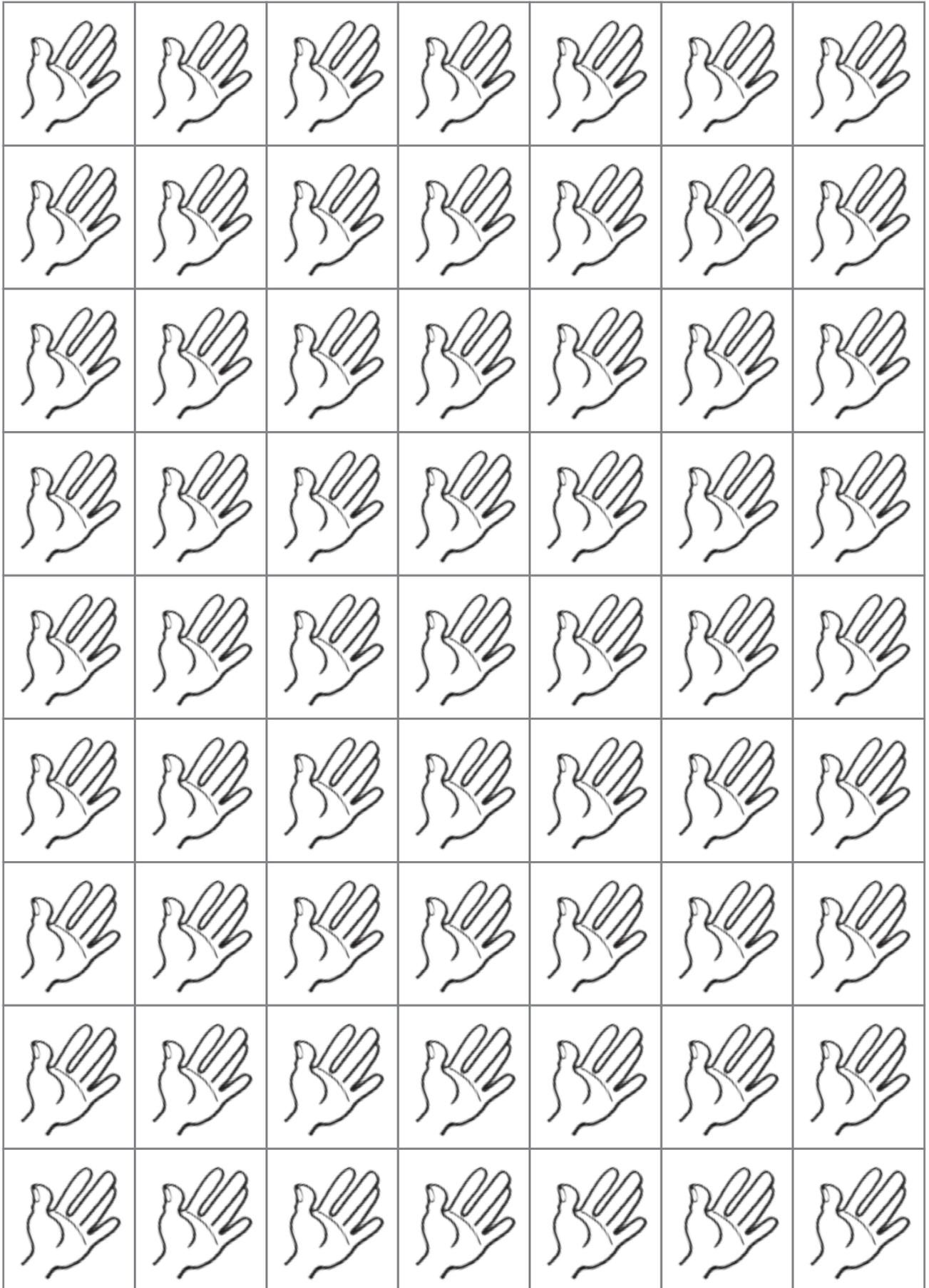
<sup>2</sup> Paletou, F., *Le journal des instituteurs*, 9, mai-juin 1987.

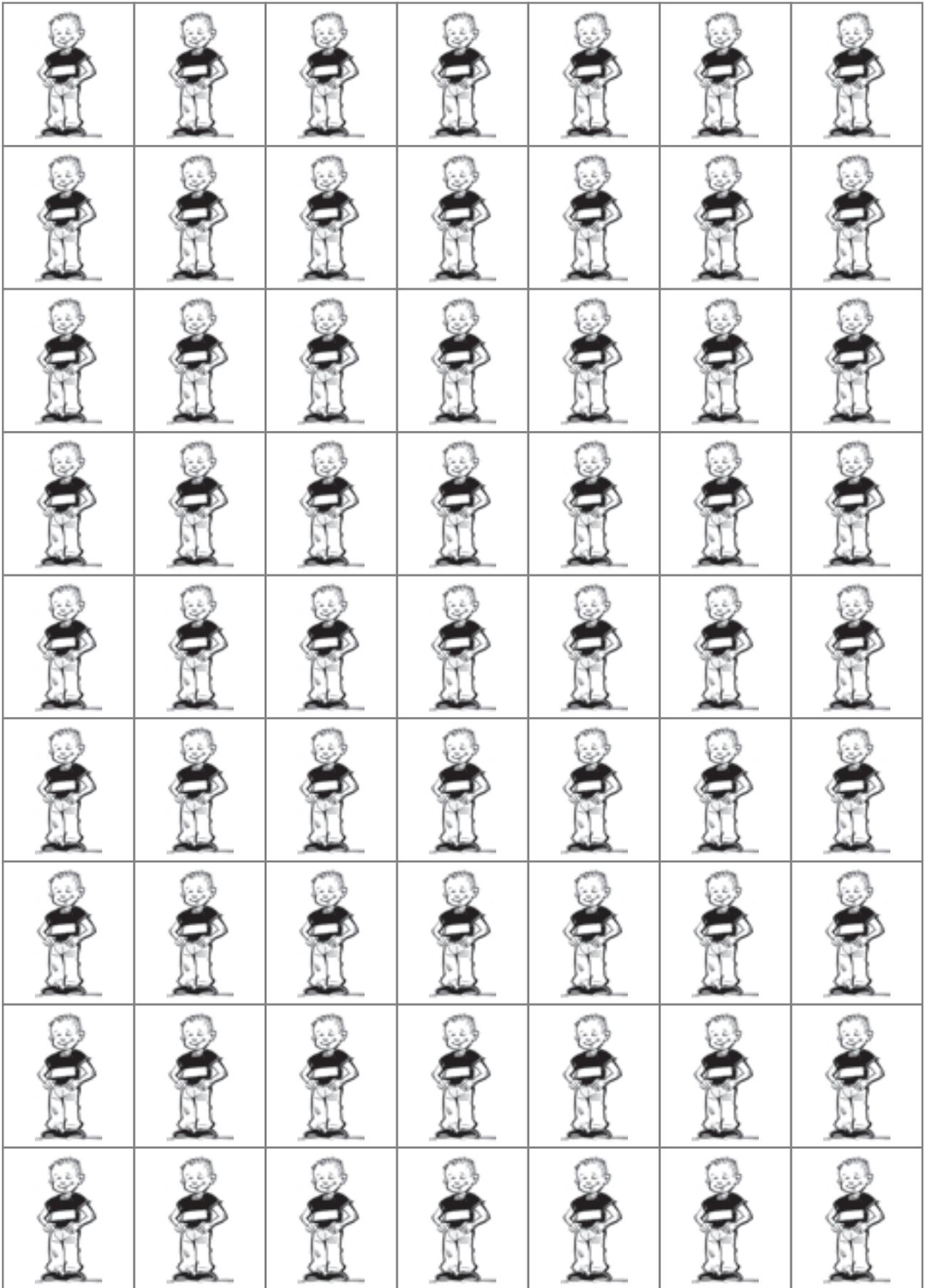
## **6<sup>e</sup> partie : structuration des stratégies de résolution**

Choix des meilleures procédures conduisant à la résolution correcte du défi.

