FÉDÉRATION
WALLONIE-BRUXELLES
ENSEIGNEMENT.BE

ÉVALUATION EXTERNE NON CERTIFICATIVE 2014

MATHÉMATIQUES

PISTES DIDACTIQUES

3e ANNÉE DE L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE

Sommaire

Introduction.....**5**

1. Les étapes de la résolution de problèmes **7**

2. La résolution de problèmes dans les classes.....**11**

2.1. Les types de problèmes proposés.....11

2.2. L'enseignement de stratégies de résolution 13

3. Représenter un problème **17**

3.1. Constats issus de l'épreuve et intentions 17

3.2. Propositions d'activités 22

4. Formuler des questions et inventer des énoncés **31**

4.1. Constats issus de l'épreuve et intentions 31

4.2. Proposition d'activités.....32

5. Établir les liens entre un énoncé, une démarche de résolution et une (suite d')opération(s) **53**

5.1. Constats issus de l'épreuve et intentions 53

5.2. Propositions d'activités 56

6. Résoudre des problèmes dans lesquels l'inconnue ne se trouve pas en situation finale **69**

6.1. Constats issus de l'épreuve et intentions 69

6.2. Propositions d'activités 71

Ressources et bibliographie.....**81**

Ce document de pistes didactiques a été élaboré par le groupe de travail chargé de la conception de l'évaluation externe non certificative en mathématiques en 3e année primaire :

Charlotte ALEXANDRE, attachée au Service général du Pilotage du Système éducatif ;

Pascale CATINUS, conseillère pédagogique ;

Jean-Luc CORNIA, inspecteur ;

Françoise CRÉPIN, chercheuse au Service d'analyse des Systèmes et Pratiques d'enseignement de l'ULg ;

Grégory DEMIN, enseignant ;

Aline DUFOSSÉ, inspectrice ;

Sandra FLOHIMONT, conseillère pédagogique ;

Carine GOFFIN, enseignante ;

Chrystelle GUÉRIT, enseignante ;

Tân KHUC, conseiller pédagogique ;

Pierre LENGELÉ, inspecteur ;

Étienne MAZAY, conseiller pédagogique ;

Valérie MAZY, enseignante ;

Urielle NAZÉ, enseignante ;

Yves MOLLAERT, inspecteur ;

Nathalie SCARDINA, conseillère pédagogique ;

Anne-Catherine THOMSIN, conseillère pédagogique ;

Nicolas VANDORMAEL, enseignant.

Les illustrations utilisées dans les activités proposées ont été réalisées par Henri Defresne et Marianne Parmentier (DVD « Marianne » - http://www.crayaction.be).

Les différents documents relatifs à cette évaluation externe ont été rédigés selon les rectifications orthographiques de 1990 à l'exception des textes ou extraits de textes d'auteurs qui, eux, ont été retranscrits sans aucune modification.

INTRODUCTION

Ce document fait suite aux résultats de l'évaluation externe en mathématiques menée en octobre 2014 dans les classes de 3e primaire. Cette évaluation avait une visée essentiellement diagnostique et formative. L'épreuve avait en effet pour objectif d'établir un bilan précis de l'acquisition de certaines compétences en mathématiques et plus particulièrement en résolution de problèmes, et de déceler celles qui sont moins bien maitrisées et qui devraient faire l'objet d'une attention particulière.

Deux aspects au moins distinguaient l'épreuve de 2014 des épreuves précédentes :

- d'une part, l'épreuve envisageait un diagnostic centré essentiellement sur la résolution de problèmes ;
- d'autre part, l'épreuve prenait pour porte d'entrée les compétences transversales à développer en mathématiques ; en particulier, la première moitié de l'épreuve était entièrement consacrée à la compétence *Analyser et comprendre un message*.

Les élèves devaient avant tout faire preuve de leur capacité à repérer la question explicite ou implicite, à repérer la nature des informations dans un tableau, un graphique, à repérer l'articulation entre les différentes propositions, à distinguer et sélectionner les informations utiles des autres et à percevoir l'absence d'une donnée nécessaire. La deuxième moitié de l'épreuve visait la compétence *Identifier et effectuer des opérations dans des situations variées*. Ici, il était également impératif que les élèves comprennent la situation avant de traduire l'énoncé en une opération à effectuer.

Ces spécificités ont permis d'affiner le diagnostic dans un domaine qui cumule d'éventuelles difficultés directement liées aux savoir-faire mathématiques (effectuer des opérations, par exemple), à des difficultés relevant de la compréhension de situations problématiques, présentées sous diverses formes (verbale, schématique…).

C'est sur la base des constats présentés dans le document *Résultats et commentaires* que ce recueil de pistes didactiques a été élaboré. Y sont proposées des activités concrètes et des ressources didactiques dans les domaines précis qui ont été pointés comme posant problème à de nombreux élèves.

Les principales difficultés des élèves peuvent être synthétisées comme suit.

De nombreux élèves sont mis en difficulté quand la situation problématique n'est pas illustrée et qu'ils doivent eux-mêmes construire leur propre représentation (mentale ou autre) de l'énoncé. Ceci relève bien entendu de l'analyse et de la compréhension de la situation. Plus globalement, la traduction d'un énoncé en une opération pose problème. De plus, les résultats chutent considérablement quand la résolution exige de poser et d'effectuer une suite d'opérations.

On notera que les « manipulations » (par exemple, « ranger » des œufs dans des boites ou découper et coller les bus) constituent une aide précieuse pour l'élève, notamment parce qu'elles permettent de construire une représentation.

On constate aussi de plus grandes difficultés quand la question posée dans le problème porte sur la situation initiale ou sur une étape intermédiaire. Plus largement, certains élèves sont mis en difficulté quand l'opération à poser ne se présente pas sous la forme canonique « x + y = ? », autrement dit, quand l'inconnue ne se situe pas après le signe « = ». Ceci atteste de la difficulté à appréhender les relations qui lient les informations fournies dans l'énoncé et leur chronologie.

Les principaux constats brièvement rappelés ci-dessus conduisent à envisager des propositions d'actions dans plusieurs directions.

- Il est important que les élèves apprennent à (se) représenter le problème, que la représentation soit mentale, dessinée ou qu'elle découle de manipulations.
- Les élèves pourraient également progresser dans la capacité à analyser et comprendre une situation problématique s'ils sont régulièrement amenés à créer eux-mêmes un problème, un énoncé à partir d'une opération ou d'une représentation.
- Une fois analysé et compris, le problème doit encore être traduit en langage mathématique, c'est-à-dire que l'élève doit traduire l'énoncé en une (suite d') opération(s).
- Les résultats invitent à travailler en profondeur des problèmes où l'inconnue ne se situe pas systématiquement en situation finale.

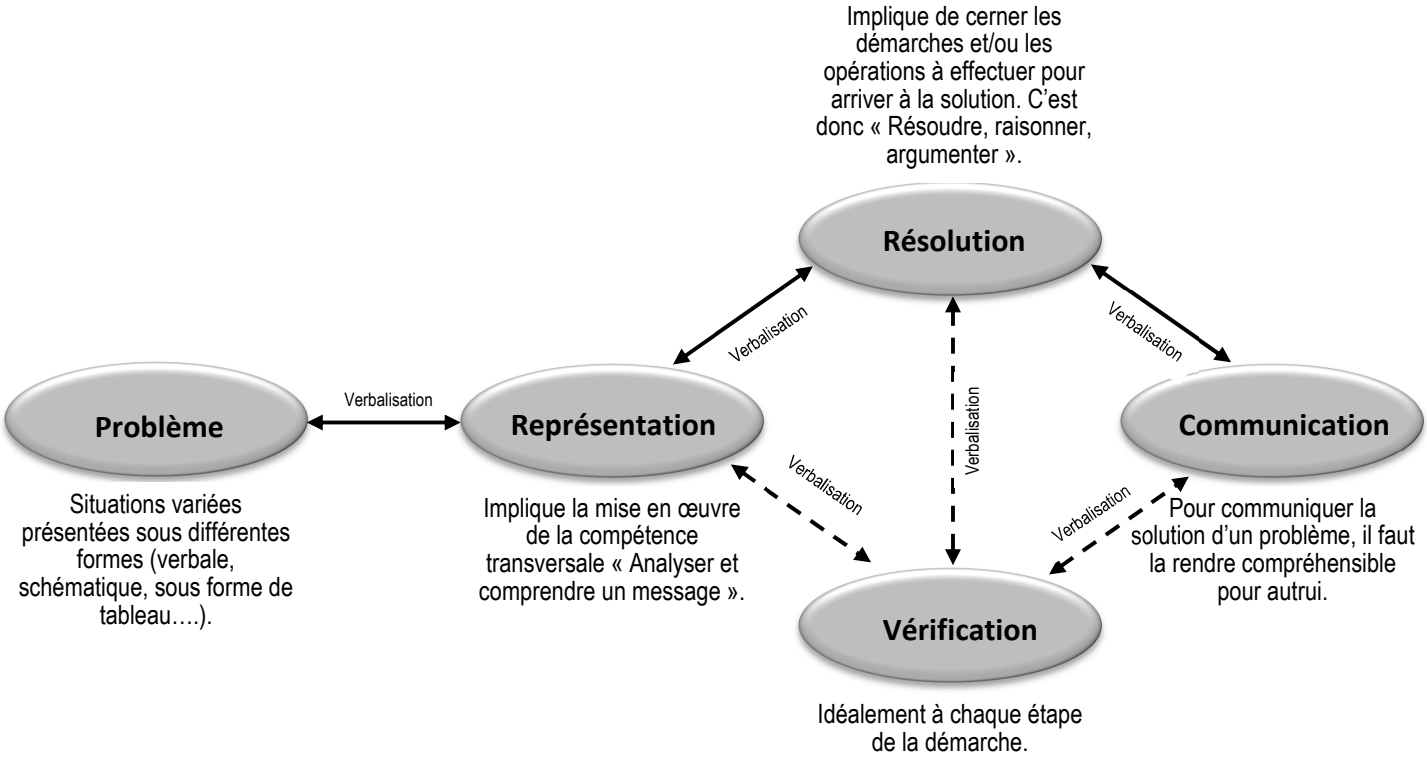
Chaque thématique traitée dans ce recueil de pistes est présentée selon la structure suivante :

- un bref retour sur les principaux constats issus de l'épreuve éclairés par une analyse des difficultés courantes des élèves. Ces commentaires établissent les liens entre les difficultés observées et les objectifs visés par les activités ;
- des propositions d'activités.

Ces propositions seront précédées d'un bref rappel des étapes de la résolution de problèmes communément admises par les spécialistes du domaine comme incontournables. L'analyse des réponses des enseignants de l'échantillon à un questionnaire relatif aux types de problèmes qu'ils proposent à leurs élèves et à l'enseignement de stratégies de résolution sera également présentée.

1. LES ÉTAPES DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES[1]

On doit considérer la résolution de problèmes comme un processus complexe de modélisation mathématique impliquant plusieurs phases (Verschaffel, Greer & De Corte, 2000). Ces différentes étapes (et les liens que l'on peut établir avec les compétences socles évaluées dans l'épreuve) peuvent être illustrées par le schéma dynamique suivant.



L'étape de **représentation** est déterminante, c'est sur cette base que l'élève choisit une stratégie de résolution. Elle nécessite avant tout de donner du sens à la situation, d'en dégager les éléments importants - notamment la (les) question(s) posée(s) - et les relations qui lient les informations contenues dans l'énoncé. Cette phase peut consister à jouer l'histoire concrètement ou à l'aide de matériel manipulable (dès le plus jeune âge). Elle peut aussi déboucher sur un dessin, un schéma, un tableau, une reformulation… Quelle qu'elle soit, la représentation devrait être accompagnée ou suivie d'une vérification qui consiste à répondre à la question : toutes les contraintes de l'énoncé sont-elles représentées et respectées ? La capacité à représenter des situations peut être développée en travaillant notamment la formulation de questions et l'invention d'énoncés.

[1] Les propos qui suivent sont largement inspirés de A. Fagnant, I. Demonty, G. Hindryckx (2008). *Résoudre des problèmes : pas de problème !* 5/8 ans. Math & Sens. Bruxelles : De Boeck.

La **résolution** proprement dite s'appuie sur une représentation appropriée que l'élève a construite. Elle ne se limite pas à effectuer des opérations car dans ce cas, il s'agit plus d'exercices d'application, de systématisation que de réelle résolution de problèmes. En effet, la résolution implique le choix d'un type de démarche à mettre en œuvre face à une situation donnée, sachant que dans certains cas, différentes démarches peuvent mener à une solution correcte et que certains problèmes peuvent avoir plusieurs solutions (voire aucune). Cette étape de résolution peut être travaillée en proposant aux élèves des activités impliquant de **rechercher**, de **mettre en œuvre** et d'**analyser** des **démarches variées** de résolution, en leur proposant également des situations qui nécessitent le développement de démarches originales de résolution. Avec de jeunes élèves, il pourra s'agir de démarches tâtonnantes de type essais-erreurs ou s'appuyant sur le dessin, la manipulation, le dénombrement…

Les étapes de **communication** et de **vérification** de la solution étaient moins présentes dans l'épreuve de 3^{e} année primaire en raison de certaines contraintes inhérentes à une évaluation « papier-crayon » à large échelle. Néanmoins, elles font partie intégrante du processus de résolution de problèmes et doivent dès lors être travaillées en classe. La communication de la solution ne se limite pas à écrire le calcul et la réponse, c'est aussi présenter sa propre solution de façon claire et compréhensible par autrui. La vérification ne se limite pas à relire son travail (ce qui est le plus souvent totalement inefficace avec de jeunes élèves), c'est au contraire un processus complexe qui, comme le montre le schéma, porte sur les différents moments clés de la démarche de résolution et qui nécessite une confrontation de la solution aux contraintes de l'énoncé.

Le schéma met également en évidence l'importance d'un travail de **verbalisation**. À chaque étape de la résolution de problèmes, il est important que les élèves soient incités à verbaliser leurs démarches mentales, à les confronter avec celles des autres élèves, à expliquer, à justifier en quoi certaines démarches sont plus correctes et/ou efficaces que d'autres. Ces phases de verbalisation présentent plusieurs intérêts :

- d'une part, elles empêchent les élèves de foncer tête baissée dans la résolution sans prendre le temps d'une réelle analyse de la situation proposée ;
- d'autre part, elles informent l'enseignant, voire les autres élèves, sur les démarches utilisées.

En outre, la verbalisation présente un intérêt intrinsèque lié au fait que le langage peut servir de fondement au raisonnement. Si, dans un but de communication, il est important que l'élève puisse mettre des mots sur ses démarches, la verbalisation va en plus aider l'élève à structurer sa pensée. Avec de très jeunes élèves, ce travail de verbalisation sera le plus souvent oral, mais il faut progressivement amener les élèves à rendre compte par écrit de leurs cheminements et démarches.

Dans le même ordre d'idée, Van Nieuwenhoven et De Vriendt indiquent que « pour diagnostiquer correctement la nature des erreurs commises par l'enfant, il est important de l'interroger oralement sur ses stratégies et de lui proposer des situations ouvertes qui permettent de mettre en évidence ses tâtonnements […] l'élève essaie

donc de verbaliser sa procédure, soutenu par des questions de l'adulte » (Van Nieuwenhoven, De Vriendt, 2012, p.66).

On se doit d'insister sur le fait que la résolution de problèmes et l'élaboration de concepts et de procédures mathématiques sont intimement liées. Autrement dit, la résolution de problèmes n'est pas un domaine particulier des mathématiques, mais bien une porte d'entrée possible pour tous les apprentissages mathématiques qui permet notamment de donner du sens aux concepts (par exemple les concepts d'addition et de soustraction) et de réinvestir des procédures dans un contexte qui justifie leur utilisation.

Ainsi considérée, et si on est attentif à proposer aux élèves des situations problématiques réalistes, la résolution de problèmes permet aussi de combattre l'idée, développée par certains élèves, que leurs connaissances de la vie de tous les jours ne leur sont d'aucune utilité pour faire des mathématiques.

2. LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DANS LES CLASSES[2]

2.1. Les types de problèmes proposés

Les enseignants de l'échantillon représentatif de l'ensemble des instituteurs de 3e année primaire en Fédération Wallonie-Bruxelles ont été invités à indiquer (en supposant qu'ils adaptent les exemples au niveau scolaire auquel ils enseignent) :

- la fréquence à laquelle ils proposent aux élèves les différents types de problèmes ;
- la mesure dans laquelle ils les trouvent intéressants.

Dans le tableau ci-dessous, la fréquence d'utilisation des différents types de problèmes (problèmes « souvent » ou « très souvent » proposés aux élèves) est comparée à leur intérêt déclaré (problèmes jugés « assez intéressants » ou « très intéressants »).

	Type de problème	Fréquence	Intérêt
1	**Calcul arithmétique à verbaliser sous forme d'histoire ou de problème**. Exemple : 8 + 3 = 11 Invente une histoire (ou un problème) qui correspond au calcul.	38%	94%
2	**Problème impliquant d'effectuer une opération au départ de toutes les données fournies dans l'énoncé.** Exemple : Monique ramasse 30 champignons. Laurent ne trouve que 8 champignons. Combien de champignons les deux enfants ont-ils en tout ?	86%	95%
3	**Problème impliquant plusieurs étapes de résolution. Des sous-questions sont posées pour guider la démarche.** Exemple : Dans la classe de Monsieur Schmit, il y a 7 filles. Il y a deux fois plus de garçons que de filles. Combien de garçons y a-t-il ? Combien d'enfants y a-t-il en tout ?	40%	71%
4	**Problème impliquant plusieurs étapes de résolution. Il n'y a pas de sous-questions pour guider la démarche.** Exemple : À 10 heures du matin, la boulangère apporte 150 petits pains dans le magasin. Jusqu'au soir, 144 petits pains sont encore vendus. À la fermeture du magasin, il reste 20 petits pains dans la corbeille. Combien de petits pains se trouvaient à 10 heures dans la corbeille ?	15%	93%

[2] Le questionnaire utilisé est adapté de Fagnant, A. & Burton, R. (2009). In « *Développement de compétences et résolution de problèmes en mathématiques à l'école primaire : pratiques déclarées des enseignants et pratiques projetées des futurs enseignants* ». *Scientia Paedagogica Experimentalis,* XLVI(2).

5	**Problème qui nécessite la construction d'une représentation pour dégager l'ensemble des données numériques utiles à la résolution.** Exemple : Un menuisier coupe une planche en bois, en morceaux. Il scie 5 fois et obtient des morceaux d'une longueur de 25 cm. Quelle était la longueur de la planche ?	42%	94%
6	**Problème qui contient des données numériques qui ne sont pas utiles à la résolution.** Exemple : Chloé collectionne les pièces de 2 euros. Elle a 17 pièces belges et 45 pièces étrangères. Elle a 13 pièces françaises, 18 pièces suisses et 14 italiennes. Combien de pièces Chloé a-t-elle dans sa collection ?	62%	91%
7	**Problème qui ne contient pas toutes les informations nécessaires à la résolution et qui requiert donc de consulter des sources d'information complémentaires.** Exemple : Combien l'école a-t-elle payé au total pour l'électricité l'an passé ? Quel est le cout mensuel moyen ?	14%	69%
8	**Problème qui invite à la recherche de démarches de résolution originales plutôt qu'à l'application d'une procédure mathématique spécifique.** Exemple : Cléopâtre a dessiné des chameaux et des dromadaires, cela fait 19 bosses et 52 pattes. Elle sait que les chameaux ont deux bosses et que les dromadaires n'en ont qu'une. Puis, elle a encore dessiné un homme sur le dos de chaque chameau. Combien a-t-elle dessiné d'hommes en tout ?	7%	65%
9	**Problème pour lequel plusieurs solutions sont possibles.** Exemple : Gilbert a 2 euros en poche. Il doit acheter des croissants ou des pains au chocolat pour le déjeuner. Sa maman lui a dit qu'il pouvait choisir mais qu'il fallait 6 choses en tout. Les croissants coutent 20 cents et les pains au chocolat 40 cents. Aide Gilbert à trouver ce qu'il peut acheter.	36%	92%
10	**Problème pour lequel il n'est pas possible de fournir une réponse numérique précise (la solution est un intervalle).** Exemple : Marie a enregistré une émission scientifique à la télévision. Elle a programmé l'enregistrement à 9h00 et l'a coupé à 10h30. Elle a enregistré toute l'émission et il y a même des publicités avant et après. Vincent a voulu enregistrer la même émission. Il a commencé l'enregistrement à 9h30 et l'a coupé à 10h00. Il a le début de l'émission, mais il lui manque la fin. Combien de temps l'émission durait-elle ?	6%	52%
11	**Problème impossible à résoudre (la question ne correspond pas aux données fournies).** Exemple : Dans la classe, il y a 3 rangées de bancs. Dans chaque rangée, il y a 6 bancs et il y a 2 places sur chaque banc. Combien y a-t-il de filles dans la classe ?	21%	74%

Les types de problèmes par rapport auxquels les enseignants devaient se positionner ne sont pas tous du même ordre. En particulier, on distinguera les problèmes classiques, routiniers et les problèmes non routiniers. Les problèmes impliquant d'effectuer une opération au départ de toutes les données fournies dans l'énoncé (2), et, ceux impliquant plusieurs étapes de résolution, mais qui fournit des sous-questions pour guider la démarche (3) doivent être considérés comme des problèmes routiniers. Tous les autres types de problèmes peuvent être considérés, à ce niveau d'études, comme non routiniers (problèmes qui présentent des données inutiles, un manque d'information, la possibilité de fournir des réponses multiples, l'impossibilité de fournir une réponse précise, etc.).
On constate d'emblée que le type de problème 2 (très routinier) est de loin celui qui est le plus souvent proposé aux élèves : 86% des enseignants déclarent proposer ce type de problème souvent ou très souvent. Assez logiquement, l'écrasante majorité des enseignants (94%) juge ces problèmes assez ou très intéressants. Ce lien entre fréquence et intérêt est toutefois loin d'être systématique. Par exemple, le type de problème (4) qui implique plusieurs étapes de résolution sans sous-question pour guider la démarche est jugé intéressant par 93% des enseignants, mais n'est proposé souvent ou très souvent aux élèves que par 15% des enseignants.