### **COMMENTAIRES**

Le raisonnement de l'élève occupe une place centrale. Son expérimentation peut être longue, fastidieuse. C'est parfois cette longueur qui met en évidence le besoin de recourir à une autre démarche, plus performante.





## INTENTIONS PÉDAGOGIQUES

Amener les élèves à construire différentes procédures de résolution lors de la recherche d'une quatrième proportionnelle ET en vérifier la pertinence.

## MATÉRIEL

L'enseignant aura préparé 4 ou 5 documents de commandes différentes selon le nombre d'élèves dans la classe : 4 jardinières / 3 jardinières / 6 jardinières / 5 jardinières.

Le matériel que les élèves auront jugé bon de commander.

Des affiches de récupération servant à la mémoire collective.

## DÉROULEMENT

### Situation initiale

Préparation des jardinières pour le marché aux fleurs.

Cette situation s'inscrit dans la réalisation d'un projet de classe vécu par les élèves.

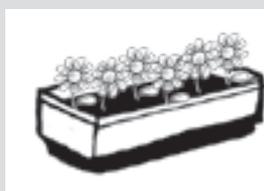
### Étapes

#### Contextualisation

Présenter le dessin d'une jardinière de base aux élèves, le matériel utile pour la composer et les commandes en vrac.

En grand groupe : observer le matériel et le faire commenter verbalement par les élèves.

Dessin d'une jardinière



Composition d'une jardinière

1 bac  
2l de terreau  
6 fleurs

Il est important de proposer des commandes portant sur plusieurs jardinières, sans exclure celles qui sont unitaires.

### Énoncé du problème

Quelle quantité de fleurs, de terreau et de jardinières doit-on acheter pour servir toutes les commandes?

### 1<sup>re</sup> partie : appropriation du problème par l'élève, planification des actions et gestion de la répartition des tâches

- Un dialogue s'installe au cours duquel l'enseignant veille à :
  - favoriser la verbalisation des significations construites par les élèves par rapport à la situation proposée,
  - susciter l'identification des différentes données,
  - le cas échéant, faire émerger les liens qui unissent ces différentes données,
  - etc.

Ces propositions et interprétations seront versées à la mémoire collective de travail.

- L'aspect organisationnel est négocié avec les élèves afin de leur permettre de se responsabiliser par rapport à la dynamique de travail.
  - Comment allons-nous procéder pour être certains d'avoir suffisamment de matériel ? Comment nous répartir le travail ?
  - Formalisation par écrit sur une affiche référent.

## **2<sup>e</sup> partie : essai-erreurs et ajustements**

- Formation de groupes de travail
  - Dispositif de travail en équipes de 3 élèves.
  - Désignation d'un maître du temps (mettre un sablier à sa disposition), d'un rapporteur (qui verbalisera la production du groupe) et d'un secrétaire (qui traduit les démarches par la formulation de phrases, l'expression dessinée, ou le calcul).
  - Chaque élève du groupe reçoit la même feuille de commande.
- Phase de recherche et de confrontation
  - Travail individuel de recherche par des procédures libres (dessins, phrases, calculs).
  - Confrontation des résultats, choix d'une méthode de résolution pour la présenter au groupe classe.
  - Organisation des résultats en vue de les présenter au groupe classe. Les élèves choisissent librement le mode d'organisation qu'ils ont privilégié.

L'enseignant laisse les élèves chercher, intervient le moins possible, encourage sans trop induire les raisonnements, interroge les élèves sur les procédures et stratégies qu'ils développent, ne valide pas, incite l'élève à vérifier avec l'aide d'un camarade...

## **3<sup>e</sup> partie : mise en commun des procédures et des résultats**

Chaque groupe présente ses productions.

L'important n'est pas la réponse, mais la traduction verbale et écrite des processus développés. Les différents modes de résolution sont versés à la mémoire collective. On y reviendra après la composition des jardinières pour mieux juger de leur pertinence.

Un bilan du matériel nécessaire est réalisé sur base des solutions avancées par les élèves.

## **4<sup>e</sup> partie : évaluation par l'action**

À ce stade, les élèves ont envie de réaliser les jardinières :

- Ils vérifient leurs hypothèses par la réalisation des commandes avec le matériel qu'ils ont jugé utile d'acheter.
- L'enseignant incite à poser des constats quant aux manques ou aux surplus éventuels.

## **5<sup>e</sup> partie : retour sur les raisonnements - structuration des procédures**

L'enseignant affiche les différentes représentations de la situation élaborées par les élèves.

En grand groupe, faire émerger les difficultés rencontrées, les sources mathématiques qui ont pu induire des erreurs.

Les stratégies de résolution pertinentes sont organisées.

### **Les dessins proposés disent-ils tous la même chose ?**

- Phase de travail en dyades

Les élèves sont invités à confronter leurs propres représentations à une autre.

Il s'agit de faire traduire l'évolution d'une grandeur par rapport à l'autre par des phrases explicites et par une ou plusieurs opérations.

Par exemple : plus j'ai de jardinières, plus il faut de fleurs ; si pour 1 jardinière j'ai 6 fleurs, alors pour 4 jardinières, j'ai 4 fois plus de fleurs...

- Phase de travail collectif

Mise en correspondance des phrases avec les représentations dessinées.

Confrontation des différentes interprétations.

Mise en relation avec les constats opérés lors de la réalisation des jardinières.

Choix des phrases et schémas qui traduisent le mieux la situation et paraissent les plus pertinents.

En fonction des profils d'apprentissage des élèves de la classe, l'enseignant introduira, ou non, la traduction mathématique de la situation en lien avec la multiplication.

Si cela se révèle nécessaire, il ne faut pas hésiter à laisser les procédures en suspens pour y revenir ultérieurement.

## **COMMENTAIRES**

Les enjeux principaux de cette activité sont d'aider l'élève à :

- identifier la situation comme relevant du modèle proportionnel,
- construire un répertoire de procédures pertinentes et adaptées à la résolution de problèmes liés à la proportionnalité.

Les stratégies de résolution proposées par les élèves peuvent être très différentes de celles envisagées lors de la préparation. Dans ce cas, leur accompagnement et leur exploitation s'insèrent naturellement dans le dispositif didactique.

Cette attitude d'ouverture requiert souplesse et adaptation du déroulement programmé.

## INTENTION PÉDAGOGIQUE

Amener les élèves à construire une relation simple directement proportionnelle.

## MATÉRIEL

Une affiche reprenant la recette (ingrédients et déroulement).  
Fiches de relance (voir ci-après).

## DÉROULEMENT

### Situation initiale

Jeu du magasin

Chaque groupe doit composer une liste d'achats correspondant au nombre de ravers de tiramisu qu'il devra réaliser.

### Étapes

#### Contextualisation

Présenter l'affiche de la recette.

#### *Ingrédients pour 5 ravers*

- 3 œufs
- 1 bol de sucre brun
- 1 paquet de biscuits à la cuillère
- 5 grosses cuillères à soupe de mascarpone
- 2 tasses de café très fort
- 1 cuillère à soupe de cacao

#### *Recette*

*Casser les œufs en séparant les blancs des jaunes.*

*Mélanger le sucre brun avec les jaunes.*

*Fouetter pour faire fondre le sucre.*

*Ajouter le mascarpone.*

*Battre les blancs d'œufs en neige très ferme.*

*Incorporer doucement les blancs aux jaunes.*

*Tremper les biscuits rapidement dans le café.*

*Tapisser le ravier d'une couche de biscuits, d'une couche de crème etc.*

*Tamiser un peu de cacao sur le dessus de chaque ravier.*

#### Énoncé du problème

Voici une recette pour 5 ravers.

De combien d'œufs, de sucre, de biscuits, de mascarpone, de café et de cacao aurons-nous besoin pour préparer 25 ravers ?

## **Organisation spatiale du dispositif de travail et matériel**

Travail en groupes de trois élèves.

Une copie de la recette par groupe.

Des feuilles de brouillon et des crayons.

Des fiches de relance.

L'affiche de la recette.

### **1<sup>re</sup> partie : appropriation de la situation**

- En grand groupe, observer la recette et la faire commenter verbalement :
    - Que nous dit ce document ?
    - À quoi sert-il ?
    - Etc.
  - Introduire le jeu du magasin.

Les élèves sont les clients et l'enseignant est le vendeur.  
Aujourd'hui, il n'y aura pas d'échange de monnaie, ni de vraies denrées.  
On va faire « comme si... ».
  - Expliquer les règles de fonctionnement des groupes (les afficher au tableau).

Dans chaque groupe, les élèves :

    - expliquent leurs recherches par des dessins ou des calculs,
    - se mettent d'accord sur les procédures de résolution avant d'aller au magasin,
    - rédigent une liste des achats utiles à la confection de 25 ravers de tiramisu,
    - expliquent au vendeur comment ils ont abouti à ces résultats.
  - Inviter à la traduction verbale de la situation par les élèves :
    - De quoi parle la situation ?
    - Que nous dit-elle ? (mise en évidence des données importantes)
    - Que cherche-t-on ?
    - Etc.
  - Éventuellement, faire dessiner les ingrédients nécessaires à la réalisation de la recette.
- La réalisation du tiramisu est prévue pour le lendemain.

### **2<sup>e</sup> partie : essai-erreurs et ajustements**

- Travail individuel de recherche par des procédures libres : dessins, phrases, calculs...
- Confrontation des résultats et ajustements éventuels dans chaque groupe.
- Réalisation d'une liste d'achats commune au groupe.

#### *Jeu du magasin*

Les élèves se présentent au magasin avec leur liste d'achats.

L'enseignant joue le vendeur et suscite la verbalisation des stratégies développées par les élèves.

L'enseignant donne des représentations figuratives des denrées commandées par les élèves.

En cas d'erreur, l'enseignant donne une ou plusieurs fiches de relance, il ne donne pas la réponse, et renvoie les élèves vers le groupe de recherche.

### **3<sup>e</sup> partie : mise en commun des procédures et des résultats**

Chaque groupe présente ses productions :

- afficher les listes et les représentations.
- faire traduire verbalement les processus développés par les élèves, qu'ils soient corrects ou non.
- confronter les différentes représentations.

- faire exprimer l'évolution d'une grandeur par rapport à l'autre par des phrases explicites et par une ou plusieurs opérations.
- éventuellement, exploiter les fiches de relance pour identifier le rapport unissant les différentes grandeurs.

#### **4<sup>e</sup> partie : retour sur les raisonnements-structuration des procédures**

Les représentations et les procédures de résolutions qui semblent les plus pertinentes sont choisies. Est-ce que :

- le dessin respecte la situation ?
- le dessin a du sens par rapport à cette situation ?
- le dessin aide à la compréhension ?
- le dessin est complet ?
- le dessin permet de reformuler la situation avec exactitude ?

Par quelles opérations mathématiques peut-on traduire ce dessin ?

Les différents modes de résolution choisis sont versés à la mémoire collective.

Par le dialogue, l'enseignant suscite d'éventuels rapprochements avec les stratégies de résolution qui auraient déjà été construites précédemment.

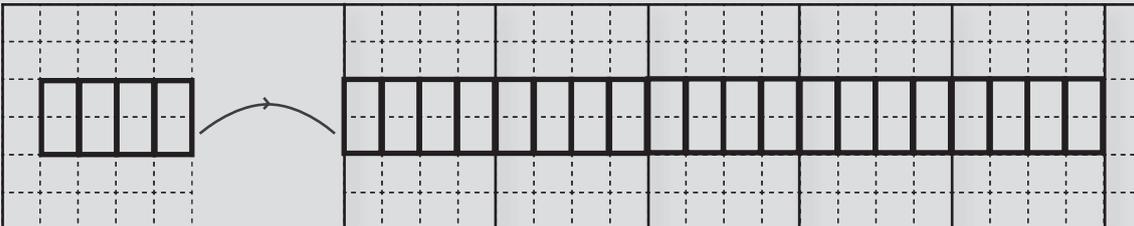
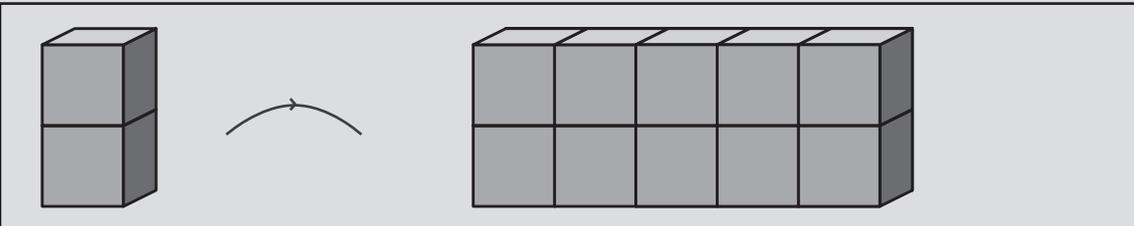
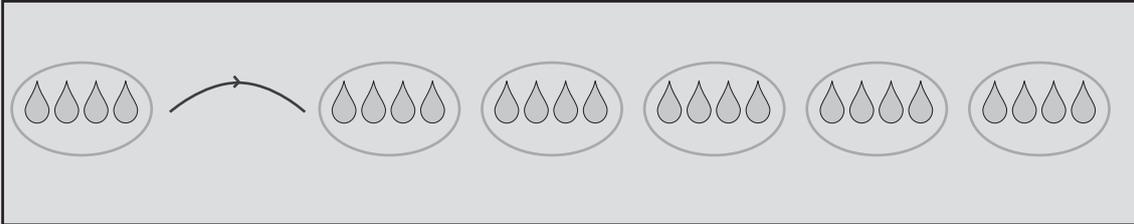
#### **COMMENTAIRES**

Comme pour les jardinières, l'enjeu principal de cette activité est d'aider l'élève à construire un répertoire de procédures adaptées à la résolution de problèmes liés à la proportionnalité.

L'intérêt réside dans la perception et l'identification du rapport unissant deux grandeurs.

C'est par la récurrence des situations proposées que s'organiseront les différentes procédures de résolution.

FICHE DE RELANCE



A single bowl icon on the left. An arrow points to five bowl icons arranged in two rows (three on top, two on bottom) on the right.

**SI** pour 5 ravers, je prends 1 bol → **ALORS**, pour 25 ravers, je prends 5 bols



# 2

## SOLIDES ET FIGURES

### 2.1 | RECONNAÎTRE, COMPARER, DES SOLIDES ET DES FIGURES, LES DIFFÉRENCIER ET LES CLASSER

Le groupe de travail a choisi de mettre l'accent sur **les solides** étant donné que les items concernant les figures sont globalement bien réussis (item 1 : 84% ; item 2 : 94% ; item 3 : 93% ; item 4 : 94% et item 5 : 84%). De plus, le travail sur les figures a largement été envisagé dans le document *Pistes didactiques* en mathématiques de 2008 – 2<sup>e</sup> primaire disponibles sur le site :

<http://www.enseignement.be/index.php?page=25102&navi=3207>

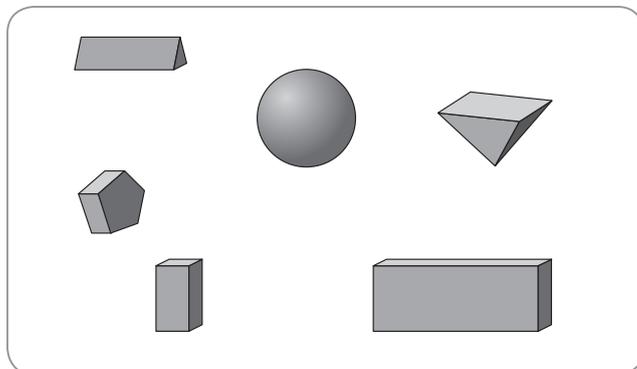
Cependant, les liens entre les solides et les figures sont bien entendu à développer.