Même s'il faut tenir compte de la difficulté pour les répondants d'adapter les exemples fournis au niveau auquel ils enseignent, il apparait assez clairement que tous les autres types de problèmes sont bien plus rarement utilisés en classe, à l'exception des problèmes qui contiennent des données numériques inutiles (62%). Les réponses des enseignants conduisent à penser que les types de problèmes proposés aux élèves en 3^{e} année primaire sont relativement peu variés.

2.2. L'enseignement de stratégies de résolution

La deuxième partie du questionnaire, présentée à la page 15, portait sur l'enseignement de stratégies de résolution. La façon dont la question est formulée tente de tenir compte de la façon dont ces stratégies sont enseignées car ce n'est pas la même chose d'inviter simplement les élèves à utiliser une stratégie que de leur apprendre de façon explicite comment l'utiliser à bon escient dans une démarche réflexive. Parmi les 12 stratégies susceptibles d'être enseignées aux élèves, 8 reflètent une démarche experte de résolution de problèmes et 4 (en grisé dans le tableau) correspondent à des démarches superficielles souvent observées chez les élèves.

La stratégie 3, *Repérer les données chiffrées et les souligner*, est une démarche superficielle dans la mesure où les données importantes d'un problème ne sont pas toujours écrites en chiffres. Par ailleurs, la centration sur les données chiffrées peut se faire au détriment de l'analyse de la situation et de l'attention portée aux relations qui unissent ces données. Enfin, cette stratégie conforte les élèves dans le présupposé que pour résoudre un problème, il faut effectuer une opération au départ de toutes les données chiffrées fournies dans l'énoncé. Ce présupposé est incompatible avec des problèmes qui contiennent des données numériques qui ne sont pas utiles à la résolution. Or, ce type de problème avec données inutiles impliquent l'abandon des stratégies superficielles pour procéder à une analyse en profondeur de l'énoncé et est, à juste titre, jugé assez ou très intéressant par 91%

des enseignants. Neuf enseignants sur dix invitent les élèves à repérer et souligner les données chiffrées ou enseignent de façon explicite cette stratégie.

La stratégie 6 qui consiste à *Repérer les mots-clés qui indiquent l'opération à effectuer* est proposée ou enseignée par 93% des enseignants. Elle relève pourtant clairement d'une démarche superficielle qui ne s'appuie pas sur une réelle analyse des problèmes. Elle peut d'ailleurs s'avérer inefficace dans de nombreuses situations (exemple, Loïc a perdu 5 billes le matin et 3 l'après-midi. Combien a-t-il perdu de billes sur la journée ?).

Appliquer la dernière opération ou procédure mathématique vue en classe (stratégie 9) ne relève pas non plus d'une démarche experte, basée sur une analyse approfondie de la situation. Près de 90% des enseignants invitent les élèves à utiliser cette stratégie ou l'enseignent explicitement.

La dernière stratégie superficielle, *Analyser les nombres pour voir quelle opération on pourrait faire*, est quant à elle la stratégie qui occupe le moins de place dans les pratiques des enseignants.

Parmi les stratégies que l'on peut qualifier d'expertes, deux occupent une place particulièrement importante dans les pratiques des enseignants en matière de résolution de problèmes. Il s'agit de *Distinguer les données pertinentes des données non pertinentes et identifier l'inconnue à rechercher* et de *Faire un dessin, un schéma ou un tableau pour représenter le problème* : 99% des enseignants poussent les élèves à les utiliser. Ils doivent être encouragés à poursuivre dans cette voie et à pousser les élèves à mobiliser ces stratégies pour analyser et représenter des problèmes plus variés et non routiniers.

Effectivement, les stratégies superficielles fonctionnent finalement assez bien face aux problèmes traditionnels qui, si l'on en suit certains auteurs (Verschaffel et *al.*, 2000) seraient d'ailleurs en partie responsables du développement de ces stratégies. En d'autres termes, « à force de rencontrer des problèmes face auxquels des démarches superficielles fonctionnent, ces démarches se trouvent renforcées et conduisent les élèves à développer certains présupposés erronés face aux mathématiques et à la résolution de problèmes » (Fagnant, Burton, 2009, p. 21). Ces présupposés peuvent être bien ancrés chez les élèves s'ils sont trop rarement confrontés à une variété de problèmes non routiniers qui n'exigent pas ou peu le développement de stratégies expertes. Ces présupposés, qu'il conviendrait probablement de faire désapprendre, sont par exemple :

- tout problème n'a qu'une et une seule solution ;
- la solution à un problème est forcément un nombre précis ;
- il n'y a qu'une seule bonne façon de résoudre un problème ;
- les mathématiques et la vie de tous les jours sont deux choses qui n'ont rien à voir l'une avec l'autre ;
- résoudre un problème, c'est trouver la solution du premier coup ;
- résoudre un problème, c'est effectuer une opération avec les données chiffrées ;
- si j'entends « gagner », je dois surement faire une addition ;
- etc.

Lorsque vous proposez aux élèves des problèmes à résoudre, veuillez indiquer ce qui caractérise le mieux votre pratique de classe. Pour chaque stratégie, utilisez les codes de 1 à 3.

1. Cette stratégie n'occupe aucune place dans mon enseignement.
2. J'invite les élèves à utiliser cette stratégie.
3. J'apprends aux élèves à mobiliser et à utiliser cette stratégie de façon autonome. Je leur explique quand, comment et pourquoi utiliser cette stratégie.

		1	2	3
1	Estimer la solution avant de résoudre le problème (ordre de grandeur, type de solution attendue…).	12%	62%	26%
2	Distinguer les données pertinentes des données non pertinentes et identifier l'inconnue à rechercher.	1%	20%	79%
3	Repérer les données chiffrées et les souligner.	10%	35%	55%
4	Reformuler le problème par écrit avec ses propres mots.	51%	32%	17%
5	Faire un dessin, un schéma ou un tableau pour représenter le problème.	1%	31%	68%
6	Repérer les mots-clés qui indiquent l'opération à effectuer. Exemple : le mot « gagner » indique une addition alors que le mot « reste » appelle une soustraction.	7%	42%	51%
7	Réaliser un schéma ou un organigramme pour organiser les étapes de la résolution.	24%	45%	31%
8	Procéder par essais-erreurs et vérifier si la solution obtenue respecte les contraintes de l'énoncé.	37%	45%	31%
9	Penser aux dernières opérations ou procédures mathématiques apprises en classe et voir laquelle pourrait s'appliquer.	14%	47%	39%
10	Analyser les nombres pour voir quelle opération on pourrait faire. Exemple : avec 75 et 3, je peux faire une division, par contre avec 22 et 4, c'est sans doute une multiplication.	55%	33%	12%
11	Évaluer la solution (voir si elle a du sens dans la situation).	10%	49%	41%
12	Vérifier l'ensemble de la démarche de résolution.	13%	50%	37%

Pour que les élèves développent des stratégies de résolution expertes, il est impératif de leur proposer des types de **problèmes variés.**

Les quatre sections développées dans les pages qui suivent se recouvrent largement. Il ne s'agit en aucun cas d'activités à mettre en œuvre de façon distincte et chronologique. Toutes les propositions ont un même point de départ : « Analyser et comprendre la situation » et visent le même objectif : « Choisir une démarche appropriée pour aboutir à une solution correcte ». Toutefois, pour plus de lisibilité, nous présentons successivement des ressources et propositions d'activités relatives à la représentation du problème, à la formulation de questions et l'invention d'énoncés, aux liens à établir entre énoncé, démarche de résolution et (suite d')opération(s), à la place de l'inconnue, autrement dit, à la résolution de problèmes impliquant des calculs lacunaires.

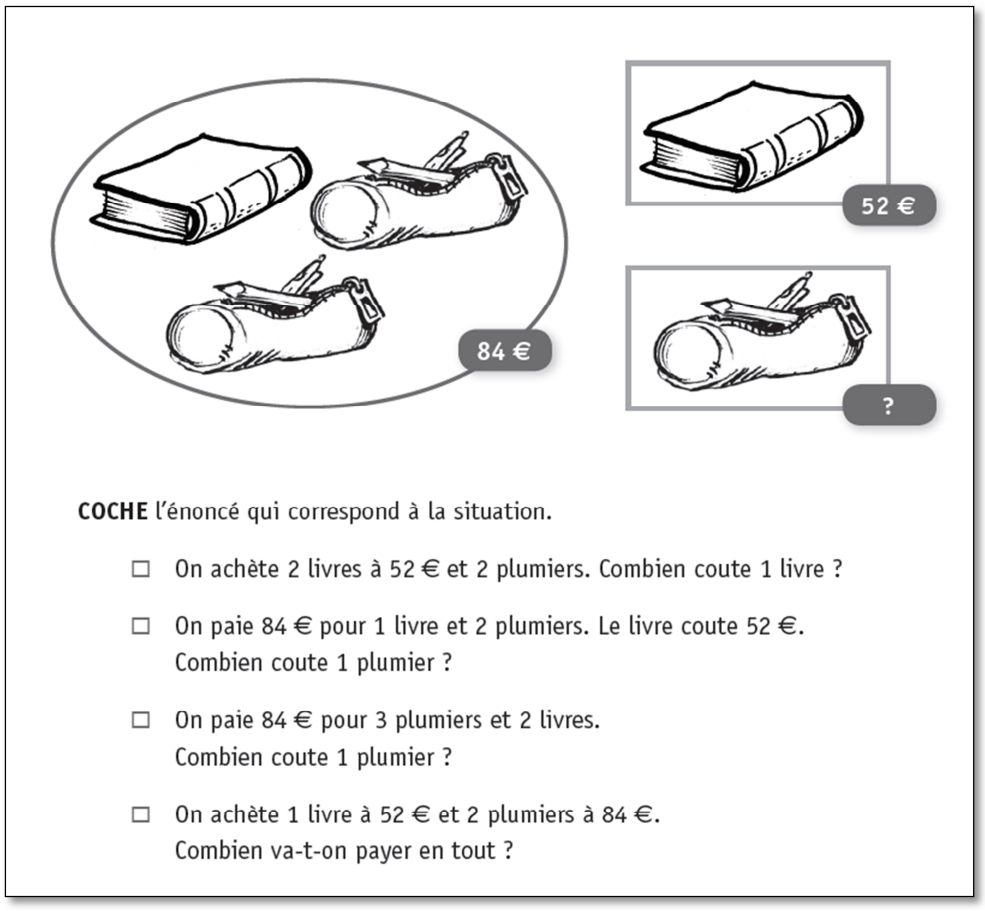
3. REPRÉSENTER UN PROBLÈME

« Se représenter un problème, c'est tout d'abord développer une compréhension globale de la situation. Mais cette première appréhension n'est pas suffisante, il faudra encore l'affiner pour la rendre opérationnelle (identifier la question posée, les informations importantes et les relations qui les unissent) et permettre la résolution des situations-problèmes proposées » (Fagnant et *al*. 2008, p.22).

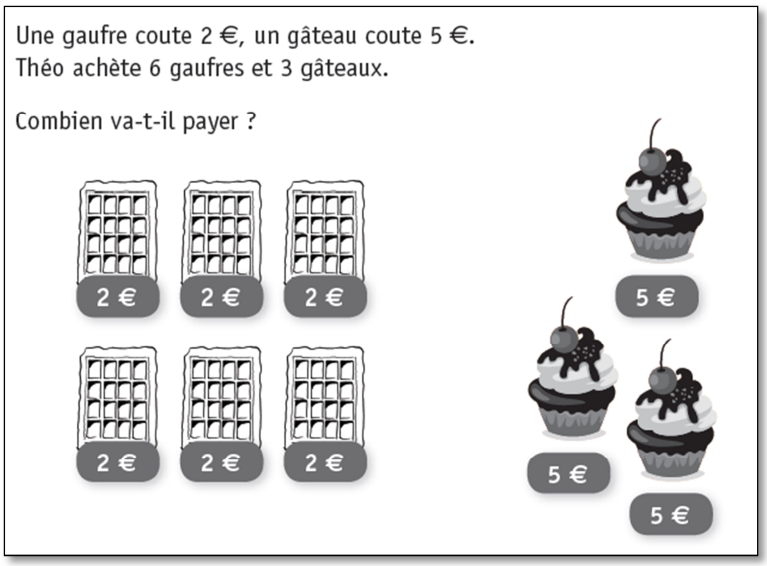
3.1. Constats issus de l'épreuve et intentions

L'épreuve de résolution de problèmes s'est avérée complexe pour des élèves en début de 3^{e} année primaire (score moyen à l'ensemble du test : 59%). Les résultats à certains items particuliers reflètent la difficulté de nombreux élèves quand il s'agit d'analyser et de comprendre la situation, autrement dit, de se construire une représentation adéquate (mentale ou autre) du problème proposé.

À peine plus de la moitié des élèves (54%) a été capable de sélectionner l'énoncé correspondant à l'illustration ci-dessous.



Par ailleurs, si 68% des élèves résolvent correctement un problème simple quand il est illustré, ils ne sont plus que 48% à fournir une réponse correcte dans une situation parfaitement similaire, mais non illustrée.



68 % de réussite

48 % de réussite

Un chocolat coute 2 €, 1 kg de pommes coute 3 €.
Maman achète 4 chocolats et 3 kg de pommes.

Combien va-t-elle payer ?

Pourtant, 99% des enseignants de l'échantillon déclarent pousser les élèves à « faire un dessin, un schéma ou un tableau pour représenter le problème ».

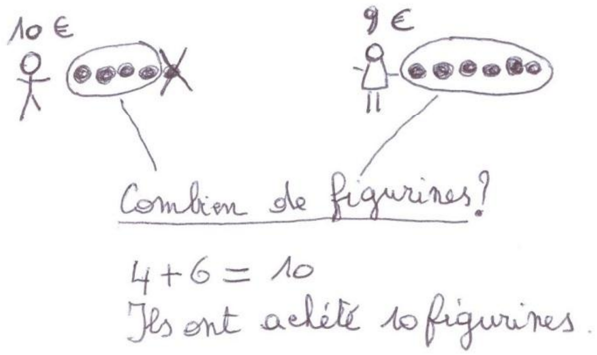
Ces différents résultats invitent à s'interroger sur les façons d'enseigner aux élèves à représenter des situations-problèmes variées, car il ne suffit pas d'inviter les élèves à faire un dessin pour qu'ils produisent spontanément une représentation susceptible de déboucher sur une démarche de résolution appropriée. Se pose également la question des caractéristiques des représentations réellement efficaces, c'est-à-dire qui permettent aux élèves d'établir des liens entre les informations représentées et le(s) calcul(s) à poser.

Des caractéristiques de représentations efficaces[3]

Produire une représentation efficace est une démarche complexe qui implique que l'élève sélectionne et organise les informations (y compris la question posée), avant de développer une démarche de résolution, que celle-ci soit basée sur le dénombrement (pour les petits nombres) ou qu'elle passe par la mise en œuvre d'un calcul[4]. L'exemple qui suit illustre bien ce propos.

[3] Les situations illustrant les propos qui suivent sont inspirées de Fagnant, Demonty, Hindrickx (2008).
[4] Attention, tous les problèmes n'impliquent pas nécessairement de poser une opération. Les items 5 et 17 de l'épreuve de 5e primaire sont dans ce cas.

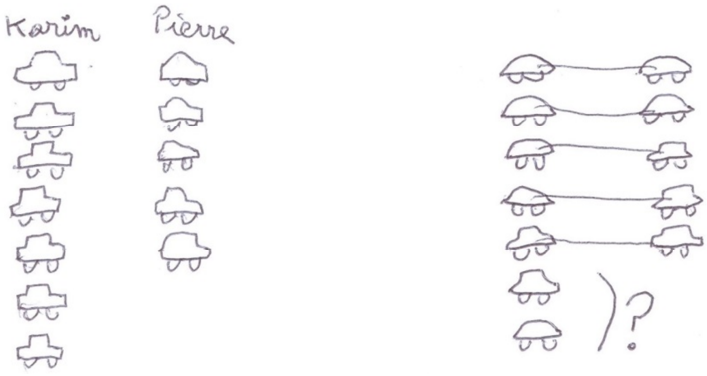
Tom et Lola veulent acheter des figurines pour leur collection. Tom voudrait en acheter 5, mais c'est un peu cher alors il en prend seulement 4. Cela lui coute 10 €. Lola trouve des figurines moins chères et elle en prend 6 pour un total de 9 €. Combien ont-ils acheté de figurines en tout ?



Une démarche superficielle (non basée sur une analyse et une représentation appropriée) aurait pu conduire à de nombreuses erreurs. Par exemple, compter toutes les figurines mentionnées dans l'énoncé (5, 4 et 6), compter les figurines souhaitées (5 et 6), utiliser les données relatives au prix en plus ou à la place de celles relatives au nombre de figurines. La présence de données inutiles dans l'énoncé oblige les élèves à analyser et à sélectionner.

Pour être efficace, la représentation doit décrire non seulement les données importantes, les actions ou les relations qui unissent les données, mais également ce que l'on recherche, la question posée dans le problème. Or, les élèves peu habitués à (se) représenter les problèmes ont tendance à se focaliser sur le contexte, sur les nombres d'objets concrets, mais rarement sur la question.

Karim a 7 petites voitures. Pierre en a 5. Combien Karim a-t-il de voitures de plus que Pierre ?

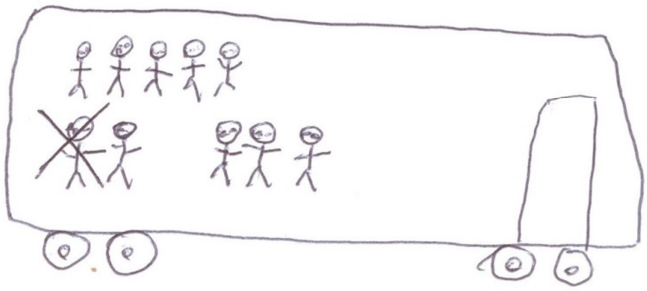


La première représentation conduira beaucoup d'élèves à effectuer l'opération « 7 + 5 = ? ». La deuxième représentation met en évidence les relations entre les données (ici, une relation de comparaison) et la question (combien de plus ?). En outre, cette deuxième représentation permet de passer de la question telle qu'elle est formulée dans le problème « Combien Karim a-t-il de voitures de plus que Pierre ? » à la question, bien plus proche de la solution « 7, c'est combien de plus que 5 ? ».

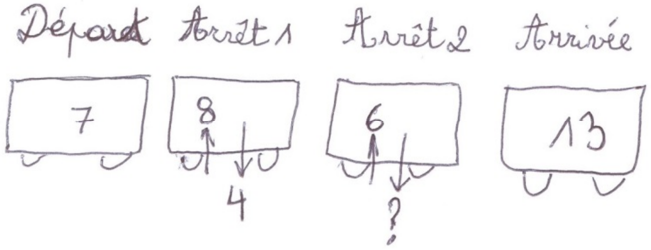
Dans certains problèmes en plusieurs étapes (comme par exemple la situation du bus dans l'épreuve), il est intéressant de distinguer les représentations cumulées et les représentations temporelles.

Les **représentations cumulées** ont l'avantage de permettre d'obtenir la solution par simple dénombrement : les passagers qui montent sont ajoutés et ceux qui descendent sont retirés (barrés ou gommés). On peut dès lors proposer de telles situations-problèmes à de très jeunes élèves. En revanche, il est difficile d'associer un calcul à ce type de représentation car il ne garde pas la trace des différentes étapes du problème. Dès lors, il est peu efficace face à des problèmes où l'inconnue porte sur un état intermédiaire.

Quand le bus démarre, il y a déjà 5 passagers. Au premier arrêt, 2 passagers montent. Au deuxième arrêt, 3 passagers montent et 1 descend. Combien y a-t-il de passagers maintenant ?



Les **représentations temporelles** montrent clairement les étapes de l'histoire. Il est donc bien plus aisé d'y associer un calcul. Par contre, cette représentation ne permet pas le dénombrement. Par exemple, pour l'item 4 de l'épreuve :



Il est ici possible de produire un calcul lié à l'histoire :
7 + 8 – 4 + 6 - ? = 13 → 17 - ? = 13

Comment aider les élèves à (se) représenter efficacement un problème ?

Pour que la représentation (ou la reformulation) constitue une réelle aide à la résolution, il faut travailler sur de vrais problèmes qui présentent des éléments de contexte, mais aussi d'éventuelles données inutiles et où la question et les relations entre les données n'apparaissent pas d'emblée.