Quatre questions de l'évaluation confrontaient les élèves aux solides (voir encadré ci-après pour une définition).

Les items 63 et 64 impliquaient de reconnaître les traces laissées par des solides.

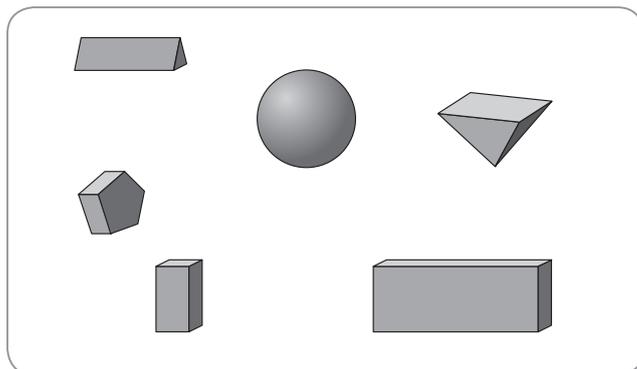
Question **33**

Entoure **tous les solides** qui pourraient laisser la trace d'un **rectangle** si on les posait sur le sable.



63

Entoure **tous les solides** qui pourraient laisser la trace d'un **triangle** si on les posait sur le sable.



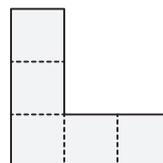
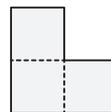
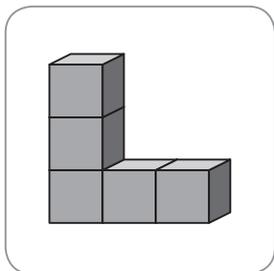
64

Plus précisément, à l'item 64, 68% des élèves ont identifié les deux solides laissant la trace d'un triangle (la pyramide et le prisme à base triangulaire). Par contre, seulement 30% des élèves ont entouré tous les solides laissant la trace d'un rectangle (item 63). Si la majorité des élèves ont reconnu les deux parallélépipèdes rectangles, ils n'ont pas identifié les autres solides. En effet, les élèves associent souvent un solide à une figure plane : par exemple, le cube au carré, le prisme à base triangulaire au triangle... Ils ne parviennent pas à se représenter mentalement toutes les surfaces des solides.

De même, pour les items 65, 66 et 67, les élèves ont éprouvé des difficultés à retrouver **toutes** les traces laissées par les solides.

Question **34**

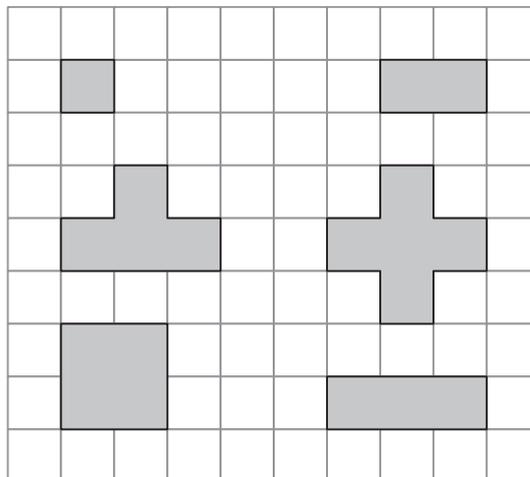
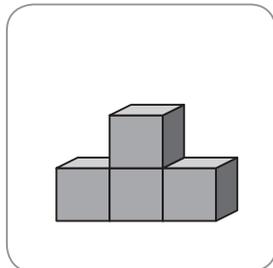
Entoure **les 3 traces** que ce solide pourrait laisser si on le posait sur le sable.



65

Question **35**

Entoure **les 3 traces** que ce solide pourrait laisser si on le posait sur le sable.



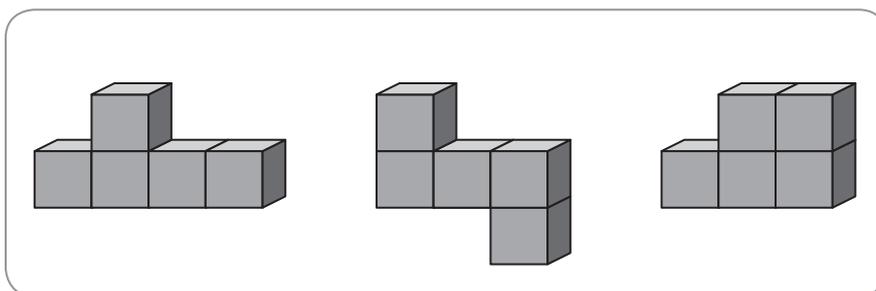
66

Question **36**

Voici 3 traces.



Entoure **le solide** qui pourrait laisser ces 3 traces si on le posait sur le sable.



La plupart des élèves ont identifié la trace laissée par la face qu'ils voyaient. Néanmoins, le seul coup d'œil ne suffit effectivement pas pour découvrir toutes les parties d'un solide.

D'ailleurs, comme le mentionne le CREM (2002), pour connaître un solide, il est incontournable de l'explorer par la vue et le toucher : tourner autour, le faire pivoter devant soi, le tâter. **Pour se représenter un solide, cela nécessite de coordonner mentalement trois vues : vue de face, vue du dessus et vue de côté.**

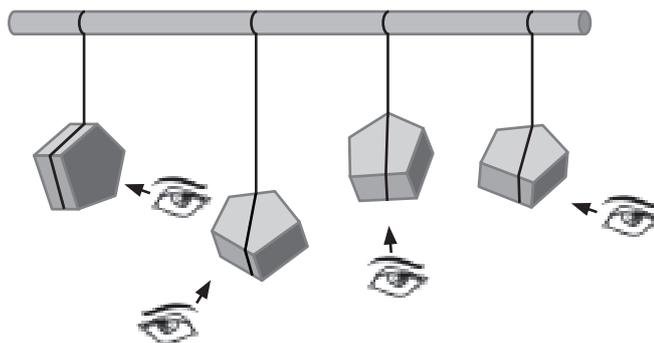
De plus, dans les items ci-dessus, les solides présentés aux élèves n'étaient pas des représentations d'objets physiques, mais des représentations d'objets géométriques. Cela nécessitait donc un certain degré d'abstraction.

Ainsi, commencer par manipuler des objets physiques est indispensable et ce, dès le plus jeune âge. D'ailleurs, toutes sortes d'objets sont présents dans l'environnement proche de l'enfant. Ces objets, il les contourne, il les déplace, il n'arrête pas de les manipuler. C'est à partir de ces objets du quotidien et des objets géométriques que l'élève pourra observer, comparer, classer selon différents critères et ainsi approcher progressivement les figures géométriques.

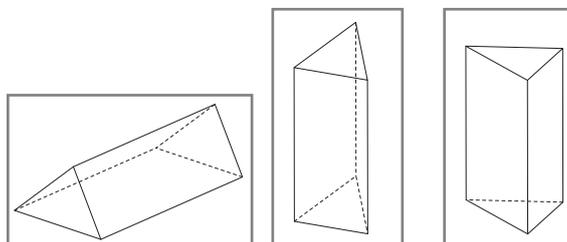
En d'autres termes, pour débiter le cheminement, il est essentiel de proposer de multiples activités qui mettent les élèves en situation **d'agir sur des objets physiques, nombreux, variés et proches de leurs**

**expériences (différentes sortes de boîtes, de blocs de construction...). C'est une condition sine qua none pour qu'ils puissent arriver à se représenter mentalement les solides.** Pour ce faire, il ne s'agit évidemment pas de se limiter à manipuler. Décrire, représenter de différentes façons, structurer et synthétiser sont des passages plus que nécessaires.

Aussi, pour reprendre les propos de Jonnaert (1994), ces solides doivent être manipulés par l'élève dans une **perspective dynamique et non rigide.** Par diverses activités, il constatera qu'en changeant de position dans l'espace, un solide reste identique à lui-même et ne change pas de propriétés. En fabriquant des mobiles, par exemple, l'élève observera que les solides bougent, changent de position mais ne sont pas pour autant modifiés. Bien plus, en changeant lui-même de position dans la classe, il découvrira les différentes faces de ces solides.



Afin d'éviter les représentations figées, l'observation des solides doit être accompagnée d'activités qui apprennent à l'élève à adopter ces différents points de vue (vue de face, vue du dessus et vue de côté).



## QU'EST-CE QU'UN SOLIDE ?

Organiser les apprentissages à partir des solides permet de faire apparaître les relations dynamiques entre les faces, les arêtes, et les sommets. Cela permet aussi de découvrir les développements et les constructions des solides.

Selon Roegiers (2000), « chacun des objets matériels de notre réalité physique est un solide. Ce que nous pouvons voir, toucher, froter, caresser n'est qu'une partie de ce solide : sa frontière. Cette frontière, qui peut être matérialisée par une trace (dans le sable par exemple) s'appelle surface. Le bord de ces traces, de ces surfaces, est une ligne (...). Les extrémités de la ligne sont des points (...) ».

Un solide<sup>3</sup> est une portion d'espace indéformable limitée par une surface fermée. Les solides géométriques sont classés en fonction de leurs faces, en polyèdres et non-polyèdres.

Un polyèdre est un solide géométrique dont toutes les faces sont des polygones.

Exemples : les cubes, les parallélépipèdes rectangles, les pyramides...

Un non-polyèdre est un solide géométrique qui a au moins une face non polygonale.

Ce solide a au moins une face courbe.

Exemples : les cylindres, les cônes, les boules...

## QUELQUES ACTIONS POUR SE REPRÉSENTER MENTALEMENT DES OBJETS GÉOMÉTRIQUES :

- décrire les objets en leur présence ;
- dessiner, réaliser des croquis ;
- parler des objets en leur absence mais en ayant sous les yeux « des traces » écrites des manipulations.

Afin de donner du sens aux notions mathématiques, il est important de :

- favoriser de nombreux allers-retours entre le réel et ses représentations ;
- décrire les expériences vécues concrètement dans un langage spontané ;
- construire progressivement un vocabulaire mathématique plus rigoureux.

## QUELQUES ILLUSTRATIONS D'ACTIVITÉS DE MANIPULATION ET DE CONSTRUCTION D'OBJETS DE L'ESPACE, DÈS LA MATERNELLE :

- montrer un objet, retrouver sa copie :
  - dans une série d'autres objets, en le comparant ,
  - de mémoire ,
  - par le toucher dans un sac d'objets ;
- reproduire un assemblage à partir d'un modèle (petits cubes, objets de récupération de tailles variées) ;
- reproduire un assemblage d'après une photo, un dessin ;
- reproduire un assemblage de mémoire ;
- reproduire un assemblage décrit oralement ou par écrit par un autre élève ;
- reproduire des solides en terre à modeler, les comparer aux modèles ;
- observer des solides et y faire correspondre leurs ombres ;
- associer des parties qui s'emboîtent pour reformer un solide ;
- découvrir, observer, décrire, comparer des empreintes (roues, pattes d'animaux, pas, objets divers) dans différents matériaux ;
- imaginer les traces laissées par des solides sur toutes leurs faces et vérifier ;
- observer des solides et les classer selon différents critères ;
- etc.

<sup>3</sup> Définition inspirée de Demal et Popeler : [www.uvgt.net](http://www.uvgt.net)

## QUELQUES ACTIVITÉS POUR SENSIBILISER LES ÉLÈVES À LA RECONNAISSANCE DES SOLIDES, PAR LE BIAIS DU CORPS ET DES ARTS PLASTIQUES, DÈS LA MATERNELLE<sup>4</sup> :

- Observer l'environnement : la classe, la cour, le quartier. À l'aide d'un appareil numérique, il sera possible de conserver les traces de nos découvertes (lignes, carrés, ronds...) et de les exposer.
- Créer avec des figures et construire à partir de solides.



- La littérature enfantine est une source fabuleuse pour faciliter l'intégration du vocabulaire mathématique lié aux solides. L'enseignant peut proposer des livres permettant aux enfants de mieux connaître les figures<sup>5</sup>.
- Découvrir des artistes et réaliser des œuvres  
À la manière de Delaunay



<sup>4</sup> La liste d'activités ainsi que les fiches 1 et 2 sont basées sur le travail réalisé par Madame Jannique Koeks en collaboration avec les enseignants du secteur de Namur Centre.

<sup>5</sup> SALLY, Hewitt, *Les formes*, Epigones, 1995, « Pilote ».

MERVEILLE, Christian, Goffin, Josse, *Petit Cube chez les Tout Ronds*, Mijade, 2000.

## INTENTIONS PÉDAGOGIQUES (M3 – P1)

Faire prendre conscience aux élèves :

- que l'on peut reconnaître des figures dans des objets familiers,
- que les objets peuvent laisser plusieurs traces différentes.

Amener les élèves à identifier figures et traces.

## MATÉRIEL

Des objets familiers qui doivent laisser au moins 2 traces différentes (boîte de mouchoirs, boîte de fromage, boîte de chocolat, blocs de construction...) dont quelques-uns ne laissant qu'une même trace (objets en forme de cube, par exemple).

Peinture.

## DÉROULEMENT

### Situation initiale

À partir des traces laissées par un objet, les élèves doivent décorer soit un set de table, une invitation, une carte d'anniversaire, etc.

### Étapes

#### Énoncé du problème

Choisis un objet qui laissera deux traces différentes sur un papier quand tu le tremperas dans la peinture (1).

#### Organisation spatiale du dispositif de travail et matériel

Les objets sont déposés en vrac au milieu de la table.

#### 1<sup>re</sup> partie : moment d'appropriation du matériel et émission d'hypothèses

Les élèves découvrent les objets individuellement.

Chaque élève émet des hypothèses : par exemple, la boîte de mouchoirs laissera des traces rectangulaires (de tailles différentes), le bloc en forme de cube laissera une trace carrée (une seule !).

#### 2<sup>e</sup> partie : vérification des hypothèses

Chaque élève choisit un objet et vérifie ses hypothèses : l'objet laisse-t-il bien 2 traces différentes ?



L'enseignant passe près de chaque élève afin que celui-ci puisse verbaliser ses observations, revenir sur ses hypothèses de départ.

#### 3<sup>e</sup> partie : mise en commun et structuration

Chaque élève montre l'objet qu'il a choisi et sa première production.

L'enseignant organise tous les constats énoncés, même ceux qui sont erronés.

Il suscite la verbalisation : par exemple, toutes les traces laissées par cet objet (en forme de cube) sont les mêmes, la boîte de mouchoirs ne laisse que des traces rectangulaires mais elles sont de tailles différentes, la boîte de chocolat laisse deux traces différentes (un rectangle et un triangle, par exemple), la boule marque une ligne sur la feuille en roulant.

Les autres élèves vérifient ainsi les constats énoncés (ils peuvent évidemment se servir de la peinture s'ils pensent qu'il y a des erreurs).