Représenter efficacement une situation-problème ne va pas de soi pour les élèves. D'ailleurs, quand on demande pour la première fois aux élèves de représenter un problème sous la forme d'un dessin ou d'un schéma (ou en le reformulant avec leurs propres mots), beaucoup se contentent d'illustrer le contexte de la situation. Ce genre d'illustrations, assez naturelles pour des élèves non habitués, ne constitue toutefois aucune aide à la résolution d'un problème.

Les activités de représentation menées oralement et collectivement (analyse du problème sous forme de questions-réponses, reformulation orale) peuvent éviter le développement de stratégies superficielles dans la mesure où elles obligent les élèves à analyser le problème avant de chercher un calcul. Toutefois, le caractère collectif de l'activité ne permet pas à tous les élèves de s'investir dans la tâche et le caractère oral ne permet pas de conserver des traces de ce travail préalable (ou concomitant) à la résolution.

Pour sensibiliser les élèves aux caractéristiques d'une représentation opérationnelle, qui conduit à une solution correcte, les productions spontanées des élèves constituent un excellent matériau. En aucun cas, il ne convient de proposer aux élèves des dessins ou des représentations modèles. Pendant que les élèves réalisent individuellement leur propre représentation du problème proposé, l'enseignant en repère quelques-unes qui seront utilisées lors de la phase d'analyse et de confrontation. Pendant le travail individuel, il est déconseillé d'aider ou d'orienter les élèves par des questions du type « Qu'est-ce qu'on sait ? Qu'est-ce qu'on cherche ? ». Pour que la phase d'analyse et de confrontation débouche à terme sur la mise en évidence des caractéristiques d'une représentation efficace, il ne faut pas choisir les productions au hasard. L'idéal est de pouvoir travailler sur la base de représentations incorrectes (données erronées), incomplètes (il manque des données), des représentations où toutes les données apparaissent, mais où aucune information sur les relations qui les unissent ne transparait, des représentations où l'inconnue est représentée ou non, etc.

Il convient alors de faire verbaliser : inviter l'auteur de la représentation à l'expliquer ou demander à d'autres élèves :

- est-ce qu'on comprend bien l'histoire ? est-ce qu'on peut la raconter sur la base du dessin ?
- est-ce que tout y est ? est-ce qu'on sait ce qu'on doit faire ?
- est-ce que la représentation aide à mieux comprendre le problème ?
- est-ce qu'elle aide à répondre à la question posée ?
- …

Le guidage de l'enseignant doit permettre d'axer le débat sur les éléments indispensables (qui peuvent toutefois être représentés de différentes façons) sans donner l'image d'un modèle à reproduire.

Après l'exploitation des représentations, il est important de donner aux élèves l'occasion de retravailler la leur en fonction des éléments mis en évidence. Ils pourront ainsi ajouter par exemple la question qui n'apparaissait pas, des données numériques manquantes ou les corriger, des flèches, des encadrements ou autres symboles pour relier les données…

On peut progressivement sensibiliser les élèves à des représentations plus schématiques ou mathématiques basées par exemple sur des graphes fléchés ou des diagrammes de Venn.

3.2. Propositions d'activités

La représentation d'une situation-problème nécessite une mise en contexte importante du problème à résoudre. Il est donc parfois utile de partir d'une mise en situation réelle (par exemple via un jeu de rôles) pour (se) représenter un énoncé.

Une banque de problèmes utilisables dans des situations de jeux de rôles, de manipulations et de représentations dessinées est proposée à la page 28 de ce document. Pour faciliter le choix du type de problème à travailler, cette banque est précédée d'un tableau qui présente la répartition des situations en fonction de leurs caractéristiques.

3.2.1. La représentation sous forme de jeu de rôles

Dès la maternelle, il est possible de proposer des situations problèmes aux élèves en leur permettant de jouer concrètement les situations. Cette façon de faire est particulièrement facilitatrice pour aborder avec de jeunes élèves l'analyse et la compréhension des situations. La démarche proposée est réalisable à partir de problèmes variés.

<u>Déroulement de l'activité</u>

1. Un élève lit la situation à voix basse (pour lui-même) : c'est le narrateur.
2. Le narrateur choisit d'autres élèves qui vont jouer cette situation : ce sont les acteurs.
3. Les acteurs écoutent et suivent les instructions du narrateur. Du matériel peut être mis à disposition des élèves pour rendre la situation plus proche de la réalité.
4. Les autres élèves de la classe regardent la représentation jouée : ce sont les spectateurs.
5. Les spectateurs doivent ensuite, grâce à ce qu'ils ont entendu et observé, résoudre le problème.
6. Lors de la mise en commun, l'enseignant :

    - demande aux spectateurs s'ils ont pu résoudre le problème ;
    - attire l'attention des élèves sur l'importance de disposer de toutes les données pour y arriver et d'être attentif aux actions qui agissent sur ces données ;
    - liste avec les élèves les données importantes et, le cas échéant, les données superflues de l'énoncé.

Proposer différents jeux de rôles, dans des contextes variés, devrait permettre aux élèves de ne pas perdre de vue l'objectif final de la tâche demandée : résoudre un problème.

Certaines situations-problèmes se prêtent mieux que d'autres à la mise en scène.

Exemple de problème simple (ordre chronologique respecté, données explicites, absence de données inutiles, inconnue en situation finale) à mettre en scène.

Le car scolaire commence sa tournée. Au premier arrêt, 4 enfants montent à bord. Au deuxième arrêt, 3 enfants embarquent. Au dernier arrêt, le bus accueille 2 enfants supplémentaires.
À son arrivée à l'école, tous les enfants descendent.
Combien d'élèves descendent du car ?

3.2.2. La représentation sur la base de manipulations de matériel

Suite à ce travail, il s'agira de passer progressivement d'une situation jouée à une représentation dessinée, mais ce passage du concret au semi-abstrait est complexe pour de jeunes élèves. Il est possible de les aider en prévoyant une étape intermédiaire de manipulations de matériel.

Exemple de situation pouvant être jouée avec du petit matériel.

Julien construit une tour de 9 cubes.
Chloé construit une tour de 7 cubes.
Julien pose sa tour sur celle de Chloé.
De combien de cubes est faite cette nouvelle tour ?

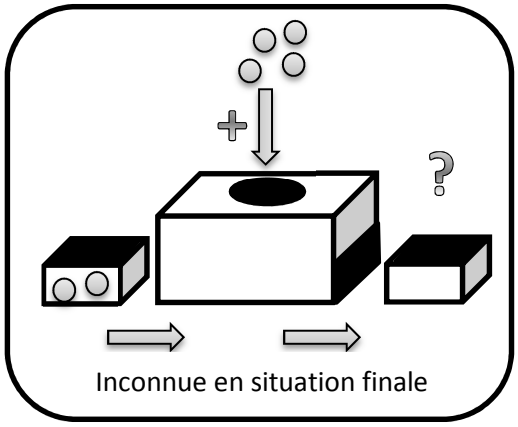
Exemple de situation dans laquelle l'inconnue ne se trouve pas en situation finale et pouvant être jouée avec du petit matériel.

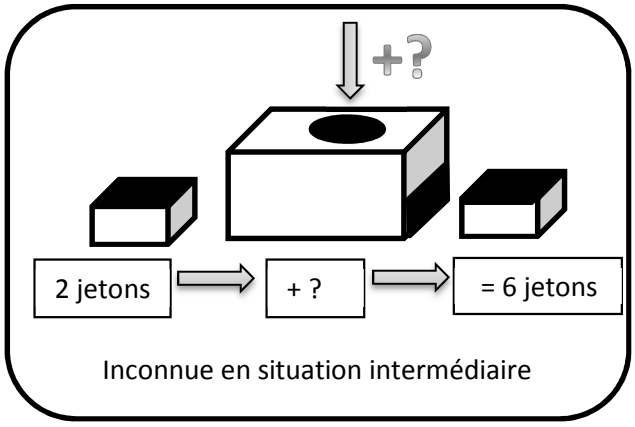
Julien construit une tour de cubes.
Chloé construit une tour de 7 cubes.
Julien pose sa tour sur celle de Chloé. La tour contient maintenant 12 cubes.
Combien de cubes y avait-il dans la tour de Julien ?

Exemple de situation contenant des données inutiles et pouvant être jouée avec du petit matériel.

Pendant la récréation, Léo et Sammy jouent avec leurs cartes de « Super héros ».
Hier, Léo en a reçu 5 nouvelles. Ce matin, il en a 12 et Sammy 6. Pendant la première partie, Sammy en donne 3 à Léo. Léo est heureux car il a reçu son personnage préféré : « Super Costo ». Sammy est le grand vainqueur de la deuxième partie puisqu'il remporte 6 cartes. Il est heureux. C'est une bonne manière de fêter son huitième anniversaire.
Combien de cartes ont-ils chacun à 10h40 lorsqu'ils retournent en classe ?

Le recours à la **« Boite Magique »** peut, dès le plus jeune âge, aider les élèves à se représenter ce qui se passe à chaque étape d'un problème. Ces manipulations peuvent aussi s'avérer précieuses pour se représenter les situations-problèmes dans lesquelles l'inconnue porte sur l'état initial ou sur un état intermédiaire.





Le support se compose d'une barquette dans laquelle des éléments (jetons, billes) seront déposés. La barquette peut traverser une boite à chaussures trouée de part et d'autre. Sur le dessus de la boite, un trou a également été percé afin d'y ajouter (ou de prélever) des éléments.

De nombreuses variations sont possibles. On peut, par exemple, jouer la situation « à l'envers » en plaçant la barquette en fin de parcours et en s'interrogeant sur l'état initial. Il est important que les élèves verbalisent systématiquement, avec leurs mots, les actions successives.

Avec des élèves plus âgés, on peut jouer avec de plus grands nombres. Par exemple, des billes représenteront les unités et, des balles de ping-pong, les dizaines.

3.2.3. La représentation sur papier (dessins, schémas, etc.)

La démarche présentée ci-dessous doit être utilisée à partir de problèmes variés, présentant des caractéristiques différentes et de divers degrés de complexité.

1. **Individuellement**, les élèves découvrent, s'approprient le problème et choisissent une façon de le représenter par dessin, schéma, etc.

2. **En duos**, les élèves se présentent mutuellement leur représentation et la commentent. Ils se concertent pour déterminer celle qui leur convient le mieux, ils peuvent à ce moment modifier, ajouter ou supprimer des éléments à ce qui deviendra leur représentation commune.

   Pendant ce temps, l'enseignant circule dans la classe et observe les productions afin d'en sélectionner quelques-unes qui feront l'objet d'une analyse collective. Le choix ne se fera pas au hasard, il sera important de

sélectionner des représentations qui se centrent essentiellement sur des éléments de contexte, d'autres qui présentent des erreurs (par exemple données erronées, manquantes ou représentation de données inutiles), d'autres encore où la question n'apparait pas, d'autres où les données apparaissent, mais pas les relations qui les unissent, etc.

3. **Collectivement**, il s'agit de faire verbaliser les élèves : inviter l'auteur de la représentation à l'expliciter, à justifier ses choix ou demander aux autres élèves si le dessin permet de bien comprendre l'histoire du problème : « Si oui, pourquoi. Si non, pourquoi ? », si le dessin montre bien ce que l'on doit chercher, si le dessin donne toutes les informations pour trouver ce que l'on cherche…

À cette étape, les enfants ouvrent leur propre regard sur d'autres manières de représenter une même situation (plus ou moins détaillées, …). Ils constatent également que plusieurs représentations différentes sont possibles et peuvent convenir à une même situation-problème. Bref, qu'une même situation-problème peut donner lieu à différentes représentations correctes, à condition que certaines exigences soient respectées.

Il est utile de répéter plusieurs fois l'activité à partir de problèmes variés (additifs, multiplicatifs, soustractifs ou de division) et présentant différentes caractéristiques facilitant ou complexifiant leur compréhension (données inutiles, ordre chronologique non respecté…).

À partir d'un problème simple

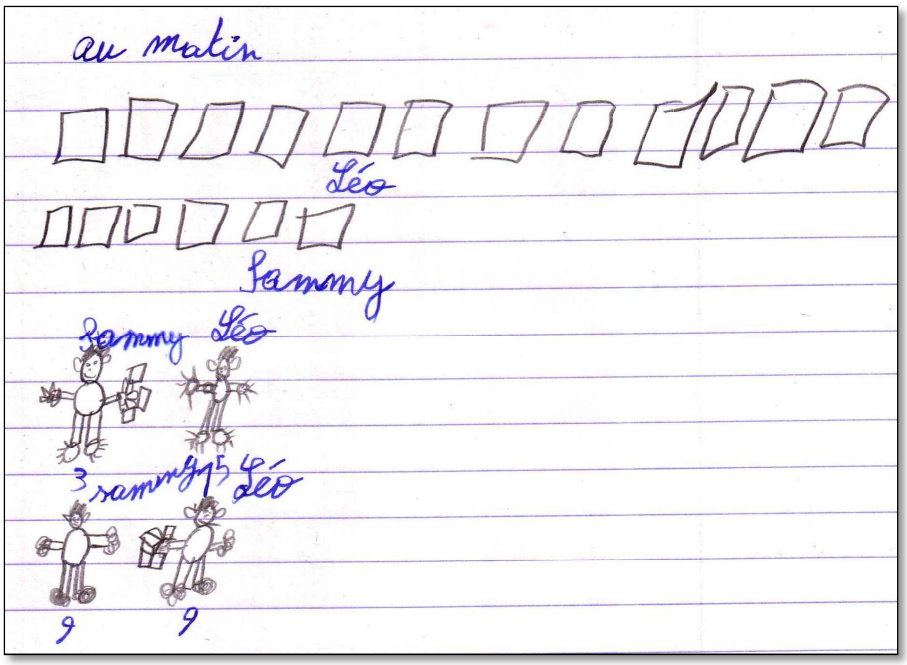
Pour les élèves qui éprouvent des difficultés dans la traduction d'une situation-problème en une représentation dessinée, on peut commencer avec des énoncés simples (absence de données inutiles, respect de l'ordre chronologique dans l'énoncé), mais il conviendra de varier le plus rapidement possible les situations proposées de façon à pousser les élèves à l'analyse et au développement de stratégies expertes plutôt que de démarches routinières.

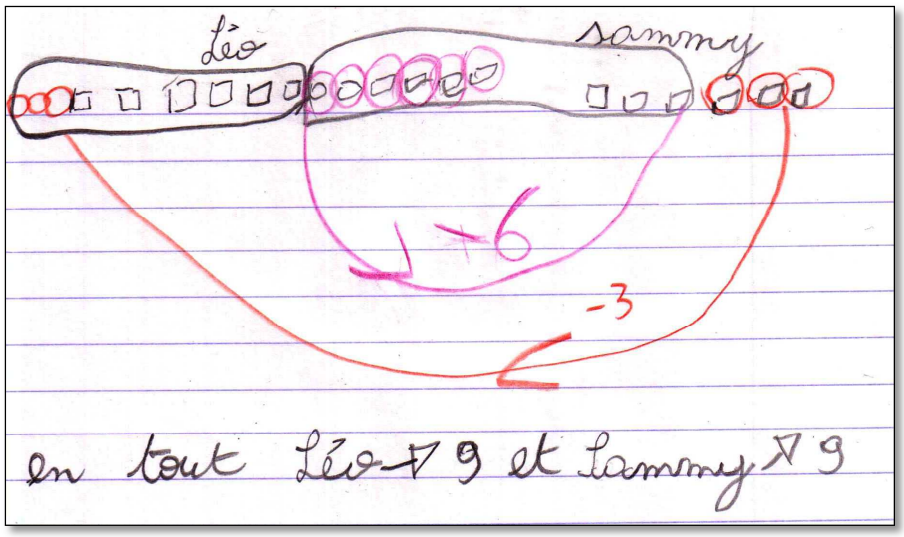
Lors des classes de mer, l'institutrice prend 28 photos. De retour en classe, nous trions les photos. 5 photos sont ratées et jetées. Pierre qui avait emporté son appareil a aussi apporté 6 photos.
Nous les sélectionnons toutes pour réaliser notre panneau souvenir.
Combien de photos trouvera-t-on sur ce panneau ?

À partir d'un problème contenant des données inutiles

Pendant la récréation, Léo et Sammy jouent avec leurs cartes de « Super héros ».
Hier, Léo en a reçu 5 nouvelles. Ce matin, il en a 12 et Sammy 6. Pendant la première partie, Sammy en donne 3 à Léo. Léo est heureux car il a reçu son personnage préféré : « Super Costo ». Sammy est le grand vainqueur de la deuxième partie puisqu'il en remporte 6. Il est heureux. C'est une bonne manière de fêter son huitième anniversaire.
Combien de cartes ont-ils chacun à 10h40 lorsqu'ils retournent en classe ?

Les deux exemples de représentation dessinée ci-dessous sont intéressants à examiner car ils présentent des caractéristiques bien différentes. Le premier élève (en haut) a correctement représenté les données de départ. Il a aussi représenté les échanges de cartes gagnées ou perdues. Sa représentation indique qu'il a bien compris la situation, mais les actions (gagner ou perdre des cartes) ne sont pas représentées à partir des données de départ. Cette représentation ne constitue donc pas une grande aide pour résoudre le problème. La deuxième représentation (en bas) montre les actions (gagner et perdre) à partir des nombres de cartes de départ. Les étapes du problème sont schématisées par des flèches qui indiquent les nombres de cartes qui passent d'un enfant à l'autre. Cette représentation est bien plus opérationnelle que la première.



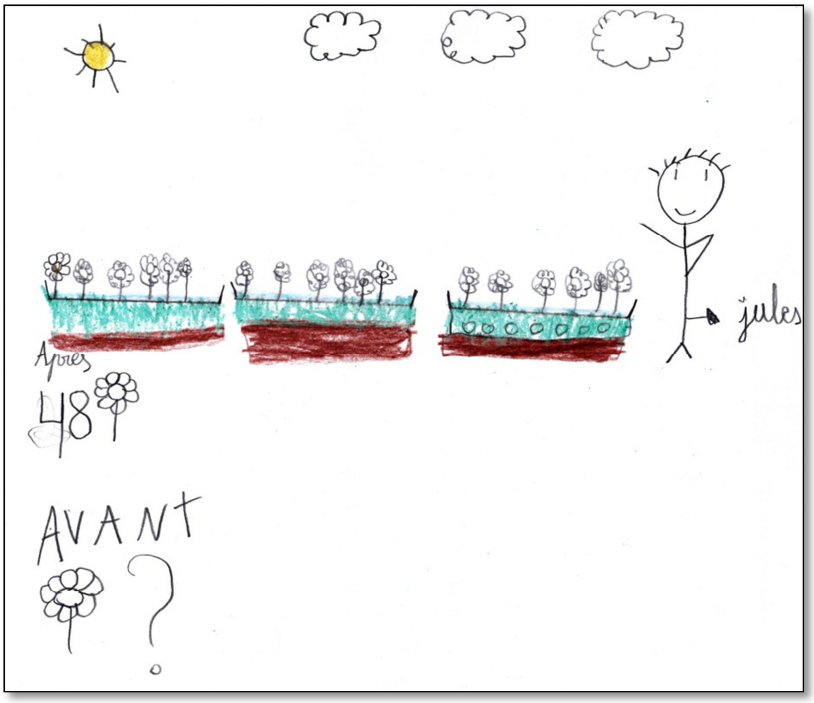


À partir d'un problème où l'inconnue ne se situe pas en situation finale

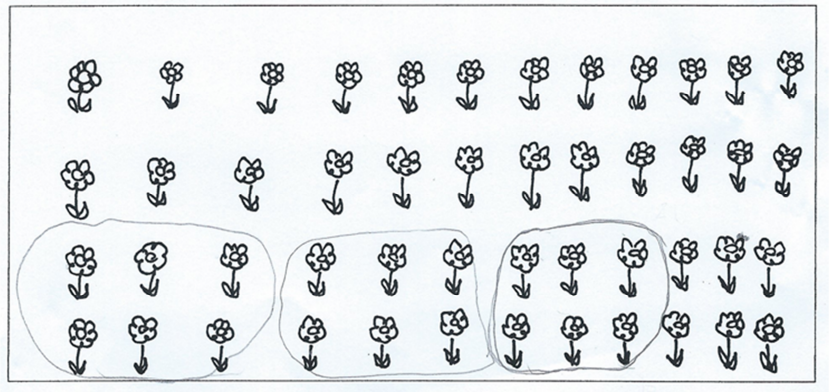
Cet après-midi, Jules et son papa ont planté 3 barquettes de 6 fleurs. Maintenant, 48 jolies fleurs embellissent le jardin. Combien de fleurs y avait-il dans le jardin avant la plantation de cet après-midi ?

Ce problème est assez complexe à représenter car l'inconnue porte sur l'état initial, il y a donc une temporalité à comprendre et à représenter.

Cet élève a utilisé des repères de temps pour faciliter la représentation chronologique de l'histoire, et préciser ainsi la place de l'inconnue. Le dessin illustre correctement l'énoncé mais il ne renseigne en rien sur la démarche de résolution que l'élève va utiliser.



Pour que la représentation débouche sur le choix d'une démarche de résolution et in fine, sur une opération à poser, il aurait fallu qu'apparaissent d'une manière ou d'une autre les 48 fleurs ornant le jardin après la plantation de façon à permettre à l'élève d'agir sur le dessin (faire des paquets, barrer des fleurs, etc.).