#### **4<sup>e</sup> partie : réalisation de la décoration**

Insister à nouveau sur la consigne.

### **COMMENTAIRES**

(1) En fonction du nombre de traces différentes demandées, la situation peut être complexifiée. Par contre, elle peut être simplifiée en mentionnant aux élèves que certains objets ne conviennent pas pour remplir la tâche demandée.

Multiplier et varier les situations :

- découvrir des traces au quotidien (roues, pas, pattes, corps, objets divers..),
- laisser des empreintes dans différentes matières (dans le sable, le plâtre...),
- contourner toutes les faces des constructions réalisées lors de l'activité présentée à la fiche 4.

En prolongement de ces activités :

- réaliser les fiches signalétiques en fonction des objets utilisés (familiers puis géométriques) : cubes, parallélépipèdes, rectangles, pyramides...



- associer les solides et leurs fiches en comparant les traces laissées par les faces dans la peinture.

**INTENTIONS PÉDAGOGIQUES (P1-P2)**

Passer de l'espace vécu (en 3 dimensions) à l'espace représenté (en 2 dimensions).  
Vivre l'espace avec le corps et interagir avec les objets de l'environnement proche.

**MATÉRIEL**

Parcours de psychomotricité (réalisé avec ou sans les enfants) avec tapis, cerceaux, bancs... (1).  
Des objets familiers (gourde, boîte de mouchoirs, boîte de fromage, boîte de chocolat, blocs de construction...)  
Des panneaux pour que les élèves puissent représenter le parcours.  
Peinture.  
Un appareil photo.

**DÉROULEMENT**

Les 4 premières parties de l'activité doivent se dérouler dans le local où le parcours de psychomotricité est installé.

**Situation initiale**

Représenter un circuit de psychomotricité que les élèves ont parcouru, en utilisant les traces d'objets familiers pour qu'une autre classe puisse le reproduire.

**Étapes dans le local****1<sup>re</sup> partie : moment d'appropriation du parcours de psychomotricité**

Laisser les enfants se familiariser avec le parcours de psychomotricité : le vivre avec son corps.  
Décrire les éléments du parcours en faisant verbaliser les élèves.

**2<sup>e</sup> partie : présentation du défi**

Par petits groupes, il s'agit d'utiliser des objets pour représenter le parcours sur un panneau.  
Pour les élèves de 1<sup>re</sup> primaire, proposer divers objets déjà sélectionnés par l'enseignant. Laisser les élèves de 2<sup>e</sup> primaire chercher les divers objets dont ils auront besoin.  
L'enseignant laisse les élèves s'exprimer au sujet du défi et se projeter mentalement dans l'espace.  
Attention : les élèves auront déjà associés des objets à leurs traces et ce à plusieurs reprises (voir la fiche « Des traces en vrac », par exemple).

**3<sup>e</sup> partie : appropriation du défi par les élèves**

L'enseignant suscite les élèves de chaque groupe à identifier les différents éléments du parcours de psychomotricité. Ils doivent se mettre d'accord sur les objets qu'ils vont utiliser, et où ils vont les placer.

#### 4<sup>e</sup> partie : essai-erreurs et ajustements

L'enseignant observe les démarches des élèves. Il encourage et favorise la verbalisation. L'enseignant intervient le moins possible mais il recentre les élèves sur les stratégies mises en œuvre si nécessaire. Il devra peut-être insister sur le fait que ce panneau sera donné à la classe (pas d'objets déposés ou collés).

En fonction des procédures utilisées, l'enseignant peut proposer des mises en commun intermédiaires et ajuster.

Attention : ne pas oublier de prendre plusieurs photos du parcours de psychomotricité dans son entièreté (2).

#### Étapes dans la classe

##### 5<sup>e</sup> partie : mise en commun

Les panneaux sont affichés au tableau afin que les élèves puissent mettre en évidence les similitudes et les différences à propos des stratégies mises en œuvre, des objets utilisés, des réalisations... Il choisit avec les élèves les procédures qui fonctionnent.

##### 6<sup>e</sup> partie : évaluation et ajustement des réalisations

Les photos sont utilisées afin de comparer chaque réalisation. Chaque groupe observe les photos en comparaison avec sa réalisation. Est-elle complète ? Le parcours de psychomotricité pourra-t-il être reproduit grâce à la réalisation du groupe ? Un réajustement éventuel de la réalisation est effectué en fonction des constats émis.

##### 7<sup>e</sup> partie : retour sur les réalisations

Chaque groupe présente sa réalisation. Les autres élèves la valident, voire la corrigent. Les réalisations peuvent dès lors être remises aux élèves d'une autre classe.

#### COMMENTAIRES

(1) En fonction du matériel utilisé, la situation peut être simplifiée ou complexifiée (dans ce dernier cas par exemple, des cerceaux et des cousins ronds de tailles différentes sont représentés respectivement par des cercles et des disques).



(2) Plusieurs photos sont nécessaires afin que les élèves puissent prendre conscience des différents angles de vue à prendre en considération.

**INTENTIONS PÉDAGOGIQUES (P1 – P2)**

Reconnaitre les solides suite à une description orale.

Décrire les solides (en les touchant d'une part, à partir d'une photo d'autre part) : s'approprier progressivement un vocabulaire mathématique plus rigoureux.

Passer des objets (en 3 dimensions) à la représentation de ces objets (en 2 dimensions) et inversement.

**MATÉRIEL**

Des objets familiers (blocs de construction, boîte de mouchoirs, boîte de fromage, boîte de chocolat...) et des objets géométriques.

Des photos de ces objets (celles-ci sont à prendre par l'enseignant en fonction des objets dont ils disposent).

Des sacs opaques pouvant contenir quelques-uns de ces objets.

Des jetons.

Une règle du jeu (voir une proposition ci-après) à établir et à photocopier.

Des gommettes de différente couleur : pour que les élèves puissent vérifier s'ils ont trouvé le bon objet ou la photo correcte, coller une gommette de couleur différente sur chaque photo et coller une gommette de la même couleur sur l'objet correspondant.

**DÉROULEMENT****Situation initiale**

Proposer un jeu : la main dans le sac.

**Étapes****Organisation spatiale du dispositif de travail et matériel**

Les élèves jouent en duo et de façon autonome.

Pour chaque duo, l'enseignant place, dans le sac opaque, un des objets déjà manipulés dans d'autres activités et sélectionne six photos d'objets (1).

Les élèves disposent d'au moins 4 jetons et ont la règle du jeu sous les yeux.

**1<sup>re</sup> partie : déroulement du jeu**

L'enseignant explique les règles du jeu (2).

Les six photos (sélectionnées par l'enseignant) sont placées devant un des joueurs, appelé A.

L'autre joueur, appelé B, plonge la main dans le sac, saisit l'objet et le décrit en le touchant, sans le sortir du sac.

Le joueur A doit retrouver la photo représentant cet objet. Il peut demander des compléments d'informations au joueur B.

Une fois que le joueur A pense avoir trouvé la bonne photo, les joueurs sortent l'objet du sac et s'auto-évaluent grâce aux gommettes : la gommette est-elle de la même couleur sur l'objet et sur la photo ?

Si c'est le cas, le joueur A gagne un jeton.

Si ce n'est pas le cas, les joueurs regardent ensemble ce que le joueur B aurait dû dire ou ce que le joueur A aurait dû demander pour ne pas se tromper.

Peu importe l'issue de la partie, il est demandé aux élèves d'écrire les quelques mots qui les ont aidé à trouver la photo (ce qui servira à la structuration en groupe-classe).

Les joueurs changent de rôle jusqu'à ce que les deux joueurs aient gagné au moins deux jetons ou que le temps soit écoulé (temps à définir par l'enseignant).