Banque de problèmes

Le tableau ci-dessous présente certaines caractéristiques des problèmes proposés de façon à faciliter le choix de situations variées.

	N°du problème	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Opération	Addition	x	x	x	x		x			x		x		x		x	x		x
	Soustraction	x	x						x	x	x			x	x	x	x	x	
	Division					x							x						
	Multiplication					x	x	x	x			x							
Présence de données inutiles				x		x	x				x	x	x	x					x
Place de l'inconnue	Situation initiale																x		
	Situation intermédiaire		x			x				x					x	x	x		
	Situation finale	x		x	x	x	x	x	x		x		x	x				x	x

1	Au départ de sa tournée, le bus est vide. Au premier arrêt, 9 personnes montent. Au second arrêt, 4 personnes descendent et 3 montent. Au troisième arrêt, 5 personnes descendent Combien reste-t-il de passagers dans le bus ?
2	Arthur a commencé une collection de figurines. Il en a déjà 3. Lors de son anniversaire, ses copains lui en offrent. À la fin de la journée, il range ses figurines dans sa boite et en compte 15. Combien en a-t-il reçues ?
3	Thomas construit une tour de 28 cubes. Il aime les cubes rouges. Romain construit également une tour avec 47 cubes. Il adore la couleur jaune. Ils assemblent les deux tours pour n'en faire qu'une. De combien de cubes la nouvelle tour sera-t-elle constituée ?
4	Aurore et Manon jouent aux cartes. Aurore a 43 cartes. Elle en a 15 de moins que sa sœur Manon. Combien de cartes Manon a-t-elle ?
5	Il est 8h30. Pour le cours de français, nous avons besoin de 24 dictionnaires. Chaque dictionnaire pèse 1 kg. Lucas est chargé d'aller les chercher au fond de la classe mais il ne sait en prendre que 3 à la fois. Combien de fois va-t-il se rendre au fond de classe ?
6	Maman fait les soldes. Elle achète 2 pantalons à 20 € chacun, 3 paires de chaussettes pointure 33 à 2 € la paire et 1 pull rouge taille 6 ans à 15 €. Combien a-t-elle payé ?

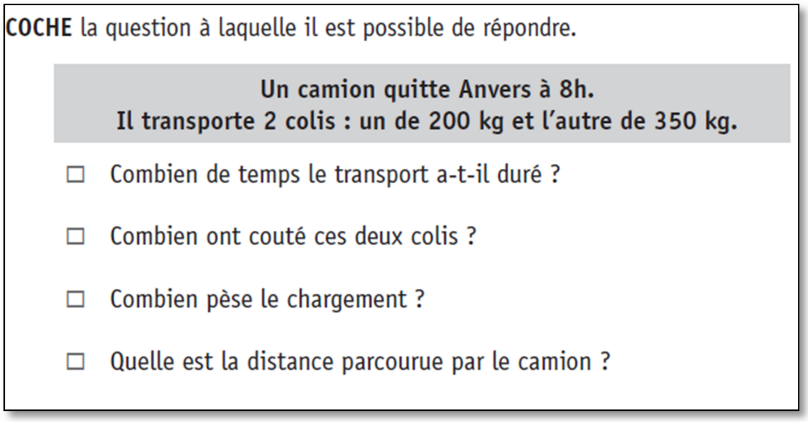
7	Depuis janvier, Justine collectionne des cartes de fleurs. Les cartes sont vendues en pochettes. Il y a 4 cartes dans une pochette et elle a déjà reçu 6 pochettes de cartes. Combien de cartes a-t-elle en tout ?
8	Adrien est fan de foot. Il collectionne les cartes. Il y a 6 cartes dans 1 pochette. Il reçoit 7 pochettes à son anniversaire. Très vite, il découvre qu'il a trois cartes en double et les donne à un ami. Finalement, combien a-t-il de cartes dans son nouveau paquet ?
9	Il y a déjà 7 personnes dans le bus quand il démarre. Au premier arrêt, 8 personnes montent et 4 descendent. Au deuxième arrêt, 6 personnes montent et quelques-unes descendent. Le bus arrive avec 13 personnes à son bord. Combien de personnes sont descendues au deuxième arrêt ?
10	Dans la classe, il y a 27 élèves : 15 filles et 12 garçons. La semaine dernière, 8 élèves étaient malades. Combien étions-nous en classe ?
11	Emma, 7 ans, a un paquet de bonbons Elle donne 6 bonbons à chacune de ses 5 meilleures amies. Il lui en reste 3. Combien y avait-il de bonbons dans le paquet au départ ?
12	Maman achète une caisse de pommes pour faire des tartes. La caisse de pommes coute 5,10 € et contient 12 pommes. Elle a besoin de 4 pommes pour faire une tarte. Combien de tartes pourra-t-elle faire ?
13	Un immeuble, situé à Bruxelles, comporte 7 étages. 13 personnes montent dans l'ascenseur au rez-de-chaussée. Au premier étage, 5 personnes descendent et 2 personnes montent. Combien de personnes atteignent le deuxième étage ?
14	Un immeuble, situé à Mons, comporte 9 étages. 12 personnes montent dans l'ascenseur au rez-de-chaussée. 6 personnes atteignent le deuxième étage. Combien de personnes sont montées ou descendues au premier étage ?
15	Un immeuble, situé à Namur, comporte 5 étages. 18 personnes atteignent le deuxième étage. 3 personnes sont montées dans l'ascenseur au premier étage. Combien de personnes y avait-il dans l'ascenseur au rez-de-chaussée?
16	La maman de Fanny se rend à la boucherie. Elle doit prendre un ticket. Elle tire le numéro 17. Elle regarde le numéro de la personne qui est servie en ce moment. Elle porte le numéro 12. Combien de personne seront servies avant la maman de Fanny ?
17	La maman de Karim se rend à la boucherie. Elle doit prendre un ticket. Elle tire un numéro. Elle patiente et une file de 5 personnes se crée derrière elle. La dernière personne a tiré le numéro 21. Quel est le numéro de la maman de Karim ?
18	Les élèves de troisième année partent en excursion. Le bus est parti avec 10 minutes de retard, car Simon n'était pas à l'heure à l'école. Après avoir parcouru 20 km, ils s'arrêtent pour faire une pause. Après 15 minutes, le bus est reparti. 10 km plus loin, ils sont arrivés à destination. Combien de kilomètres le bus a-t-il parcouru ?

4. FORMULER DES QUESTIONS ET INVENTER DES ÉNONCÉS

La formulation de questions et l'invention d'énoncés ne constituent pas à proprement parler des étapes de la résolution de problèmes, mais elles peuvent contribuer à faire progresser les élèves dans la capacité à analyser et à comprendre les situations proposées.

4.1. Constats issus de l'épreuve et intentions

Un élève sur deux seulement a été capable d'identifier parmi quatre propositions la seule question à laquelle on pouvait répondre sur la base des informations fournies (item 7). Dès lors, on peut craindre qu'en phase de résolution, les élèves qui ont échoué à cet item rencontrent des difficultés pour distinguer les données utiles et les données perturbantes.


COCHE la question à laquelle il est possible de répondre.

Un camion quitte Anvers à 8h.
Il transporte 2 colis : un de 200 kg et l'autre de 350 kg.

☐ Combien de temps le transport a-t-il duré ?

☐ Combien ont couté ces deux colis ?

☐ Combien pèse le chargement ?

☐ Quelle est la distance parcourue par le camion ?

Les éléments constitutifs d'un problème étant identiques aux éléments importants d'une bonne représentation (les données, les relations qui les unissent, la formulation d'une question et éventuellement des éléments de contexte), inventer des énoncés et représenter le problème sont deux tâches qui se nourrissent mutuellement. Les activités qui suivent proposent donc des va-et-vient entre représentations (sous différentes formes), questions, énoncés, et opérations.

L'expérience montre que des élèves peu ou pas sensibilisés à ce type de tâches produiront au début des questions ou des énoncés qui ne nécessitent pas réellement de mettre en œuvre une démarche de résolution, mais auxquels on peut répondre par simple observation du support. Par exemple, au départ d'une illustration montrant deux équipes d'enfants en train de jouer, les élèves auront tendance à proposer des questions comme : « Que font les enfants ? », « Combien d'enfants y a-t-il ? », etc. Il convient alors que l'enseignant recentre l'activité car cette dernière ne devrait pas se limiter à de l'observation d'image. Il faut pousser les élèves à poser des questions dont la réponse ne se « voit » pas directement sur l'image mais qui nécessitent de tenir compte de différents éléments du support pour rechercher une solution. Quand

ils auront compris cela, la plupart des élèves prendront plaisir à proposer à l'enseignant ou à leurs condisciples des questions ou des problèmes les plus complexes possibles.

La phase de synthèse consistera à vérifier que les productions des élèves contiennent tous les éléments d'une « bonne » question ou d'un « bon » problème, c'est-à-dire un problème que l'on peut résoudre car on dispose de toutes les données nécessaires, on sait ce que l'on doit chercher et le problème est formulé clairement. La modalité la plus logique de procéder à cette vérification est d'inviter les élèves à résoudre les problèmes proposés.

4.2. Propositions d'activités

Les activités suivantes sont proposées selon un déroulement identique agencé en trois étapes successives :

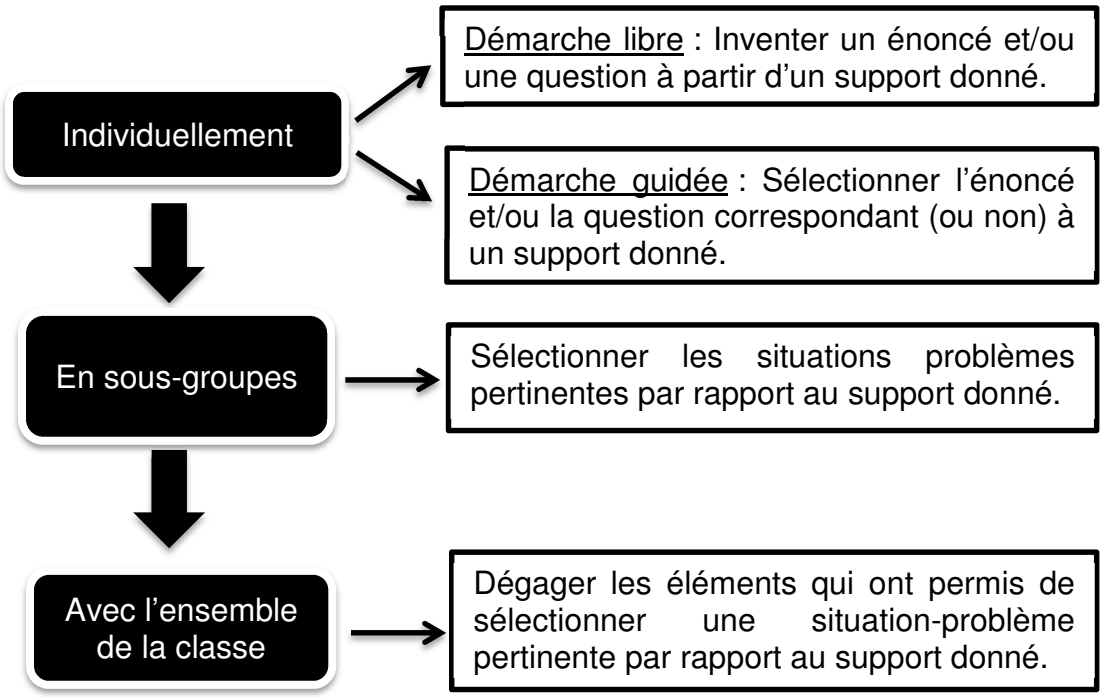
1. **Individuellement**, les élèves inventent un énoncé et/ou une question à partir d'un support imposé (opération, énoncé, question, tableau, graphique, dessin…) [5];
2. **En sous-groupes**, ils confrontent leurs différentes productions et sélectionnent celles qui leur semblent pertinentes ;
3. Ces productions sont analysées **avec l'ensemble de la classe** afin de vérifier leur correspondance avec le support. Pour affiner l'analyse des erreurs, l'enseignant veillera à mettre l'accent sur les éléments qui ont permis aux élèves de rédiger une situation-problème correcte.

Bien qu'il soit préférable d'entrer dans l'analyse d'erreurs à partir de réalisations des élèves eux-mêmes, il se peut que certains éprouvent de réelles difficultés dans la création de situations-problèmes. Dans ce cas, il est possible de leur proposer de sélectionner, dans une liste préétablie, la situation-problème qui correspond (ou non) au support imposé (démarche guidée). Cette méthode devrait aider les élèves qui n'ont pas réussi à produire de situation-problème à entrer tout de même dans l'analyse d'erreurs.

Ces deux méthodes peuvent également être utilisées simultanément : certains élèves rédigeant librement une situation-problème (démarche libre), d'autres sélectionnant celle qui convient le mieux dans une liste préétablie (démarche guidée). L'activité se terminera toujours par une mise en commun permettant l'analyse d'erreurs de manière collective.

Le choix et l'ordre des supports proposés sera défini par l'enseignant en fonction de la situation de sa classe. Il lui revient donc d'organiser et d'adapter ces activités à son contexte.

[5] Les supports utilisés sont généralement issus de l'épreuve de mathématiques d'octobre 2014 en 3e année primaire. Ceci afin de vous permettre de réutiliser les carnets de test avec vos élèves.



4.2.1. À partir d'un support écrit

Avant d'amener les élèves à la rédaction proprement dite d'un énoncé, il convient de dégager avec eux les éléments constitutifs d'une situation-problème : le contexte, l' « histoire », les données, les relations qui les unissent et la question.

L'activité suivante permet aux élèves de prendre conscience de l'importance, à l'intérieur d'un énoncé, de :

- la chronologie ;
- l'influence des données utiles/inutiles.

Dans un premier temps, cette activité est proposée de manière guidée.

Déroulement de l'activité : « Les problèmes mélangés »

Chaque élève reçoit les bandelettes à découper d'une ou plusieurs situations-problèmes mélangées. Il doit remettre les phrases selon un ordre logique plausible et, éventuellement enlever les phrases inutiles. Il compare ensuite sa production avec son voisin. Lors de la mise en commun, l'enseignant peut utiliser des bandelettes géantes amovibles afin de reconstituer la situation-problème.

Il est possible de réaliser cette activité en jouant sur différents niveaux de difficulté. Par exemple, l'élève reçoit les bandelettes à découper :

1) d'une seule situation-problème mélangée ne comportant pas de phrases inutiles.
2) d'une seule situation-problème mélangée comportant des phrases inutiles.
3) de deux situations-problèmes mélangées ne comportant pas de phrases inutiles.
4) de deux situations-problèmes mélangées comportant des phrases inutiles.

Exemples de problèmes à découper (cf. fiche-élève page 52) :

Coline va au marché avec 15 € en poche.
Elle achète un bouquet de fleurs à 5 € pour sa maman.
Elle voit un joli collier sur une étagère, mais décide de ne pas l'acheter.
Elle achète aussi un livre à 3,50 € pour son papa.
Combien d'argent lui reste-t-il ?

Lors de la marche-relais, la première équipe parcourt les 4 premiers kilomètres.
La deuxième équipe marche 3 kilomètres.
Elle finit son parcours avant la pause de midi.
Le dernier groupe composé de 10 enfants termine le parcours par une marche de 5 kilomètres.
Il arrive à la fin de son parcours à 15h00.
Combien de kilomètres seront parcourus au total par notre classe ?

Le bus conduit notre classe chaque mercredi au cours de natation.
Les premiers élèves montent dans le bus à 9h00.
La piscine se situe à 17 kilomètres de l'école.
Sur le trajet, le bus doit faire un détour de 3 kilomètres pour charger les enfants d'une école voisine.
Les élèves de cette deuxième école montent dans le bus à 9h30.
Combien de kilomètres le bus parcourt-il chaque mercredi ?

4.2.2. À partir d'une opération

Opération simple

Démarche libre

Voici une opération : **12 + 7 = 19**
Invente **un énoncé** qui correspond à cette opération.

_____

_____

_____

Après avoir mis en commun les différentes productions, il conviendra de vérifier avec les élèves la cohérence entre l'énoncé et le calcul, mais aussi de leur faire remarquer la diversité des situations proposées. En effet, cette activité permet de mettre en avant la variété de contextes possibles pouvant entrainer des situations-problèmes cohérentes à partir d'une même opération.

Dans le but d'arriver aux mêmes constats avec des élèves qui éprouvent des difficultés dans la production d'une situation-problème, une démarche plus guidée est possible à partir de cette même opération.

Démarche guidée

Voici une opération : **12 + 7 = 19**
Coche l'énoncé qui ne pourrait pas correspondre à cette opération.

☐ Julie avait 12 billes. Lors de la récréation, elle en a gagné 7. Maintenant, elle en possède 19.
☐ Un livreur doit transporter un coli de 12kg et un de 7kg. En tout, son chargement pèsera 19 kg.
☐ Estelle et Léonie sont sœurs, elles ont 12 ans et 7 ans. Donovan, leur grand frère, a 19 ans.
☐ Sur sa journée, un cycliste a parcouru 19 km. Il a roulé 12 km le matin, et 7 km l'après-midi.

Il conviendra de dégager avec les élèves les éléments qui traduisent l'addition entre les deux données 12 et 7, pour obtenir une somme de 19. Pour cela, le passage par les représentations (dessins, schéma…) des situations proposées peut s'avérer utile. Il sera ainsi constaté que, bien que les données soient identiques et dans le même ordre, c'est au niveau des interactions entre celles-ci que le problème se pose dans la troisième situation. En effet, la situation « Estelle et Léonie sont sœurs, elles ont 12 ans et 7 ans. Donovan, leur grand frère, a 19 ans. » est une simple énumération de données sans interactions entre elles.

Variation du signe opératoire

Il est également intéressant de jouer avec les signes opératoires afin de constater l'influence de ceux-ci sur leur traduction en situation contextualisée.

Après avoir réalisé l'activité suivante selon la démarche libre, il sera intéressant d'analyser avec les élèves le vocabulaire utilisé pour exprimer les différentes opérations (par exemple, « gagner » ou « ajouter » lors d'une addition, « perdre » ou « retirer » lors d'une soustraction, « partager » lors d'une division…). Mais aussi, et surtout, de leur faire constater que, **le simple repérage de mots-clés n'est pas efficace**. En effet, cette stratégie superficielle mène à des erreurs dans de nombreuses situations.

Par exemple : « Lila a 18 billes. Elle joue contre Paul à la récréation. Paul perd 3 billes. Combien Lila a-t-elle de billes à la fin de la partie ? ».

Ici, le mot-clé « perd » doit être traduit par « gagne » si l'on s'intéresse au personnage de Lila. Il faut donc inviter les élèves à ne pas se contenter d'un simple repérage de mots-clés car une analyse plus profonde de la situation est nécessaire.

Démarche libre

Voici plusieurs opérations. Invente un énoncé pour chacune d'elles.

35 + 5 =

_____

_____

_____

35 – 5 =

_____

_____

_____

35 x 5 =

_____

_____

_____

35 : 5 =

_____

_____

_____

Pour les élèves qui éprouvent des difficultés dans la production d'une situation-problème, il est possible de leur proposer de sélectionner l'énoncé qui correspond le mieux à chaque opération proposée.

Démarche guidée : la récolte de bonbons

Relie chaque opération à un énoncé.

35 – 5 =	Un groupe de 5 enfants a récolté 35 bonbons. Le butin est partagé de manière à ce que chacun reçoive la même chose.
35 + 5 =	Karim et Célia ont chacun 35 bonbons. Karim en donne 5 à Célia.
35 : 5 =	Paula a récolté 35 bonbons. Son papa lui en offre encore 5.
35 x 5 =	Un groupe de 5 enfants récolte des bonbons. Chaque enfant en a récolté 35. Ils décident de rassembler leur butin.

Dans cet exercice, la situation « Karim et Célia ont chacun 35 bonbons. Karim en donne 5 à Célia. » porte volontairement à confusion. En effet, si l'on s'intéresse à Karim, c'est le calcul « 35 - 5 » qui se rapporte à la situation. Alors que, si l'on s'intéresse à Célia, il s'agit de l'opération « 35 + 5 ». Il est fort possible que les élèves procèdent par élimination et sélectionnent « 35 - 5 ». Il sera dès lors nécessaire que l'enseignant fasse remarquer la double lecture possible de la deuxième situation. Cette discussion devrait aboutir à la mise en évidence de l'importance de la question à l'intérieur d'une situation-problème. Car, en effet, c'est la question liée à l'énoncé qui définira le problème à résoudre et donc l'opération à effectuer.

Suite d'opérations

Lorsque les élèves maitrisent la formulation d'énoncés à partir d'opérations simples, il est possible de complexifier l'activité en leur proposant de faire l'exercice sur des suites d'opérations.

Démarche libre

Voici une opération : **(2 x 6) + (4 x 5) =**
Invente **un énoncé** qui correspond à cette opération.

_____

_____

_____

Démarche guidée : le magasin

Voici une opération : **(2 x 6) + (4 x 5) =**
Coche l'énoncé qui **ne peut pas** correspondre à cette opération.

☐ Lucas a acheté 2 livres et 4 crayons. Un livre coute 6€, et un crayon coute 5 €.
☐ Lucas a acheté 6 livres et 5 crayons. Un livre coute 2€, et un crayon coute 4 €.
☐ Lucas a acheté 2 livres et 6 crayons. Un livre coute 4€ et un crayon coute 5 €.

Cette fois encore, le passage par la représentation peut être utile afin de permettre une meilleure compréhension de chaque situation.

Variation de la place de l'inconnue

Pour aller plus loin, il est possible de travailler sur la place de l'inconnue (représentée, par exemple, soit par des pointillés ou un espace vide à compléter, soit par un point d'interrogation). Il s'agira de demander aux élèves d'inventer l'énoncé et la question qui correspondent à l'opération proposée.

Démarche libre

Voici une opération : **12 + ? = 19**
Invente une situation **et** la question qui correspondent à cette opération.

Énoncé :

_____

_____

Question :

_____?

Démarche guidée : les billes de Kevin

Voici une opération : **12 + ? = 19**
Coche l'énoncé et la question qui correspondent à cette opération.

☐ Kevin avait 12 billes, il en gagne quelques-unes. Combien en a-t-il maintenant ?
☐ Kevin avait quelques billes, il en gagne 19. Combien en avait-il avant ?
☐ Kevin avait 12 billes, il en gagne quelques-unes. Maintenant, il en a 19. Combien en a-t-il gagné ?

Les deux activités précédentes présentaient l'inconnue en situation intermédiaire. Il est aussi possible de proposer de jouer sur la place occupée par l'inconnue au sein de l'opération (situation : initiale – intermédiaire – finale).

Démarche libre

Voici trois opérations. Invente un énoncé et une question pour chacune.

35 + 5 = ?

Énoncé :

_____

_____

_____

Question :

_____?

35 + ? = 40

Énoncé :

_____

_____

_____

Question :

_____?

? + 5 = 40

Énoncé :

_____

_____

_____

Question :

_____?

Démarche guidée : la collection de timbres de Johan

Relie chaque opération à son énoncé.

35 + 5 = ?

35 + ? = 40

? + 5 = 40

Johan possède une collection de timbres. Sa tante lui en a offert 5 pour son anniversaire. Maintenant, il possède 40 timbres.
Combien Johan avait-il de timbres avant ?

Johan possède une collection de timbres. Il en a déjà 35. Sa tante lui en a offert 5 pour son anniversaire.
Combien a-t-il de timbres maintenant ?

Johan possède une collection de 35 timbres. Sa tante lui en a offert pour son anniversaire. Maintenant, il en possède 40.
Combien de timbres Johan a-t-il reçu de sa tante ?

Lors de la mise en commun, les élèves seront amenés à prendre conscience que l'inconnue ne se trouve pas toujours en situation finale. Pour aider les élèves à s'en rendre compte, il peut être utile d'utiliser une représentation sous la forme d'une ligne du temps ou via l'utilisation d'un vocabulaire qui renseigne sur la séquence temporelle « avant, puis, maintenant, après, etc. ».

4.2.3. À partir d'un énoncé

Les activités suivantes se réalisent toujours selon le même déroulement : individuellement (avec ou sans guidage), confrontation en sous-groupes, et, enfin, mise en commun avec l'ensemble de la classe.

Démarche libre : la caisse de pommes

Voici un énoncé.

Une caisse remplie de pommes pèse 20 kg. Une fois cette caisse vidée de son contenu, elle ne pèse plus que 2 kg.

Invente une question.

Question :

_____?

Après avoir confronté en sous-groupes les différentes productions, les élèves constateront que deux types de questions peuvent apparaitre :

- Celles auxquelles on peut répondre par un simple repérage de données.
  Ex. : Combien pèse la caisse remplie de pommes ?
  Ex. : Combien pèse la caisse vide ?
- Celles qui exigent de réaliser une opération pour trouver la réponse.
  Ex. : Combien pèsent les pommes ?

Pour ce dernier type de questions, il n'existe qu'une seule possibilité (Combien pèsent les pommes ?). Ceci s'explique par la concision de la situation décrite et l'absence de données inutiles.

Dans la démarche guidée, il est également possible de demander aux élèves de distinguer les questions qui ne nécessitent qu'un simple repérage de données et celles qui exigent de réaliser une opération.

Démarche guidée : la caisse de pommes

Voici un énoncé.

Une caisse remplie de pommes pèse 20 kg. Une fois cette caisse vidée de son contenu, elle ne pèse plus que 2 kg.

Coche la question qui peut être posée **et** qui demande de faire une opération.

☐ Combien pèse la caisse vide ?
☐ Combien y avait-il de pommes dans la caisse ?
☐ Combien pèsent les pommes ?
☐ Combien pèse une pomme ?

Dans les deux cas (démarche guidée ou non), une fois la question définie, les élèves sont amenés à résoudre le problème posé. Le fait qu'il est possible d'y répondre constitue la preuve que la question inventée est cohérente avec la situation.

L'activité peut être réalisée à partir d'une situation plus complexe.

Démarche libre : la camionnette

Voici un énoncé.

Une camionnette quitte Anvers à 9h. Elle transporte 3 colis : 1 de 100kg, 1 de 50kg et 1 de 40kg. Après avoir roulé 1h, le chauffeur s'arrête pour acheter 2 sandwichs à 4€/pièce et un café à 1,50€/pièce. Il arrive finalement à Liège à 11h.

Invente deux questions auxquelles il est possible de répondre avec les données fournies dans l'énoncé.

Question 1 :

_____?

Question 2 :

_____?

Lors de la mise en commun, l'enseignant pourra faire constater aux élèves que plusieurs questions peuvent être posées, mais également que, en fonction de la question, certaines données inutiles perturbent le décryptage de la situation.

De nouveau, deux types de questions risquent d'apparaitre : celles qui demandent un simple repérage de données, et celles qui nécessitent d'effectuer une véritable opération.

Il sera ensuite intéressant de leur demander d'y répondre. Comme ils auront analysé les données du problème pour créer leurs questions, on devrait constater plus d'aisance dans la résolution.

Démarche guidée : la camionnette

Voici un énoncé.

Une camionnette quitte Anvers à 9h. Elle transporte 3 colis : 1 de 100kg, 1 de 50kg et 1 de 40kg. Après avoir roulé 1h, le chauffeur s'arrête pour acheter 2 sandwichs à 4€/pièce et un café à 1,50€/pièce. Il arrive finalement à Liège à 11h.

Coche la question qui ne demande pas de réaliser une opération.

☐ Combien de temps a duré le trajet ?
☐ Combien de colis transporte la camionnette ?
☐ Combien le chauffeur a-t-il dépensé d'argent ?
☐ Combien pèse le chargement ?

4.2.4. À partir d'une question

Démarche libre : l'excursion

Voici une question.

Combien de temps a duré l'excursion ?

Invente un énoncé qui pourrait correspondre à cette question.

Énoncé :

_____

_____

Démarche guidée : l'excursion

Voici une question.

Combien de temps a duré l'excursion ?

Coche l'énoncé qui **ne pourrait pas** correspondre à cette question.

☐ Le car a quitté l'école à 9h00. Il est arrivé au parc animalier à 10h00. Il était 17h00 quand il est revenu à l'école.

☐ La visite du parc animalier a duré 3 heures. Le trajet (aller simple) entre l'école et le zoo a duré 1 heure.

☐ Les 24 élèves de troisième année sont arrivés au zoo à 10h00. La visite du parc animalier a duré 4h00. Durant la journée, les élèves ont fait une pause d'une heure pour manger leur pique-nique, et profiter de la plaine de jeu. Le groupe a quitté le zoo à 16h00.

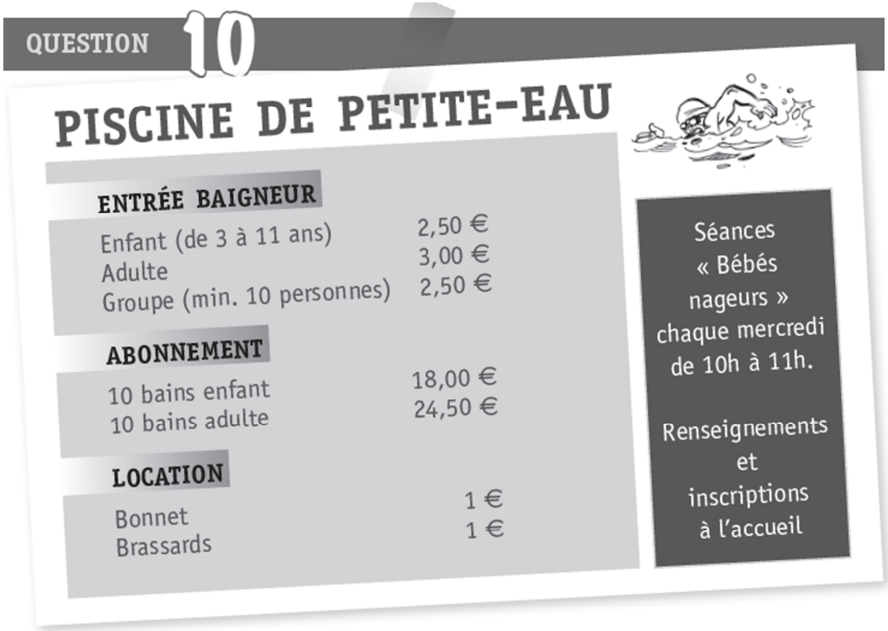
Lorsque cet exercice a été réalisé individuellement, il conviendra de faire remarquer à l'ensemble de la classe l'importance de bien comprendre la question et de définir ce que l'on entend par « excursion » (trajet aller-retour + temps passé au parc).

Ensuite, il sera intéressant de faire constater aux élèves que, ce n'est pas parce que le troisième énoncé est plus long et plus détaillé qu'il donne toutes les informations nécessaires pour répondre à la question. Cette discussion peut déboucher sur la mise en évidence qu'il manque des données nécessaires, et que certaines données sont inutiles pour résoudre le problème.

4.2.5. À partir d'un tableau à simple entrée

Démarche libre : la piscine

Voici un tarif.



Invente un énoncé et une question.

Énoncé :

_____

_____

Question :

_____?

Suite à cette activité, il sera important d'analyser en profondeur avec les élèves les données décrites tant dans le tarif, que dans les différents énoncés proposés. Il est possible de prolonger l'activité en demandant aux élèves de rédiger une autre situation-problème à partir d'une opération identique imposée à tous.

Voici plusieurs exemples possibles à partir de l'opération :

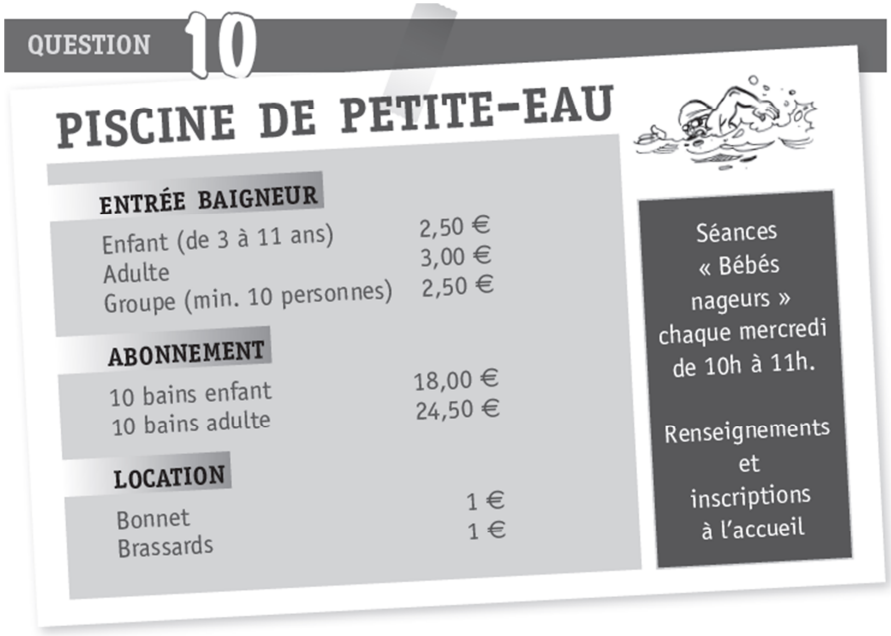
(2 x 2,50 €) + 3 € + (2 x 1 €) = ?

en variant le nom des personnages, les âges des enfants, et le matériel loué :

- Papa se rend à la piscine avec Tom, 7 ans et Julien 8 ans. Ils louent 2 paires de brassards. Combien devront-ils payer en tout ?
- Maman se rend à la piscine avec Tom, 5 ans et Julie 9 ans. Ils louent 1 bonnet et 1 paire de brassards. Combien devront-ils payer en tout ?
- …

Démarche guidée : la piscine

Voici une opération réalisée à partir de ce tarif : **(2 x 2,50 €) + 3 € = 8 €**



Coche la question qui peut se rapporter à cette opération.

☐ Combien coute l'entrée pour 2 enfants et 1 adulte ?
☐ Combien coute l'entrée pour 2 groupes et 1 adulte ?
☐ Combien coute l'entrée pour 2 enfants et 2 adultes ?

Cet exemple permet de débattre avec les élèves sur les données qui doivent être cherchées pour correspondre à l'opération posée. En effet, la deuxième question proposée (*Combien coute l'entrée pour 2 groupes et 1 adulte ?)* pourrait correspondre à l'opération, si l'on n'a pas remarqué que le groupe doit être constitué d'un minimum de 10 personnes. On pourrait aussi se demander s'il s'agit du prix à payer pour l'entièreté du groupe, ou du prix à payer pour chaque personne à l'intérieur de ce groupe. Cette situation est donc susceptible d'amener l'enseignant dans une discussion avec ses élèves. Notons que, dans la vie courante, il est probable de se retrouver dans ce genre de situation-problème car, il n'est pas rare de rencontrer des panneaux d'informations qui ne sont pas suffisamment explicites et nécessitent une demande de renseignements supplémentaires.

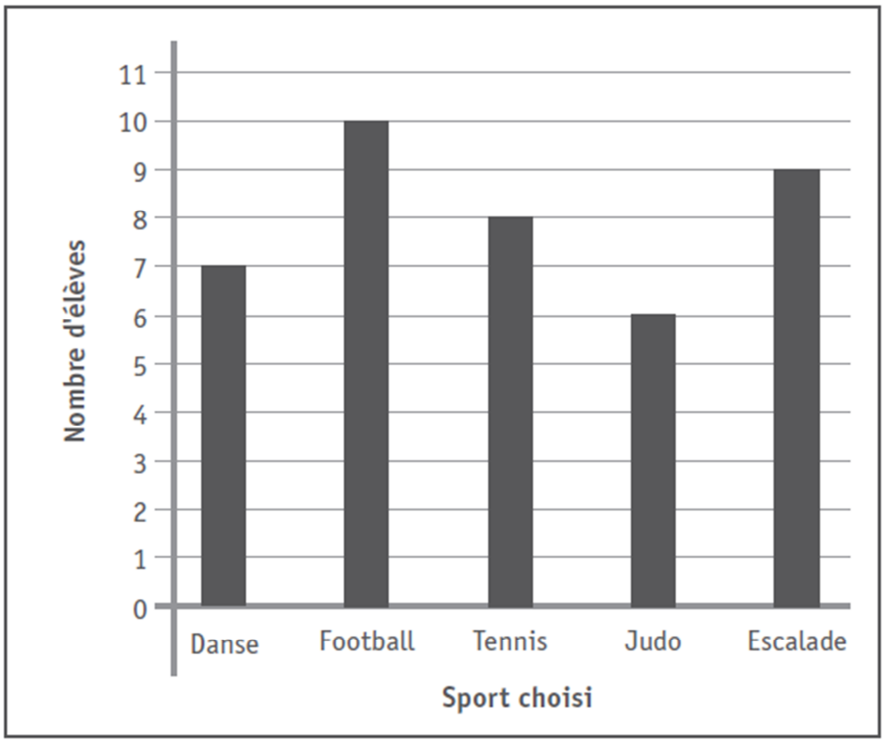
En activité de prolongement, les enfants pourraient être amenés à modifier l'affiche de manière à ce qu'elle soit plus précise.

4.2.6. À partir d'un graphique en bâtonnets

L'épreuve de mathématiques d'octobre 2014 a mis en évidence que, si les élèves sont généralement capables de lire les données explicites d'un graphique en bâtonnets, ils ont plus de difficultés lorsqu'ils sont ensuite amenés à utiliser les données du graphique pour répondre à une question problème.

Démarche libre : les sports

Voici un graphique.



Invente un énoncé et une question.

Énoncé :

_____

_____

_____

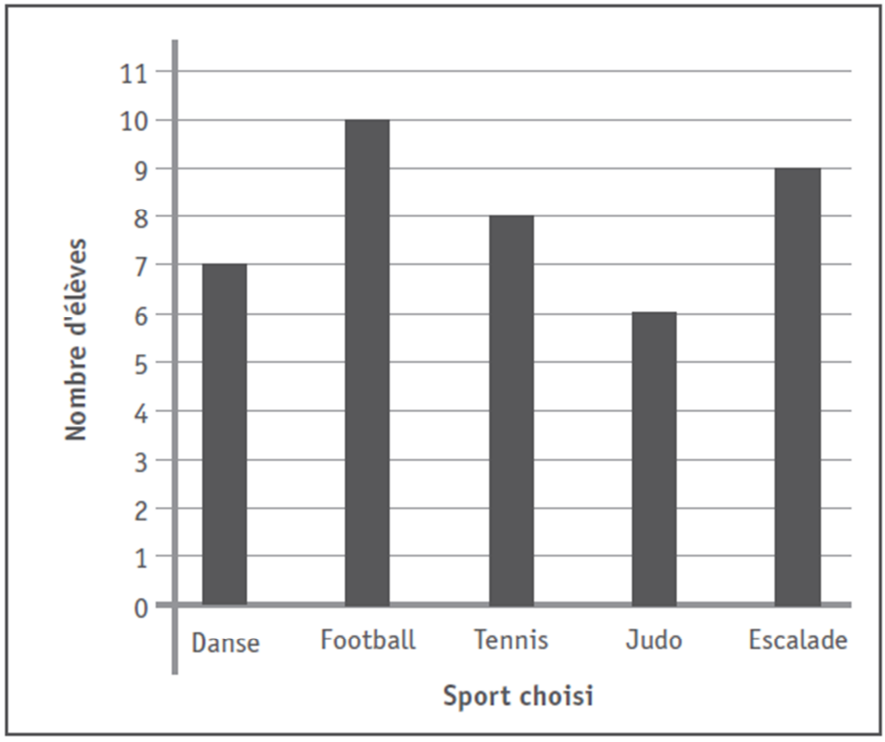
Question :

_____?

Cette activité peut déboucher sur plusieurs propositions qui seront débattues en classe.

Démarche guidée : les sports

Voici un graphique.



Coche la situation-problème qui correspond au graphique.

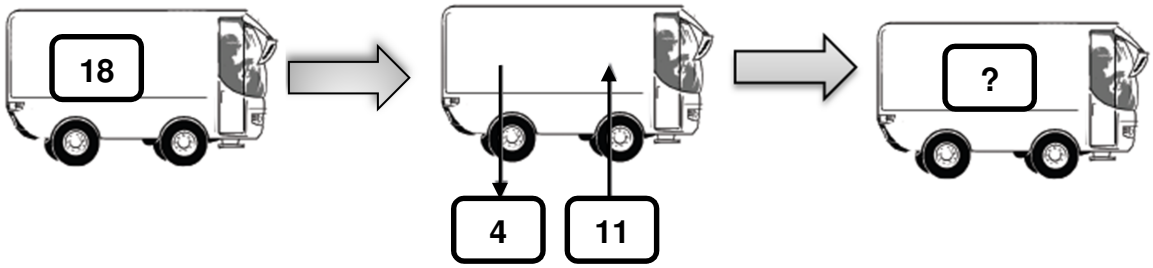
- ☐ Dans l'atelier « Judo », il y a 10 inscrits. Combien y en a-t-il de plus dans l'atelier « Football » ?
- ☐ Dans l'atelier « Danse », il y a 7 inscrits. Combien y en a-t-il de plus dans l'atelier « Judo » ?
- ☐ Dans l'atelier « Tennis », il y a 8 inscrits. Combien y en a-t-il de plus dans l'atelier « Escalade » ?

4.2.7. À partir d'un dessin

À partir d'une situation illustrée, l'élève est amené à inventer l'énoncé et la question qui pourraient correspondre.

Démarche libre : le bus

Voici un dessin. Invente un énoncé et une question.



Énoncé :

_____

_____

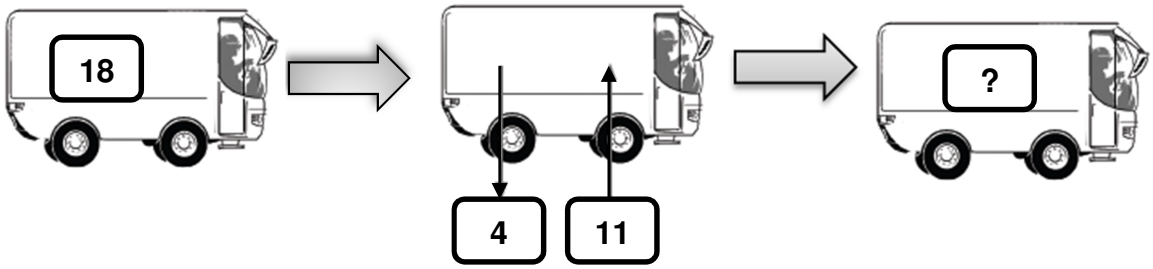
_____

Question :

_____?

Démarche guidée : le bus

Voici un dessin. Écris ce qu'il se passe dans le tableau.