*Variante : Les photos sont retournées sur la table. Un joueur pêche une photo et décrit le solide qui y est représenté. L'autre joueur doit plonger la main dans le sac et retrouver le solide décrit.*

L'enseignant, en passant dans les duos, encourage les élèves à donner des descriptions précises. Il peut les renvoyer à la pertinence du vocabulaire utilisé en essayant de ne pas induire les réponses.

### **2<sup>e</sup> partie : mise en commun et synthèse**

L'enseignant demande aux élèves d'évoquer les stratégies mises en œuvre, les difficultés rencontrées. Il relève les descriptions écrites par les élèves dans leur langage spontané. Il structure le vocabulaire utilisé par les élèves (construction d'un référentiel) et les amène progressivement à un vocabulaire mathématique plus rigoureux. Cette structuration aidera les élèves à réinvestir le vocabulaire lors des prochains jeux. (3) L'enseignant fait également ressortir les similitudes entre les objets.

### **COMMENTAIRES**

(1) Quand l'enseignant propose la variante du jeu (voir ci-avant en italique), pour chaque duo, il place, dans le sac opaque, six des objets déjà manipulés dans d'autres activités et il sélectionne les six photos d'objets correspondantes.

(2) Les règles peuvent être simplifiées ou complexifiées en jouant sur certaines variantes : nombre d'objets dans le sac opaque, nombre de photos (possibilité de ne pas donner la photo de l'objet qui est dans le sac), types d'objets utilisés (objets usuels et objets géométriques), nombre de jetons pour gagner, nombre de chances pour trouver la photo correcte ou le bon objet, durée du jeu, remplacement des photos par des représentations en perspective cavalière...

(3) Ce type de jeu a pour but de favoriser de nombreux allers-retours entre le réel et ses représentations ainsi que de construire petit à petit un vocabulaire spécifique. Il s'agit donc d'y jouer à plusieurs reprises (à la variante du jeu y compris).

**INTENTIONS PÉDAGOGIQUES (P1– P2)**

Construire un solide (en 3 dimensions) à partir de sa représentation en 2 dimensions.

**MATÉRIEL**

Des blocs de construction.

Un appareil photo.

**DÉROULEMENT****Situation initiale**

Proposer un double défi :

- avec des blocs, reproduis la construction représentée sur la *photo*.
- retrouve les *empreintes* laissées par la construction.

**Étapes****1<sup>re</sup> partie : moment d'appropriation du matériel**

Les élèves disposent de nombreux blocs de construction devant eux. Chacun réalise une construction et la prend en photo.

Les constructions sont mises de côté : les élèves en auront besoin à la 5<sup>e</sup> partie mais ils ne peuvent pas les avoir sous les yeux avant cette partie.

**2<sup>e</sup> partie : présentation du 1<sup>er</sup> défi**

Les élèves, deux à deux s'échangent leurs photos respectives.

Chaque élève reproduit la construction représentée sur la photo qu'il vient de recevoir.

**3<sup>e</sup> partie : essai-erreurs**

Chaque élève travaille individuellement.

L'enseignant observe les démarches des élèves. Il encourage et favorise la verbalisation. L'enseignant intervient le moins possible mais il recentre les élèves sur les stratégies mises en œuvre si nécessaire.

**4<sup>e</sup> partie : 1<sup>re</sup> évaluation par un pair**

L'élève qui a réalisé la construction initiale valide la construction que vient de reproduire un autre élève et l'aide à la corriger le cas échéant.

**5<sup>e</sup> partie : 2<sup>e</sup> évaluation**

Les constructions initiales sont utilisées afin de comparer chaque réalisation. Chaque élève observe la construction initiale avec sa réalisation : Sont-elles les mêmes si je les regarde de côté ? Sont-elles les mêmes si je les regarde du dessus ? Sont-elles les mêmes si je les regarde de face ? ..... (la liste n'est pas exhaustive).

Chaque élève peut réajuster sa réalisation.

**6<sup>e</sup> partie : mise en commun et structuration**

L'enseignant invite les élèves à mettre en évidence les difficultés éprouvées aux différentes étapes, les stratégies mises en œuvre lors de la reproduction, de la correction par un pair et lors de la comparaison au modèle en 3 dimensions... Il évalue avec les élèves celles qui fonctionnent.

### **7<sup>e</sup> partie : préparation du 2<sup>e</sup> défi**

Quelques constructions sont choisies.

Les élèves sont répartis par groupe (le nombre d'élèves par groupe dépend du nombre de constructions choisies).

L'enseignant demande à chaque groupe de contourner toutes les empreintes que pourrait laisser la construction sur une feuille (1).

L'enseignant corrige les productions des élèves en insistant auprès de chacun sur les différentes « vues » à prendre en compte. Il photocopie chacune des productions pour chaque groupe.

### **8<sup>e</sup> partie : présentation du 2<sup>e</sup> défi et émission d'hypothèses**

Chaque groupe reçoit une autre construction et les empreintes réalisées par chacun d'eux.

Par groupe, les élèves doivent retrouver toutes les empreintes laissées par la construction (et seulement celles laissées par celle-ci).

Les groupes émettent des hypothèses quant aux empreintes que la construction pourrait et ne pourrait pas laisser.

### **9<sup>e</sup> partie : vérification des hypothèses**

Chaque groupe vérifie ses hypothèses en plaçant la construction sur les différentes empreintes (en la tournant sur toutes ces faces).

L'enseignant passe près de chaque élève afin que celui-ci puisse verbaliser ses observations, revenir sur ses hypothèses de départ. Il intervient le moins possible mais, si nécessaire, recentre les élèves sur les stratégies mises en œuvre.

### **10<sup>e</sup> partie : mise en commun et structuration**

L'enseignant invite les élèves à mettre en évidence les difficultés éprouvées et les stratégies mises en œuvre. Avec les élèves, il choisit celles qui fonctionnent.

## **COMMENTAIRES**

(1) Pour faciliter la manipulation des constructions, l'enseignant peut utiliser du ruban adhésif pour immobiliser la construction des élèves.

La situation peut être simplifiée ou complexifiée en fonction du matériel utilisé : blocs de construction au départ, constructions choisies pour les empreintes...

En prolongement de ces activités :

- modifier la construction en ajoutant ou en enlevant un ou plusieurs blocs et voir ce qui change (en termes d'empreintes),
- modifier les empreintes puis imaginer et vérifier ce qui devrait changer dans la construction pour qu'elles correspondent à des empreintes données.

**INTENTIONS PÉDAGOGIQUES (P2)**

Structurer progressivement la perception spatiale de l'enfant.

Concrétiser la perception de la représentation plane d'un solide (en 2 dimensions) par sa construction en 3 dimensions.

**MATÉRIEL**

Des cubes en bois.

Des fiches reprenant les plans des solides à réaliser :

- représentation plane,
- représentation en perspective cavalière.

**DÉROULEMENT****Situation initiale**

Proposer un défi : avec des cubes en bois, réalise le solide qui est représenté sur les deux plans qui te sont donnés.

**Étapes****Organisation spatiale du dispositif de travail**

Deux élèves travaillent individuellement sur une même situation. Cette organisation permettra la confrontation des résultats en duo.

Chaque élève travaille sur de nombreuses fiches différentes.

**1<sup>re</sup> partie : moment d'appropriation du matériel**

Moment de jeu libre : les élèves construisent ce qu'ils désirent avec les cubes.

**2<sup>e</sup> partie : présentation du défi**

L'enseignant présente le défi et le déroulement général de la séquence.

Les élèves s'expriment par rapport à ce défi, posent des questions éventuelles sur le fonctionnement. Cette phase permet à l'élève de se projeter dans l'action à venir et d'envisager le déroulement logique de la séquence.

**3<sup>e</sup> partie : essai-erreurs et ajustement**

L'enseignant distribue des représentations planes aux élèves. Chaque élève travaille individuellement.