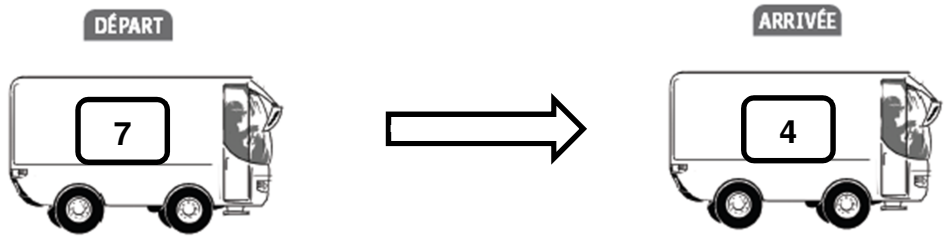


Au départ	
Au premier arrêt	
À l'arrivée	

Une situation de bus peut aussi être illustrée sans point d'interrogation. C'est à l'élève de trouver sur quoi porte la question du problème.

Démarche libre : le bus (sans « ? »)

Voici un dessin. Invente l'énoncé et la question.



Énoncé :

_____

_____

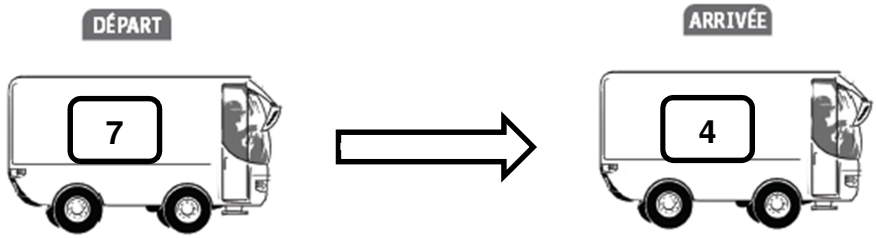
_____

Question :

_____?

Démarche guidée : le bus (sans « ? »)

Voici un dessin.



Coche la situation-problème qui correspond.

☐ Le bus démarre avec quelques personnes à son bord. Pendant le trajet, 7 personnes sont descendues. Il en reste 4 à l'arrivée. Combien de personnes étaient dans le bus au départ ?

☐ Le bus démarre avec 7 personnes à son bord. À l'arrivée, il n'y a plus que 4 passagers. Combien de personnes sont descendues du bus pendant le trajet ?

☐ Le bus démarre avec 4 personnes à son bord. À l'arrivée, il y en a 7. Combien de personnes sont montées dans le bus pendant le trajet ?

Dans les situations « bus » qui précèdent, les données et la chronologie sont fournies d'emblée. Les énoncés produits par les élèves seront de ce fait assez semblables. L'activité peut être prolongée en laissant les élèves totalement libres d'inventer une situation « bus ».

C'est l'option qui a été prise dans cette activité du magasin où les élèves vont créer librement des situations-problèmes qui pourront dès lors être extrêmement variées.

Déroulement de l'activité : le magasin de jouets

1) **Travail individuel** : chaque élève rédige un problème à partir de l'illustration du magasin de jouets.
2) **Travail en duos** : chaque élève échange son problème avec son voisin.
3) **Travail individuel** : chaque élève essaye de résoudre le problème reçu.
4) Mise en commun avec **l'ensemble de la classe** : « Les problèmes sont-ils cohérents ? Pourquoi ? »

Démarche libre : le magasin de jouets

Voici un dessin. Invente l'énoncé et la question.

Énoncé :

_____

_____

_____

Question :

_____?

Lors de la mise en commun, les élèves seront invités à s'interroger sur les problèmes qui ont pu être résolus et ceux qui n'ont pu l'être. Pour ces derniers, il conviendra d'en identifier les raisons (absence de question, question non pertinente, erreur dans les données, etc.).

Démarche guidée : le magasin de jouets

Voici un dessin.

Coche le problème que l'on ne peut pas résoudre.

- ☐ Gaël a 120 €, il voudrait acheter 1 vélo et 1 train. Combien lui rendra-t-on ?
- ☐ Antoine va au magasin pour acheter 6 jouets. Combien va-t-il payer ?
- ☐ Tom possède 80 €, il achète : 1 trompette, 1 ballon et 2 hélicoptères. Combien d'euros lui reste-t-il ?
- ☐ Pol achète 3 vélos. Combien doit-il payer ?

Avec cet exemple de démarche guidée, les élèves se rendront compte que l'absence de données nécessaires pose des difficultés à la résolution du problème. En effet, on ne sait pas quels jouets Antoine va acheter. En prolongement de cette activité, les élèves peuvent être amenés à transformer cet énoncé pour qu'il soit suffisamment complet en vue de le résoudre.

Une autre possibilité de situation-problème impossible à résoudre à partir de ce support aurait pu être :

« Siham possède 25 €, il achète 1 hélicoptère et 1 train. Combien lui rendra-t-on ? ».

Les problèmes mélangés

LES PROBLÈMES MÉLANGÉS – Partie 1

Les phrases d'un problème ont été mélangées. Découpe-les et remets-les dans l'ordre.

Quand tu auras fini, tu constateras qu'une phrase peut être enlevée. Laquelle ?

Elle achète un bouquet de fleurs à 5 € pour sa maman.
Combien d'argent lui reste-t-il ?
Elle voit un joli collier sur une étagère, mais décide de ne pas l'acheter.
Coline va au marché avec 15 € en poche.
Elle achète aussi un livre à 3,50 € pour son papa.

LES PROBLÈMES MÉLANGÉS – Partie 2

Les phrases de deux problèmes ont été mélangées. Découpe-les et remets-les dans l'ordre pour recréer les deux problèmes.

Quand tu auras fini, tu constateras que certaines phrases peuvent être enlevées. Lesquelles ?

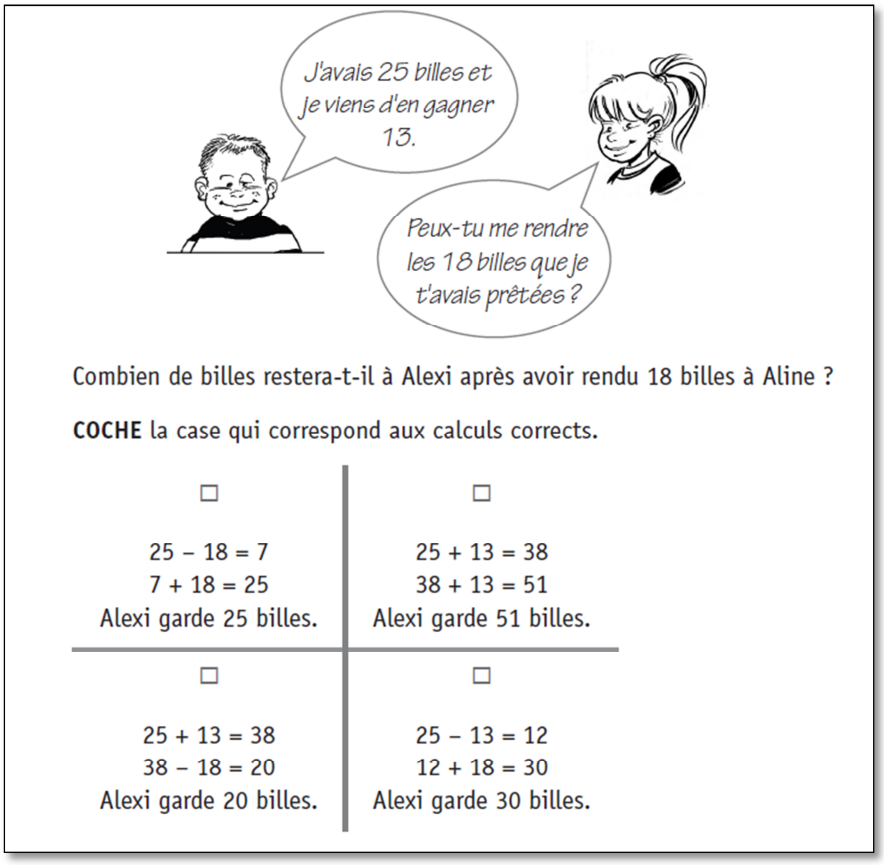
Combien de kilomètres seront parcourus au total par notre classe ?
Le bus conduit notre classe chaque mercredi au cours de natation.
Il arrive à la fin de son parcours à 15h00.
Les premiers élèves montent dans le bus à 9h00.
Le dernier groupe composé de 10 enfants termine le parcours par une marche de 5 kilomètres.
La piscine se situe à 17 kilomètres de l'école.
Elle finit son parcours avant la pause de midi.
La deuxième équipe marche 3 kilomètres.
Sur le trajet, le bus doit faire un détour de 3 kilomètres pour charger les enfants d'une école voisine.
Lors de la marche-relais, la première équipe parcourt les 4 premiers kilomètres.
Combien de kilomètres le bus parcourt-il chaque mercredi ?
Les élèves de cette deuxième école montent dans le bus à 9h30.

5. ÉTABLIR LES LIENS ENTRE UN ÉNONCÉ, UNE DÉMARCHE DE RÉSOLUTION ET UNE (SUITE D') OPÉRATION(S)

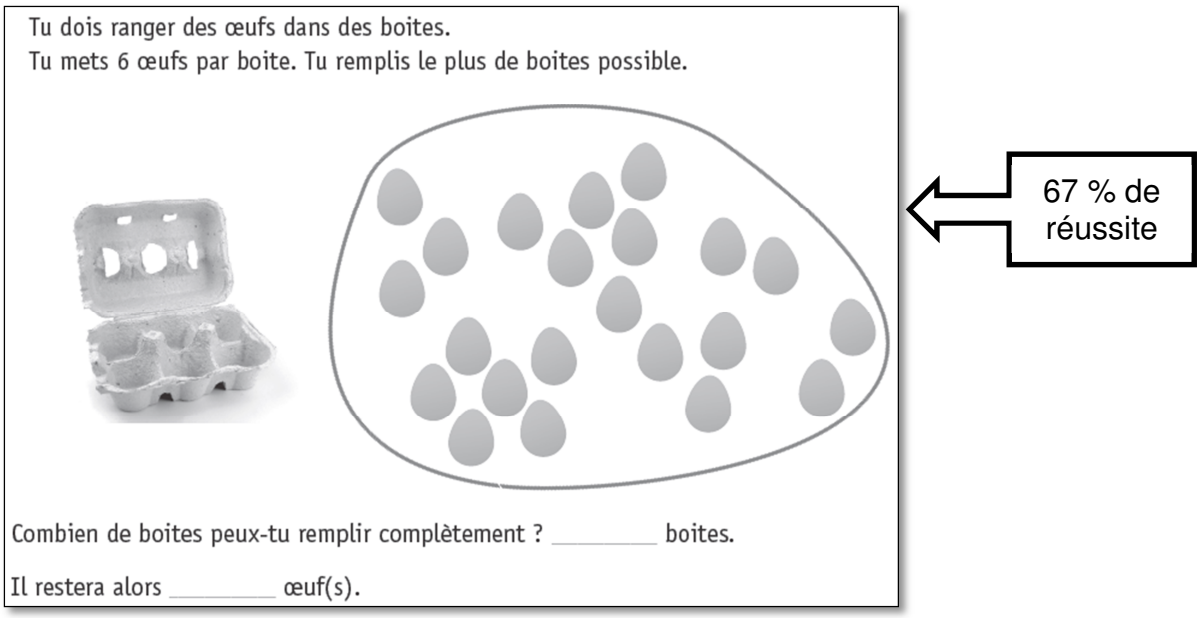
Dans la perspective adoptée pour ces pistes didactiques en résolution de problèmes, cette troisième section « Établir des liens entre un énoncé, une démarche de résolution et une (suite d') opération(s) » se situe à l'intersection de la phase de représentation et de celle de résolution proprement dite.

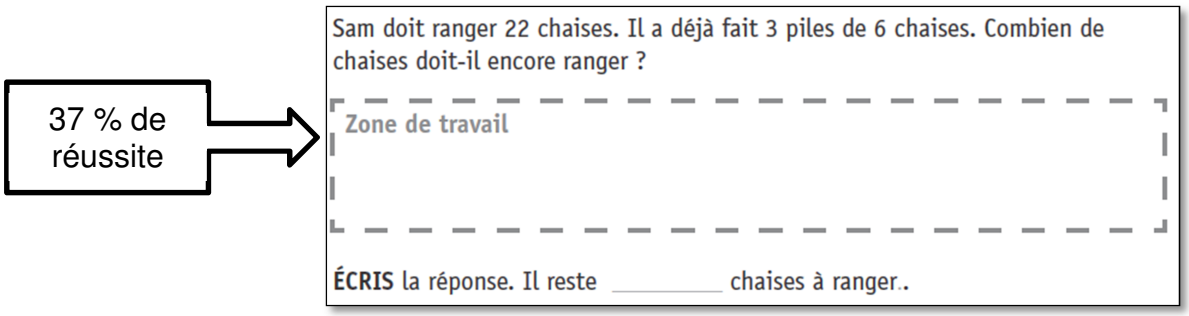
5.1. Constats issus de l'épreuve et intentions

Pour réussir l'item 30 de l'épreuve, il était impératif que les élèves analysent et comprennent la situation de façon à pouvoir la mettre en relation avec la suite d'opérations correspondante. Moins d'un élève sur deux (46%) a pu établir ce lien.



Par ailleurs, il est intéressant d'examiner en parallèle les items 27 (37% de réussite) et 33 (67% de réussite). À l'item 33, les élèves disposaient d'un support qui permettait « les manipulations ». Les élèves pouvaient « faire des paquets » de 6 œufs, ils pouvaient alors obtenir la réponse par simple observation ou par dénombrement. L'item 27 faisait intervenir des données numériques identiques, mais ne proposait pas de support : les élèves devaient donc se construire leur propre représentation de la situation. Ils pouvaient symboliser les 22 chaises, les grouper en 3 piles de 6 et découvrir le nombre de chaises restantes. La différence de résultat entre les deux items indique que les élèves n'ont pas procédé de la sorte. Dès lors, ils devaient passer sans transition de l'énoncé à l'opération, ce que deux tiers des élèves environ n'ont pas pu faire avec fruit.

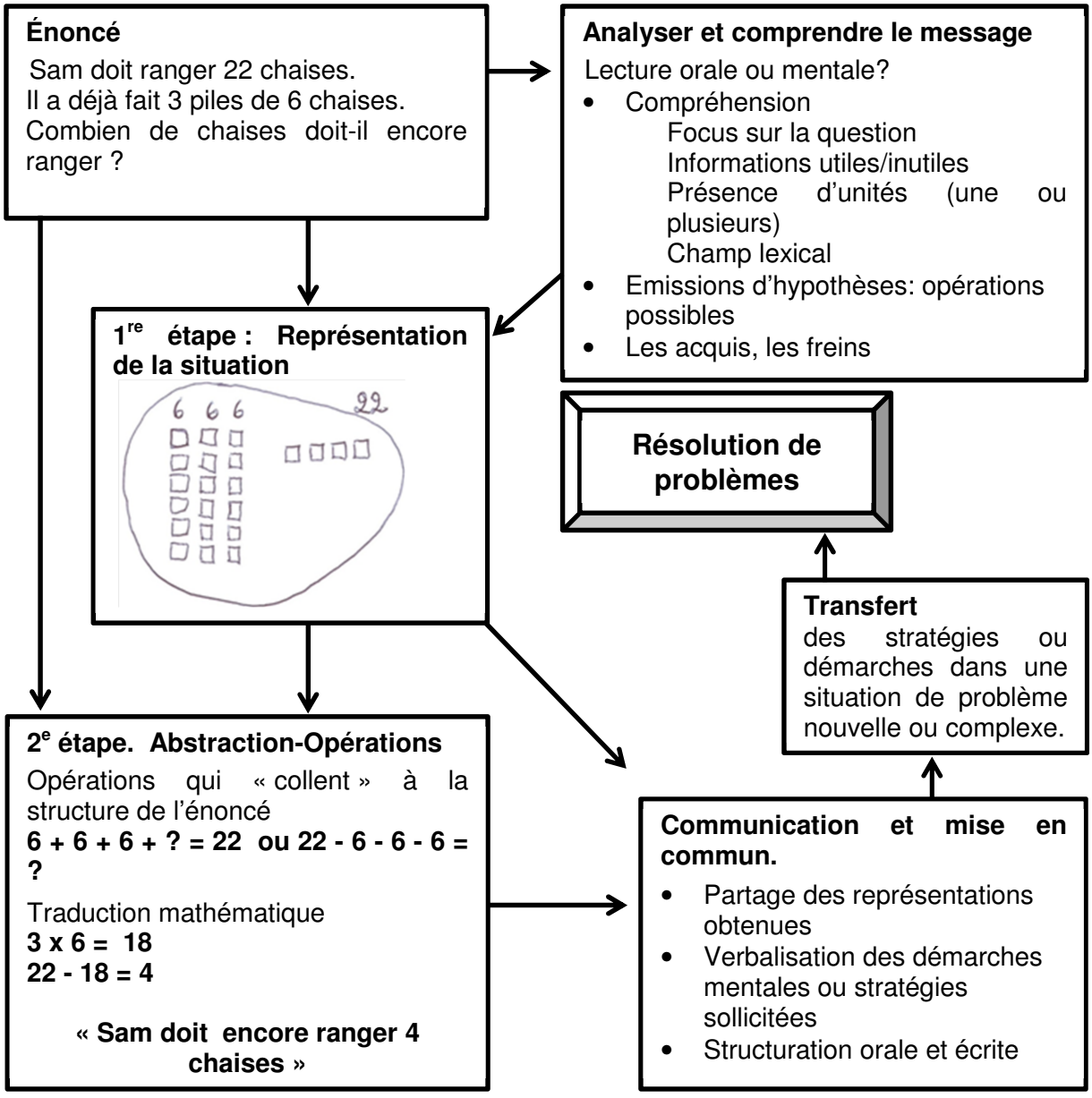




Ceci confirme l'importance d'enseigner aux élèves comment se représenter une situation-problème. Mais, pour constituer une réelle aide à la résolution, la représentation doit être opérationnelle, c'est-à-dire qu'elle doit montrer le plus explicitement possible la démarche de résolution à adopter et *in fine*, l'opération à poser. En étant invité régulièrement à verbaliser ses démarches (à expliquer sa propre représentation du problème), l'élève sera amené à créer des liens entre sa représentation et les opérations arithmétiques qui y correspondent. C'est à ces conditions que les élèves apprendront progressivement à transférer des démarches de résolution appropriées à des problèmes de plus en plus variés et de plus en plus complexes. Par exemple, quand l'élève sera confronté à de plus grands nombres, la

représentation par dessin pourra s'avérer fastidieuse voire impraticable. Il doit donc avoir été habitué préalablement à découvrir la démarche de résolution qui découle logiquement de l'analyse de la représentation (qui elle-même correspond à l'analyse de l'énoncé). Il faut donc sans cesse inciter les élèves à faire apparaitre les liens entre énoncé, représentation et résolution.

L'enseignant peut aider les élèves à passer de leur représentation aux opérations qui en découlent en les invitant à introduire progressivement des éléments de symbolisation. Si au début, les élèves ont tendance à représenter tous les éléments pour permettre le dénombrement (par exemple, ils dessineront 25 pommes), on peut suggérer de représenter la même donnée en dessinant une pomme à côté du nombre 25. Petit à petit, les données apparaissent donc en chiffres dans les représentations, des flèches peuvent être utilisées pour indiquer le sens d'une action et des points d'interrogation peuvent aider à identifier l'inconnue. Ceci permet de travailler avec de plus grands nombres et de favoriser le recours au calcul.



De manière générale, nous devons garder à l'esprit que faire évoluer les élèves dans leur capacité à résoudre des situations-problèmes passe par l'évocation et le dialogue pédagogique. Que ce soit pour le sens d'un simple mot ou pour saisir une démarche de résolution de problème, il faut l'apprivoiser.
Sans cesse, il faut permettre à l'élève :

- d'évoquer le sens de sa démarche de résolution ;
- de comparer avec les manières de procéder d'autres condisciples ;
- de constater et appréhender la richesse et la variété des représentations et des démarches.

Il est très important de ne pas donner LA bonne démarche mais de comparer, évoquer, discuter, faire des liens, etc.

5.2. Propositions d'activités

5.2.1. Activité : Les œufs

Les élèves travaillent en duos ou en sous-groupes hétérogènes de quatre s'ils sont habitués à collaborer. Dans un premier temps, ils observent l'illustration (les œufs : partie 1). Ils se concertent pour inventer une ou plusieurs opérations en lien avec l'illustration, puis ils formulent des phrases correspondant aux opérations. Pour cette étape de l'activité, il est important de ne fournir aux élèves que la première partie du support, faute de quoi, les opérations possibles seraient dévoilées.