Le passage de la représentation plane d'un solide (articulée à la représentation en perspective cavalière) à sa concrétisation en 3 dimensions, invite l'élève à transformer son image mentale initiale.

L'enseignant favorise la verbalisation des démarches de construction déployées par l'élève. En cas de blocage, il le recentre sur ses stratégies et l'encourage à recourir à de nouvelles manipulations. Cette phase renseigne l'enseignant sur les différentes représentations mentales de l'élève, lui permettant ainsi de mieux le soutenir dans son apprentissage.

L'enseignant introduit la représentation en perspective cavalière.

L'enseignant favorise les réflexions portant sur les différences introduites par ce nouveau type de plan.

- Qu'est-ce qui a changé par rapport au premier solide ?
- Avais-tu pensé à cette possibilité ?
- Etc.

#### **4<sup>e</sup> partie : confrontation et vérification du résultat**

Les élèves se mettent par deux. Chaque élève explique ses stratégies à son équipier. Ils comparent leurs résultats et corrigent éventuellement les solides obtenus.

#### **5<sup>e</sup> partie : présentation d'autres défis avec les deux plans simultanément**

Chaque nouvelle expérimentation par essai-erreur est suivie par une confrontation des stratégies et des résultats, en duo.

#### **6<sup>e</sup> partie : mise en commun – structuration des procédures**

Lorsque plusieurs fiches aient été réalisées par les élèves, l'enseignant mène une activité de mise en commun collective.

Les élèves verbalisent leurs procédures d'observation, leurs hypothèses, leurs stratégies de construction, leurs stratégies de correction éventuelles.

Par exemple :

- j'ai observé le premier plan,
- j'ai essayé de voir s'il était le même que le deuxième plan,
- j'ai regardé les différences entre le premier plan et le second,
- j'ai imaginé à quoi ressemblait le solide,
- j'ai essayé de construire le solide,
- j'ai mis le solide sur le plan,
- j'ai mis le solide à côté du plan,
- etc.

Choix des assertions qui se vérifient.

### **COMMENTAIRES**

L'intérêt de cette séquence d'apprentissage réside, non dans le résultat, mais dans la structuration des stratégies construites par les élèves pour passer de la représentation en 2 dimensions à la représentation en 3 dimensions.

Avant de passer à la réalisation concrète, l'enseignant aidera l'élève à se représenter le solide mentalement (fermer les yeux, l'imaginer, le voir dans sa tête...).

Avec le solide, on introduit l'idée d'une partie cachée (de faces cachées).

Le solide peut posséder un creux, ou une excroissance qui n'apparaît pas sur la représentation plane. C'est pourquoi, l'enseignant invitera l'élève à tourner autour des solides et à les observer du dessus, pour adopter des points de vue différents.



# CONCLUSION

Comme vous aurez pu le constater au travers des compétences envisagées (relatives aux comparaisons de masses, à la proportionnalité et aux solides), le groupe de travail s'est donné comme cadre plusieurs démarches importantes qui participent à la maîtrise des compétences.

Se questionner au départ d'une « situation problème » invite l'élève à analyser la situation, à effectuer des démarches pour la résoudre et produire une solution.

Agir sur et avec des « objets » contribue à donner du sens. L'action et l'activité mentale qui l'accompagne et la prolonge conduit l'élève à construire tel concept, telle démarche, telle compétence.

Verbaliser (oralement ou par écrit) amène l'élève qui s'exprime à énoncer le plus clairement possible ce qu'il constate, ce qui l'interpelle, ce qu'il construit. Entre « y penser » et « mettre en mots », un travail important est réalisé. Progressivement, l'élève est également amené à construire un vocabulaire mathématique.

Formaliser représente à la fois un point d'arrivée par rapport à la question initiale et un point de départ pour d'autres questions qui invitent l'élève à réorganiser, à articuler des éléments déjà formalisés.



# BIBLIOGRAPHIE

*Vers une géométrie naturelle*, Nivelles, CREM, 2002.

ASTOLFI J.P., *Placer les élèves en « situation-problème » ?*, Probio-Revue, 1993, n°16 (4), p. 311-321.

BARTH B.M., *L'Apprentissage de l'Abstraction*, Paris, Retz, 2001.

BERGER C., COULON R., de TERWANGNE M., LUCAS F., *Construire la multiplication et les tables, guide méthodologique et documents reproductibles*, Bruxelles, De Boeck, 2005.

CARETTE V., CONTENT A., REY B., COCHÉ F., GABRIEL F., *Étude de l'apprentissage des nombres rationnels et des fractions dans une approche par compétences à l'école primaire (Rapport final)*, Bruxelles, Université libre de Bruxelles, 2009.

COMIN E., *Proportions et applications linéaires. Mémoire de DEA de didactique des mathématiques*, Bordeaux, Université de Bordeaux, 1994.

DE KETELE J.-M., *L'évaluation de la productivité des institutions d'éducation*, Cahiers de la Fondation Universitaire, Université et société, le rendement de l'enseignement universitaire, 1989, n°3, p. 73-83.

GERON C., STEGEN P., DARO S., *L'enseignement de la proportionnalité. Liaison primaire-secondaire (Rapport final)*, Liège, Hypothèse, la Haute Ecole de la Ville de Liège, la Haute École ISELL et la Haute École Charlemagne, 2007.

GUÉRITE-HESS B., CAUSSE-MERGUI I., ORMIER M.C., *Les maths à toutes les sauces. Pour aider les enfants à apprivoiser les systèmes numériques et métriques*, Paris, Le Pommier, 2005.

LEVAIN J.P., VERGANUD G., « Proportionnalité simple, proportionnalité multiple », *Grand N*, 1995, n°56, p. 55-67.

- JONNAERT P., *L'enfant-géomètre. Une autre approche de la didactique des mathématiques à l'école fondamentale*, Bruxelles, Plantyn, 1994.
- KOEKS J., avec la collaboration des enseignants du secteur de Namur Centre. Contenu de formation.
- MEIRIEU P., *Apprendre... oui, mais comment*, Paris, ESF, 1987.
- PALETOU F., « Tous les doigts de l'école », *Le journal des instituteurs*, 1987, n°9.
- PIAGET J., *Problèmes de psychologie génétique*, Paris, Denoël Gonthier, 1972.
- PIAGET J., INHELDER B., *Le développement des quantités physiques chez l'enfant*, Paris, Delachaux et Niestlé « Actualités pédagogiques et psychologiques », 1972.
- RAYNAL F., RIEUNIER A., *Pédagogie : dictionnaire des concepts clés*, Paris, ESF, 2005.
- REY B., CARETTE V., DEFRANCE A., KAHN S., *Les compétences à l'école*. Bruxelles, De Boeck, 2006.
- ROEGIERS X., *L'école et l'évaluation. Des situations pour évaluer les compétences des élèves*, Bruxelles, De Boeck, 2004.
- ROEGIERS X., *Les mathématiques à l'école primaire. Tome 2*, Bruxelles, De Boeck, 2000.
- ROUCHE N., *Le sens de la mesure*, Bruxelles, Didier Hatier, 2000.
- ROYE L., Groupe École primaire de l'Irem de Lille, *Enseigner et apprendre les grandeurs à l'école primaire*. Repères, 69, octobre 2007.
- TERWANGNE M., HAUCHART C., LUCAS L., *Oser les fractions dans tous les sens, guide méthodologique et documents reproductibles*, Bruxelles, De Boeck, 2007.
- VAN LINT S., *L'entrée dans les mathématiques à l'école maternelle, outil d'accompagnement aux pratiques de classe*, Ministère de la Communauté française, 2010.



P2



Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles  
Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique  
Boulevard du Jardin Botanique, 20-22 – 1000 Bruxelles

D/2012/9208/42