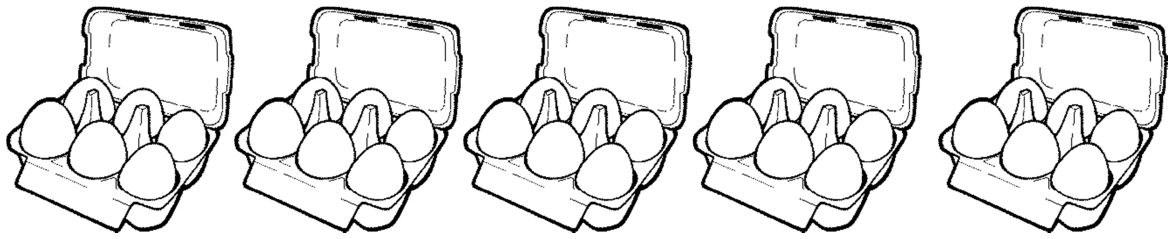
Lors de la mise en commun, on confrontera et on explicitera les différentes propositions. Il sera possible de faire remarquer qu'une opération peut se traduire par une variété de phrases alors que le nombre d'opérations mathématiques possibles est limité.

Sur la base de leurs observations, les élèves sont alors invités à répondre individuellement aux trois questions proposées (les œufs : partie 2).

La mise en commun, la confrontation et l'explicitation (des procédures et des démarches, et non uniquement du résultat obtenu) par les élèves de leurs réponses constituent le moment le plus intéressant de l'activité.

Les œufs

LES ŒUFS – Partie 1



J'écris des opérations	Je les traduis en phrases

LES ŒUFS – Partie 2

<u>Pour chaque opération, coche la bonne réponse.</u>

Si je fais l'opération **5 x 6 = ?**, j'obtiens…
☐ le nombre total d'œufs
☐ le nombre d'œufs dans une boite
☐ le nombre de boites d'œufs

Si je fais l'opération **30 : 6 = ?**, j'obtiens…
☐ le nombre total d'œufs
☐ le nombre d'œufs dans une boite
☐ le nombre de boites d'oeufs

Si je fais l'opération **30 : 5 = ?**, j'obtiens…
☐ le nombre total d'œufs
☐ le nombre d'œufs dans une boite
☐ le nombre de boites d'oeufs

5.2.2. Activité : Quels problèmes ?

Pour démarrer cette activité, les élèves doivent être invités de façon explicite à passer par une étape de représentation (voir section « Représenter un problème). Individuellement, chaque élève propose une façon de représenter une ou plusieurs situations au choix. L'enseignant veillera toutefois à disposer d'une variété de représentations pour chaque situation.

Par confrontation des différentes représentations d'une situation, et sous la conduite de l'enseignant, les élèves en identifient les caractéristiques. Par exemple, certaines représentations s'attachent au contexte (l'élève a dessiné la maison de la grand-mère et un vélo). Les élèves doivent constater que ce type de représentations ne constitue pas une aide pour résoudre.

Après ce travail sur les représentations, les élèves répondent individuellement à la question et cochent les problèmes que l'on peut résoudre avec l'opération proposée (il est conseillé de travailler sur une seule série de problèmes à la fois).

Lors de la mise en commun, les élèves seront amenés à expliciter leurs choix et les raisons pour lesquelles ils ont écarté certains problèmes.

Le travail peut être mené de la même façon pour les problèmes restants : représenter la situation, confronter différentes représentations, poser l'opération et résoudre.

Dans la deuxième série de problèmes (partie 2), correspondant à l'opération « 29 – 13 = ? », les élèves rencontreront vraisemblablement plus de difficultés et la phase d'analyse et d'explicitation sera d'autant plus indispensable que la structure de certains énoncés (2 et 3) et de l'opération ne correspond pas parfaitement. Par ailleurs, dans le dernier énoncé, le mot-clé « perdu » pourra faire penser à une soustraction alors que la situation implique une addition.

Quels problèmes ?

QUELS PROBLÈMES ? – Partie 1

Coche les problèmes que l'on peut résoudre avec l'opération **24 + 11 = ?**

- ☐ Igor doit faire 24 km à vélo pour aller chez sa grand-mère. Il a déjà roulé 11 km. Quelle distance doit-il encore parcourir ?
- ☐ Cyril compte ses petites voitures sur son étagère. Sur la première planche, il en compte 24 et sur la deuxième, il en compte 11. Combien de petites voitures possède-t-il ?
- ☐ Chloé a 24 billes et Jean en a 11. Combien Chloé a-t-elle de billes en plus ?
- ☐ Maman distribue des bonbons aux enfants invités. Elle en a 24 et il y a 11 invités. Combien restera-t-il de bonbons quand maman en aura donné 2 à chacun ?
- ☐ Au départ, 24 passagers se trouvaient dans le bus. Au premier arrêt, 11 personnes sont encore montées. Combien y a-t-il de passagers maintenant ?

✂ ----------

QUELS PROBLÈMES ? – Partie 2

Coche les problèmes que l'on peut résoudre avec l'opération **29 - 13 = ?**

- ☐ Papa a 29 ans et mon cousin Lucien a 13 ans de moins. Quel âge a Lucien ?
- ☐ Karim avait 29 billes au début de la récréation. Après la récréation, il ne lui en reste que 13. Combien de billes a-t-il perdues ?
- ☐ Jules, le fermier élève des lapins. Aujourd'hui, 13 lapins se sont enfuis. Il en avait 29 au départ. Combien lui en reste-t-il ?
- ☐ Laura avait 29 € pour aller sur la foire. Elle a déjà dépensé 13 € pour 4 attractions. Combien lui reste-t-il pour la fin de l'après-midi ?
- ☐ Aujourd'hui, Pedro n'a pas de chance au jeu de billes. Il a perdu 29 billes le matin et il en a perdu 13 l'après-midi. Combien a-t-il perdu de billes sur la journée ?

5.2.3. Activité : Le jeu des familles

L'activité vise à favoriser la mise en sens des liens entre énoncé, démarche de résolution et (suite d') opération(s).

L'activité se déroule sur la base d'une série de situations composées de trois affichettes : un énoncé, une représentation dessinée et une opération. L'enseignant distribue à un tiers des élèves des affichettes « énoncé », à un autre tiers des affichettes « représentation » et au dernier tiers les affichettes « opération ». En circulant dans la classe avec les affichettes bien visibles, les élèves sont invités à reconstituer les familles.

Exemple d'une famille :

- Élève A : On achète 2 livres à 14 € et 2 plumiers à 8 €. Combien cela coute-t-il ?
- Élève B : illustrations commentées avec les prix.
- Élève C : (2 X 14 €) + (2 X 8 €) = ?

Plusieurs situations présentées offrent des similitudes au niveau des nombres utilisés pour obliger les élèves à analyser plus en profondeur les différentes situations.

Lors de la mise en commun, l'enseignant invite les élèves à justifier leur regroupement.

Variante et prolongement :

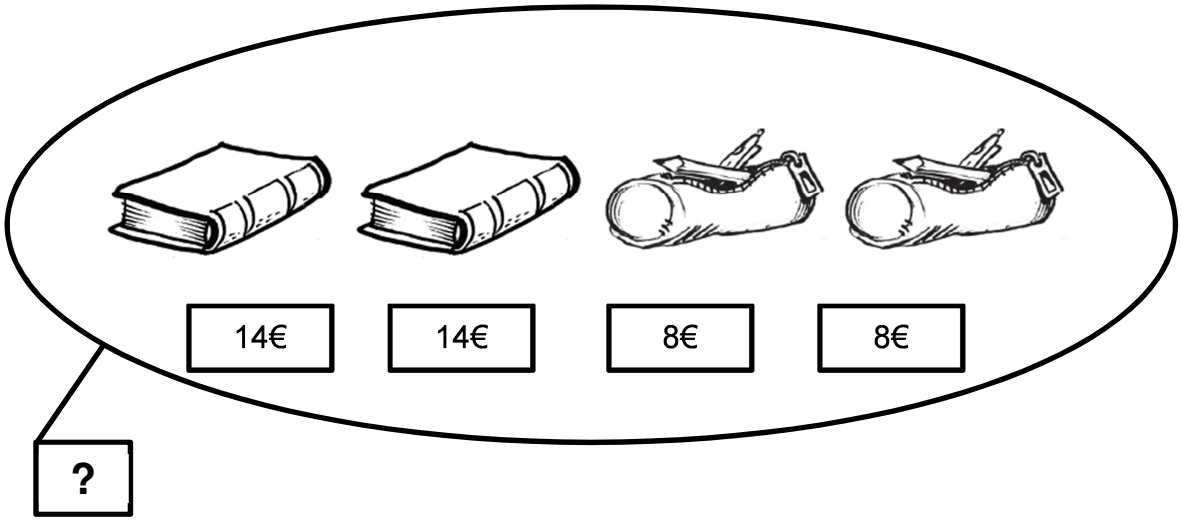
- les élèves peuvent être invités à résoudre les situations reconstituées par leur trio ou après échanges avec d'autres familles ;

- l'activité peut également se dérouler en duo. Il convient dans ce cas d'utiliser soit les cartes « énoncé » et « représentation », soit les cartes « représentation » et « opération ».

Remarque importante : les opérations proposées « collent » à la structure des énoncés. Dans certains cas, on obtient donc une opération lacunaire. Ceci peut aider certains élèves à faire le lien entre l'énoncé ou la représentation et l'opération. Par ailleurs, quand il s'agit de petits nombres, les élèves pourront aboutir à une solution en utilisant la stratégie de surcomptage comme par exemple dans la situation 3 (8 + ? = 14). Mais, dans les situations qui impliquent de plus grands nombres, cette stratégie de surcomptage ne convient plus. Un travail en amont (ou au moment de confronter les solutions) doit avoir été réalisé pour aider les élèves à passer du calcul lacunaire à l'opération canonique. Par exemple, dans la situation 4 (117 cm + ? = 168 cm), pour savoir de combien de centimètres Pierre doit encore grandir, il faut rechercher la différence de taille entre les deux enfants. L'analyse commentée de la représentation dessinée peut aider les élèves à poser l'opération « 168 cm – 117 cm = ? ».

Le jeu des familles - Situation 1

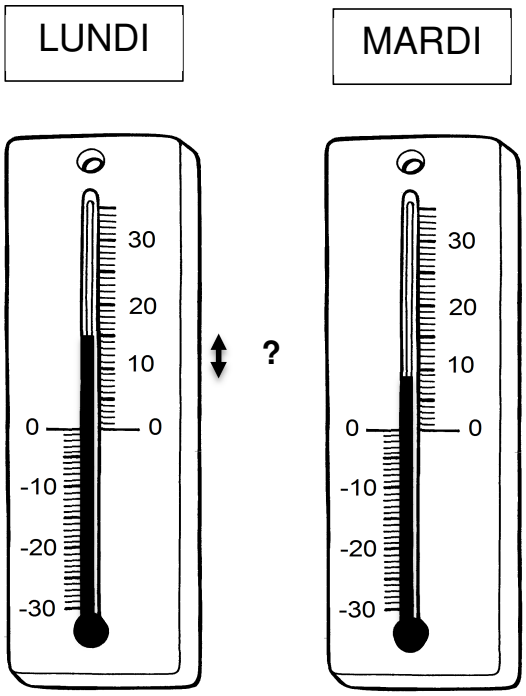
On achète 2 livres à 14 € et 2 plumiers à 8 €.
Combien va-t-on payer en tout ?



(2 X 14 €) + (2 X 8 €) = ?

Le jeu des familles - Situation 2

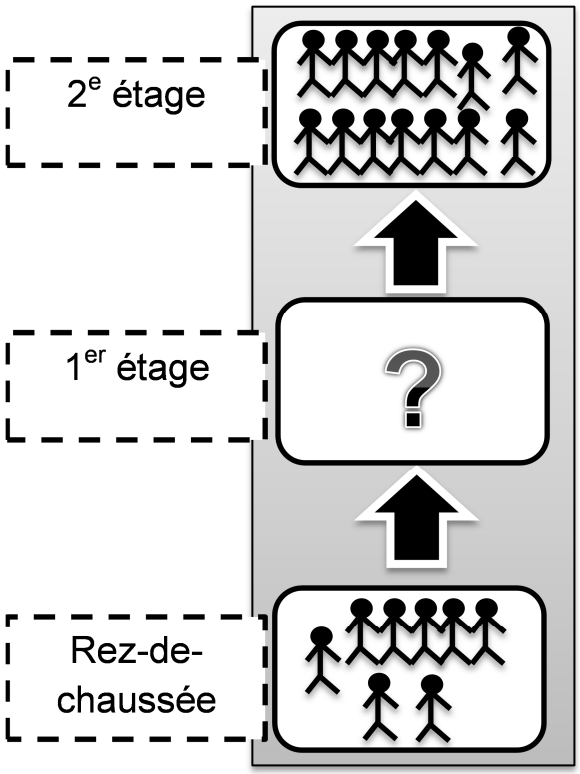
Lundi, le thermomètre indiquait 14° à midi. Mardi à la même heure, il indiquait 8°. Combien de degrés de différence y avait-il entre les deux jours ?



14 – 8 = ?

Le jeu des familles - Situation 3

L'ascenseur quitte le rez-de-chaussée avec 8 personnes. Au 1er étage, quelques personnes entrent dans l'ascenseur. Quand il arrive au 2e étage, 14 personnes se trouvent dans l'ascenseur.
Combien de personnes sont montées au 1er étage ?



8 + ? = 14

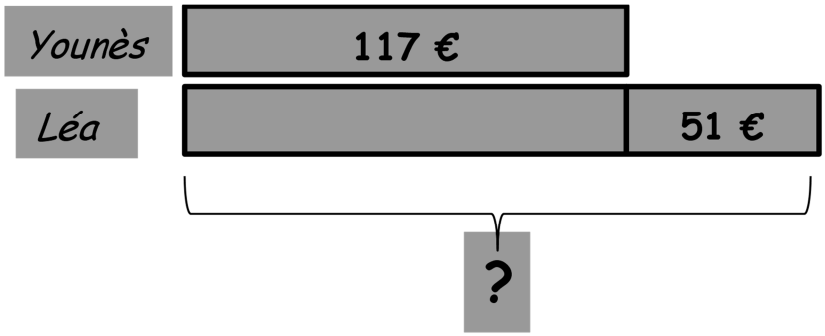
Le jeu des familles - Situation 4

Pierre a 8 ans et il mesure 117 centimètres. Son frère Tom a 15 ans et il mesure 168 centimètres. De combien de centimètres Pierre doit-il grandir pour être aussi grand que Tom ?

117 cm + ? = 168 cm

Le jeu des familles - Situation 5

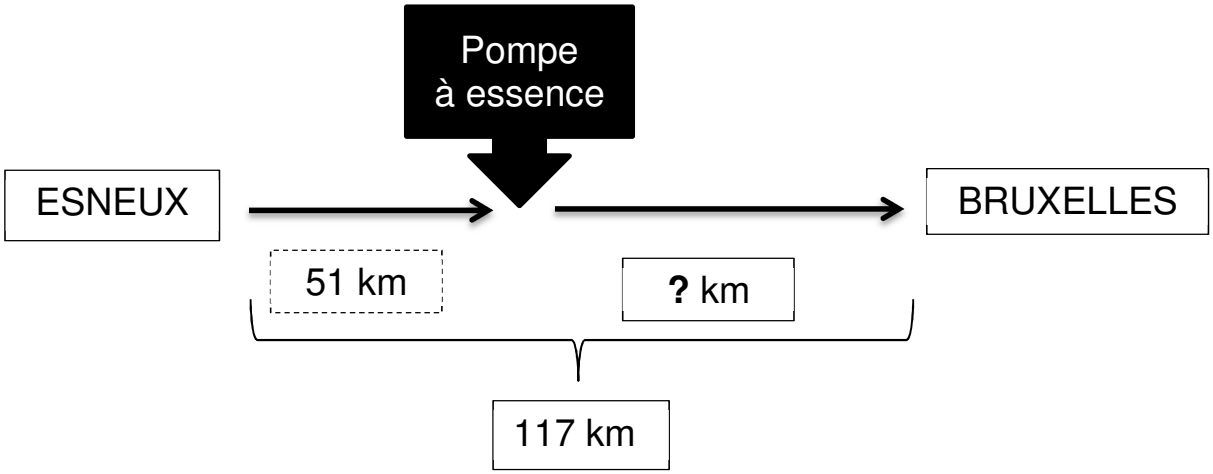
Léa et Younès cassent leur tirelire. Léa a 51 € de plus que Younès qui possède 117 €. Combien possède Léa ?



51 € + 117 € = ?

Le jeu des familles - Situation 6

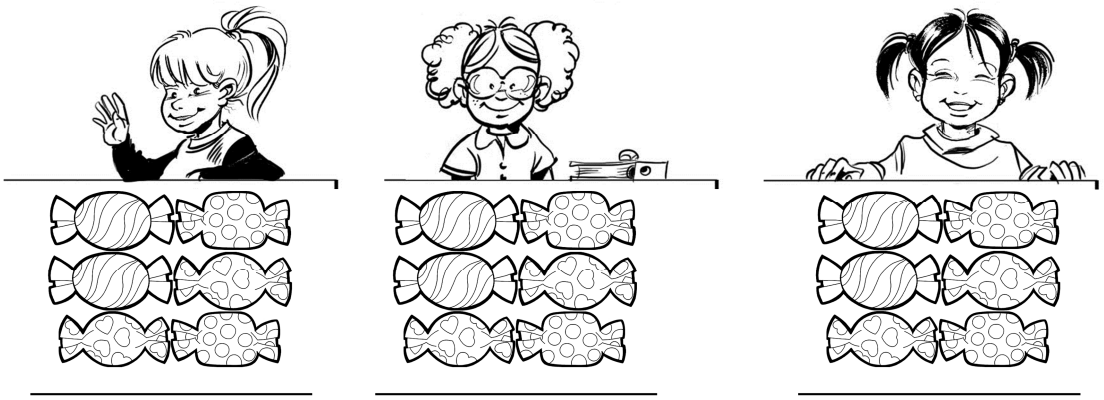
Françoise quitte le village d'Esneux pour se rendre à Bruxelles qui se trouve à 117 km. Après 51 km, elle s'arrête pour faire le plein d'essence. Combien de kilomètres lui reste-t-il à parcourir jusque Bruxelles ?

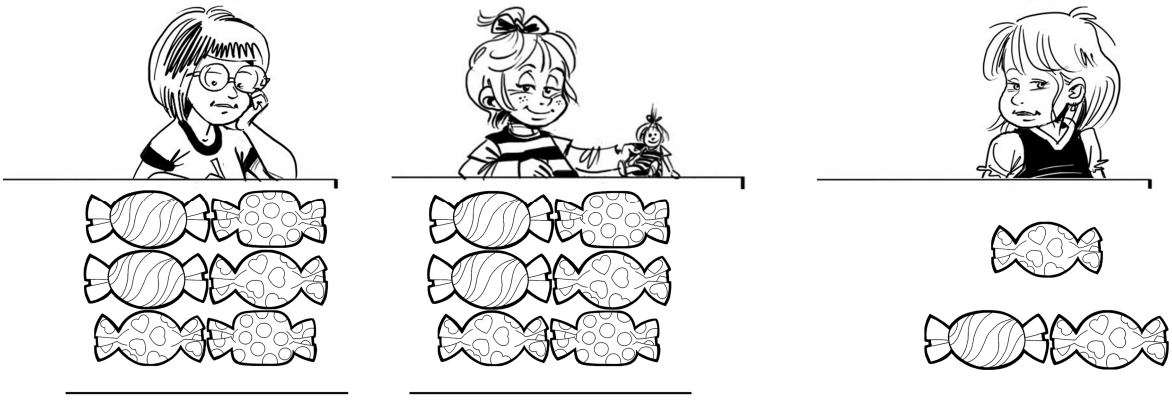


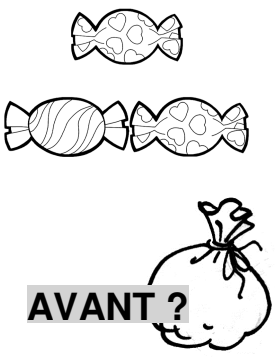
51 km + ? = 117 km

Le jeu des familles - Situation 7

Emma, 7 ans, a un paquet de bonbons. Elle donne 6 bonbons à chacune de ses 5 meilleures amies. Après la distribution, il lui reste 3 bonbons. Combien y avait-il de bonbons dans le paquet au début ?





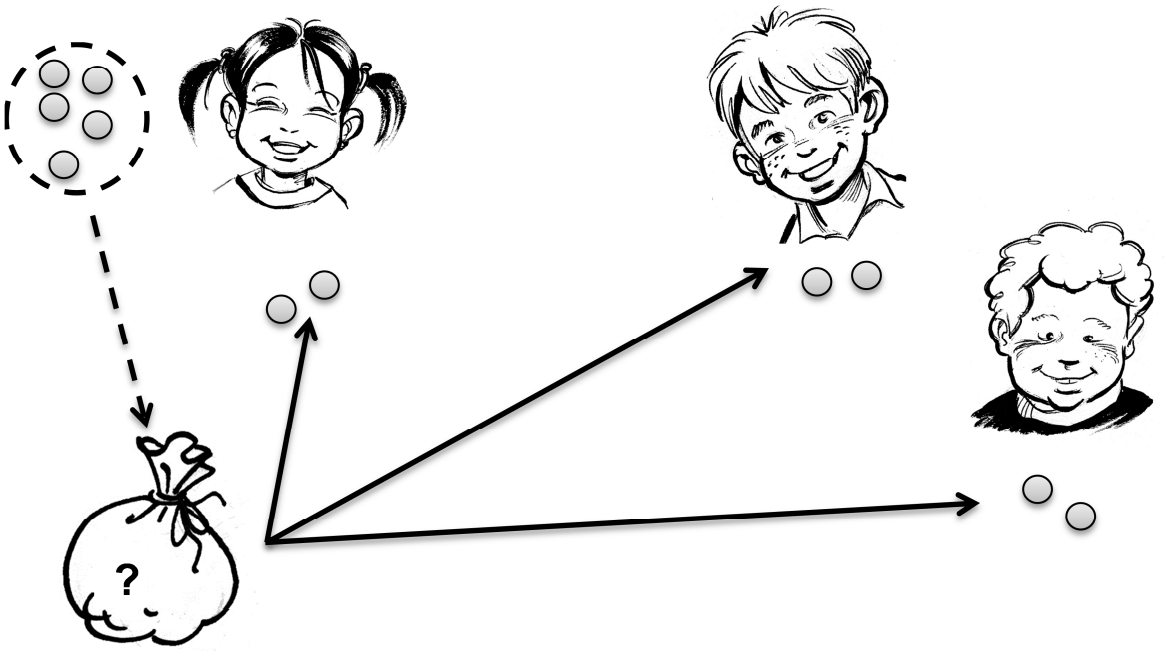


AVANT ?

(5 X 6) + 3 = ?

Le jeu des familles - Situation 8

En arrivant à l'école ce matin, Isabelle a partagé équitablement ses 6 billes avec ses amis Pierre et Tom. En jouant pendant la récréation, Isabelle a gagné 5 billes. Combien a-t-elle de billes maintenant ?



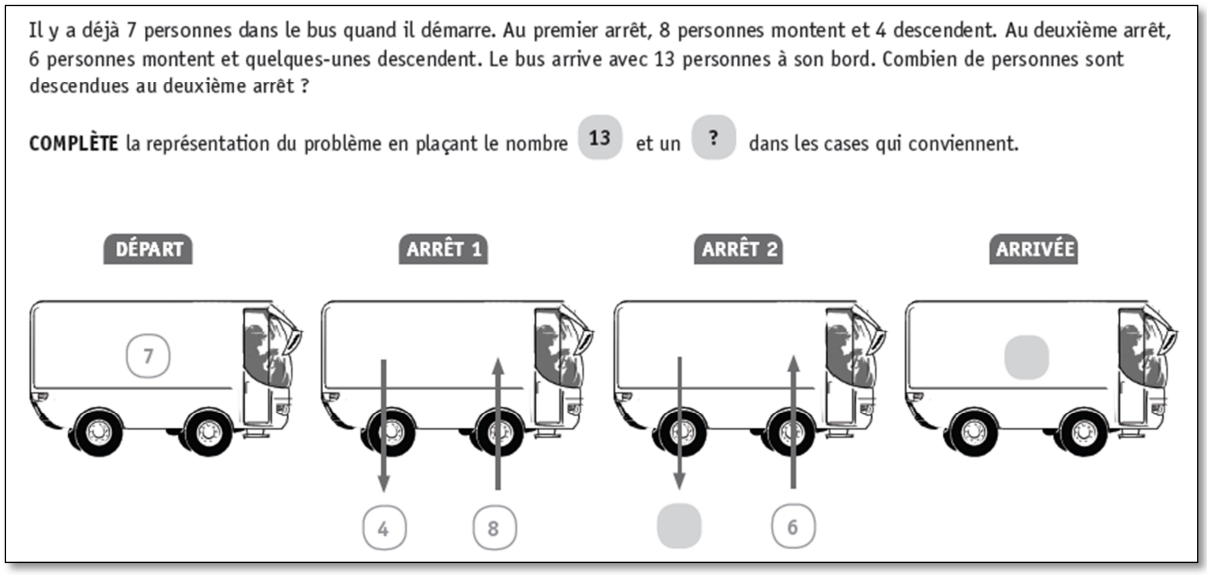
(6 : 3) + 5 = ?

6. RÉSOUDRE DES PROBLÈMES DANS LESQUELS L'INCONNUE NE SE TROUVE PAS EN SITUATION FINALE

L'importance et l'intérêt de proposer aux élèves des situations-problèmes variées ont été mis en évidence à plusieurs reprises dans ce document de pistes didactiques. La variété des situations aboutira au fait que l'élève sera régulièrement confronté à des problèmes dans lesquels l'inconnue ne se situe pas systématiquement en situation finale (après le signe « = » de l'opération correspondante). La question peut effectivement porter sur une étape intermédiaire ou sur l'état initial ce qui constitue des situations bien plus complexes pour les élèves.

6.1. Constats issus de l'épreuve et intentions

Les résultats à certains items de l'épreuve suggèrent que les situations-problèmes dans lesquelles la question ne porte pas sur la situation finale sont non seulement plus difficiles à résoudre pour les élèves, mais également plus difficiles à analyser, à comprendre, à représenter. L'item 4 illustre bien ce propos.



Il n'était pas demandé aux élèves de résoudre, mais bien de faire preuve de leur compréhension de l'énoncé en complétant la représentation dessinée. Seules deux données devaient être placées : le « 13 » (nombre de personnes à l'arrivée) et le « ? » (nombre de personnes descendues au 2^{e} arrêt). Cet item est réussi par 36% des élèves seulement.

Les élèves résolvent plus facilement : *« J'achète une blouse à 7 € et un tablier à 19 €. Combien vais-je payer ? »* (7 + 19 = ?) que :

- *« J'achète un manteau à 35 € et un bonnet. Je paie 40 € en tout. Combien coute le bonnet ?* » (35 + ? = 40).
- *« Théo avait quelques billes. Pendant la récréation, il en gagne 14. Maintenant, il en a 21. Combien de billes Théo avait-il au départ ? »* (? + 14 = 21).

Face aux problèmes impliquant des additions et des soustractions, il est courant de distinguer deux types de calculs[6] :

- les *calculs numériques*, dits aussi calculs standards, présentent toujours la réponse derrière le signe d'égalité. Ces calculs ne correspondent pas nécessairement à la structure des problèmes et peuvent donc exiger une grande abstraction qui n'est pas toujours comprise par les élèves ;

- les *calculs relationnels* correspondent à la structure de l'énoncé et peuvent prendre la forme de calculs standards (a + b = ? ou a – b = ?) ou de calculs lacunaires (a + ? = b, ? + a = b, a - ? = b, ? – a = b) selon la position de l'inconnue dans la situation-problème proposée.

Avec de jeunes élèves, il est important d'autoriser le recours aux calculs relationnels qui correspondent à la structure de l'énoncé (c'est-à-dire des calculs lacunaires lorsque l'inconnue porte sur le terme initial ou intermédiaire). Dans ce contexte, il convient d'inviter les élèves à identifier la solution, par exemple en l'entourant dans le calcul. Effectivement, il n'est pas rare que des élèves qui ont pourtant correctement effectué une opération lacunaire communiquent, comme solution du problème, la donnée qui se trouve derrière le signe d'égalité.

Autoriser les élèves à poser des opérations lacunaires les aide à résoudre les problèmes d'une part parce que l'opération posée correspond à la structure de l'énoncé et d'autre part parce que cette opération « colle » davantage aux stratégies spontanées que les élèves peuvent développer (par exemple stratégie de surcomptage).

Progressivement, et notamment quand les élèves seront amenés à travailler sur de plus grands nombres, il conviendra de prévoir des activités pour les aider à passer du calcul relationnel « ? + 49 = 65 » au calcul standard « 65 – 49 = ? ».

[6] La distinction se transfère facilement aux problèmes impliquant des multiplications et des divisions. Voir *Pistes didactiques* P2, 2008, pp. 48-51 pour plus d'informations.

6.2. Propositions d'activités

Les diverses activités proposées ci-après se basent volontairement sur des situations-problèmes qui ont été présentées précédemment dans ce document. L'analyse et la compréhension de ces situations-problèmes ayant déjà été travaillées via des activités de représentation, c'est une autre porte d'entrée qui est proposée ici, puisqu'il s'agit, au-delà de la représentation que l'élève s'est faite du problème, de choisir une démarche de résolution qui débouche sur une ou plusieurs opérations à poser et à effectuer.

La démarche concerne donc l'étape de résolution proprement dite, sur la base de l'analyse et la compréhension de la situation, suivie d'une vérification du résultat.

Traduire la situation-problème en opérations

Dans un premier temps, il s'agira de sélectionner les données nécessaires et d'identifier l'opération à effectuer (une addition, une soustraction, une multiplication, une division ou la combinaison de plusieurs opérations) pour traduire la situation-problème en langage mathématique.

Effectuer l'opération et vérifier son résultat

Enfin, il s'agira d'effectuer l'opération nécessaire, et de choisir avec pertinence le moyen de vérifier son résultat (calcul mental, calcul écrit, calculatrice, opérations inverses, propriétés des opérations, compensation, etc.).

Il ne parait pas efficace d'imposer UNE SEULE opération pour résoudre un problème dès lors que, comme nous le verrons, certaines situations peuvent être résolues de diverses manières. Cependant, il est intéressant d'apprendre aux élèves les différentes manières de procéder, afin de leur permettre de choisir ultérieurement celle qui leur parait la plus pertinente pour résoudre un problème donné.

Exemple :

Lors de l'achat d'un article de 6,00€, un client donne un billet de 20,00 €. Combien va-t-on lui rendre ?

Deux points de vue possibles :

- **Celui du client** : une soustraction qui se présentera comme suit :

20,00€ - 6,00€ = 14,00€

- **Celui du commerçant** : une addition qui se présentera comme suit :

6,00€ + 14,00€ = 20,00€ (*il dira : « 6 euros et 14 pour faire vingt »)*.

Déroulement commun aux deux activités suivantes

- **Individuellement**, une liste des problèmes est proposée aux élèves. Ils travaillent d'abord seuls, et sont invités à choisir ou inventer l'étiquette-opération correspondant à la traduction des problèmes. Dans certains cas, plusieurs étiquettes sont possibles.
- **En duos**, les élèves confrontent leurs solutions avec leur voisin. Ils constatent qu'ils n'ont pas toujours utilisé la même opération pour résoudre les problèmes proposés.
- **Avec l'ensemble de la classe**, une mise en commun est réalisée. Il est primordial de faire verbaliser le choix de « l'étiquette-réponse » et les raisons de l'écartement des autres. Cette verbalisation est effectuée pour chaque énoncé. L'argumentation peut être dirigée par l'enseignant sous la forme de question-réponse ou à l'aide d'un support du type suivant : « Tout d'abord, ensuite, après, finalement… ».
- **Enfin**, les élèves seront amenés à résoudre chaque problème.

6.2.1. Activité : Associer des étiquettes-opérations aux problèmes

Comme cela a été rappelé plus haut, certains problèmes peuvent être résolus de différentes manières. Il est cependant nécessaire de faire une distinction entre :

- les problèmes qui peuvent être traduits en différentes opérations **dont l'inconnue se situe d'emblée en situation finale**. C'est le cas, par exemple, d'une simple opération de multiplication de type « 3 x 15 = ? » qui correspond également à « 15 + 15 + 15 = ? » ;

- les problèmes qui peuvent être traduits en différentes opérations **parce que l'inconnue ne se situe pas en situation finale.** C'est le cas, par exemple, d'une opération lacunaire de type « 3 + ? = 15 » qui correspond également à l'opération « 15 - 3 = ? ». En effet, l'inconnue n'étant pas en situation finale, la résolution passe par la traduction du problème en une opération lacunaire qui, elle-même, peut être retransformée en une opération canonique.

La fiche-élève disponible à la page 75, présente des problèmes aux caractéristiques variées (variation de la place de l'inconnue, opérations simples ou à plusieurs étapes, etc.) inspirés de la banque de problèmes proposée à la page 28. En effet, il est important de ne pas enfermer les élèves dans une routine en leur présentant des séries de situations-problèmes comportant les mêmes caractéristiques. C'est grâce à la diversité des situations proposées qu'ils seront amenés à les analyser plutôt que de se lancer tête baissée dans la résolution.

Lors de cette activité, les élèves doivent associer chaque situation-problème proposée à l'opération (aux opérations) qui peut(peuvent) être utilisée(s) pour les résoudre. En effet, dans certains cas, plusieurs opérations sont admises. Une confrontation en duos ou en sous-groupes peut faire émerger le constat qu'il existe plusieurs façons de résoudre certains problèmes.

La dernière étape de l'activité est la résolution de chaque problème. Dès que l'élève sera invité à EFFECTUER l'opération, il sera confronté à l'écriture de celle-ci. Dès lors, des erreurs d'écritures mathématiques pourront être observées. Cela risque notamment d'être le cas lors de problèmes nécessitant une résolution en plusieurs étapes.

Exemple :

Théo a 15 billes. Il en perd 6 à la récréation du matin. Il en perd encore 2 à midi. Combien lui en reste-il ?

Il s'agit une situation plus complexe que les autres puisque sa résolution nécessite d'effectuer une succession d'opérations. Une analyse du problème peut être faite ensemble de manière à pouvoir exploiter les différentes réponses proposées en vue de travailler à partir des erreurs et de les corriger.

Réponses possibles d'élèves :

- $15 – 6 – 2 = 7$
- $15 – (6 + 2) = 7$

Attention, ce type de problème peut engendrer des difficultés au niveau de l'utilisation de l'égalité. Ainsi certains enfants peuvent trouver la réponse correcte mais ne pas la rédiger mathématiquement.

Exemple d'erreur possible : $15 – 6 = 9 – 2 = 7$

L'élève qui a rédigé ce calcul a compris le problème, sa chronologie et ses étapes. Cependant, les données sont traduites de manière mathématiquement erronée. Cette difficulté renvoie à la manière dont les élèves traduisent les données en opérations mais également en fonction de l'utilisation du signe « = » en terme de résultat ou d'équivalence (cf. *Socles de compétences* page 27 : *Utiliser l'égalité en terme de résultat et en terme d'équivalence*).

Pour éviter ce type d'erreur, il peut être utile d'inviter les élèves à identifier les différentes étapes, au sein d'un même problème, qui conduisent à poser et effectuer plusieurs opérations. Pour les y aider, il est possible de numéroter les étapes ou de proposer une structure à compléter de ce type.

	Écris l'opération…
1re partie	
2e partie	
Combien lui en reste-t-il ?	

6.2.2. Activité : Écrire les étiquettes-opérations

À partir d'une série de situations-problèmes (cf. fiche-élève page 76), les élèves sont invités à compléter eux-mêmes l'étiquette correspondant à la traduction de l'opération à réaliser.

Pour éviter les difficultés liées à la compréhension du problème, les situations proposées pour cette activité ont déjà été présentées aux élèves (cf. fiche-élève : « Quels problèmes ? » page 59).

À l'issue de cette activité, les élèves seront amenés à se rendre compte que plusieurs opérations identiques peuvent se rapporter à différents problèmes. De plus, certaines données sont les mêmes, mais les liens qui les unissent sont variables d'une situation à l'autre. Cette activité débouchera donc sur une discussion avec l'ensemble de la classe pour identifier ce qui est similaire et ce qui différencie chaque situation-problème et son opération.

Associer des étiquettes-opérations

1. COLORIE les étiquettes qui correspondent aux problèmes suivants.
2. COMPARE tes étiquettes avec ton voisin, puis avec ta classe.
   Qu'observez-vous ?

a) Thomas construit une tour de 9 cubes rouges. Romain construit également une tour avec 15 cubes jaunes. Ils assemblent les deux tours pour n'en faire qu'une. De combien de cubes sera-t-elle constituée ?			
9 + 15 = ?	? + 9 = 15	? – 9 = 15	? – 15 = 9

b) Arthur a commencé une collection de figurines. Il en a déjà 5. Lors de son anniversaire, ses copains lui en offrent. À la fin de la journée, il range ses figurines dans sa boite et en compte 15. Combien en a-t-il reçu ?			
5 + 15 = ?	5 x ? = 15	5 + ? = 15	15 – 5 = ?

c) Pour le cours de français, nous avons besoin de 21 dictionnaires. Lucas est chargé d'aller les chercher au fond de la classe mais il ne sait en prendre que 3 à la fois. Combien de fois va-t-il se rendre au fond de classe ?			
? x 3 = 21	3 x 21 = ?	21 : 3 = ?	21 : ? = 3

d) Il y a déjà des personnes dans le bus quand il démarre. Au premier arrêt, 4 descendent et 8 personnes montent. Au deuxième arrêt, 6 personnes descendent et 7 montent. Le bus arrive avec 13 personnes à son bord. Combien de personnes étaient dans le bus au départ ?			
13 + 7 – 6 + 8 – 4 = ?	13 – 7 + 6 – 8 + 4 = ?	13 + 4 – 8 + 6 – 7 = ?	? – 4 + 8 – 6 + 7 = 13

e) Depuis janvier, Justine collectionne des cartes de fleurs. Les cartes sont vendues en pochettes. Il y a 3 cartes dans une pochette. Justine possède 6 pochettes de cartes. Combien Justine a-t-elle de cartes en tout ?			
3 + ? = 6	3 + 6 = ?	6 – 3 = ?	3 x 6 = ?

Écrire des étiquettes-opérations

1. ÉCRIS les étiquettes qui correspondent aux problèmes suivants.
2. COMPARE tes étiquettes avec ton voisin, puis avec ta classe. Qu'observez-vous ?

PROBLÈMES	ÉTIQUETTES
a) Igor doit faire 24 km à vélo pour aller chez sa grand-mère. Il a déjà roulé 11 km. Quelle distance doit-il encore parcourir ?	
b) Karim avait 29 billes au début de la récréation. Après la récréation, il ne lui en reste que 13. Combien de billes a-t-il perdues ?	
c) Chloé a 24 billes et Jean en a 11. Combien Chloé a-t-elle de billes en plus ?	
d) Papa a 29 ans et mon cousin Lucien a 13 ans de moins. Quel âge a Lucien ?	
e) Cyril compte ses petites voitures sur son étagère. Sur la première planche, il en compte 24 et sur la deuxième, il en compte 11. Combien de petites voitures possède-t-il ?	
f) Laura avait 29 € pour aller sur la foire. Elle a déjà dépensé 13 € pour 4 attractions. Combien lui reste-t-il pour la fin de l'après-midi ?	
g) Jules, le fermier élève des lapins. Aujourd'hui, 13 lapins se sont enfuis. Il en avait 29 au départ. Combien lui en reste-t-il ?	

6.2.3. Activité : L'anniversaire de Frédéric

Les élèves sont invités à résoudre la situation suivante.

Aujourd'hui, c'est l'anniversaire de Frédéric. Paul et Marie décident de lui offrir une enveloppe de cartes. Paul dépose 20 cartes dans l'enveloppe, et Marie en dépose aussi. Il y a maintenant 32 cartes dans l'enveloppe. Combien de cartes Marie a-t-elle déposées dans l'enveloppe ?

<u>Déroulement de l'activité</u>

1. Recherche individuelle suivie d'une confrontation avec un pair.
2. Les enfants font des hypothèses par rapport à la question posée et élaborent des procédures personnelles de résolution.

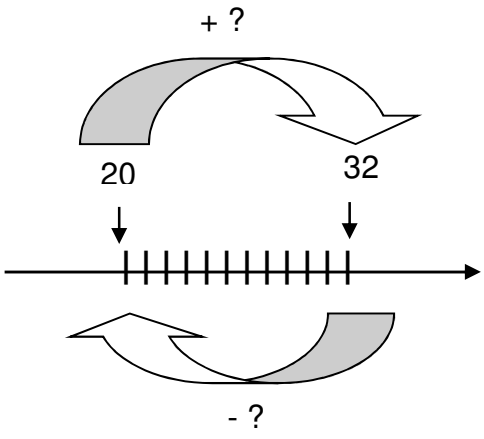
   Pour résoudre cette situation, certains élèves utiliseront une addition à trou : « 20 + ? = 32 » qui correspond exactement à la situation. D'autres auront eu recours à la soustraction comme procédure pour retrouver le nombre de départ, à savoir : « 32 – 20 = ? ».

3. Mise en commun avec l'ensemble de la classe et verbalisation.

   L'enseignant invite les élèves à expliquer leur démarche et les procédures utilisées. Il leur demande aussi d'expliquer avec leurs propres mots ce qu'ils ont fait : « Pour trouver combien de cartes Marie a donné, il faut retirer les 20 de Paul aux 32 cartes. »

   L'enseignant demandera : « Comment faire pour vérifier si les réponses que nous avons trouvées sont correctes ? »

   Il est important d'insister sur la vérification des résultats. Ils seront validés par l'addition dans le cas de la soustraction, et par la soustraction dans le cas de l'addition. Il n'est pas interdit de penser que pour certains élèves, le recours à la droite graduée sera une aide précieuse comme support pour calculer.



L'expérience montre que, dans ce type de situation, les élèves qui ont réussi à résoudre l'équation sont nombreux à citer la réponse qui se trouve derrière le signe « = » comme solution du problème. D'où l'importance d'un travail sur la communication de la solution et la verbalisation de ses démarches et de sa compréhension. *« Dans l'opération 20 + ? = 32, à quoi correspond le 20 ? Et le 32 ?... »*.

4. Exploitation de la situation

Suite à la résolution du problème, les élèves reçoivent la fiche-élève « L'anniversaire de Frédéric » (cf. page 79). Celle-ci propose de jouer sur la variation des nombres et de la place de l'inconnue à partir de la situation-problème de départ. Ces variations permettront de vérifier la bonne compréhension de la situation-problème par les élèves.

La construction d'un tableau avec les élèves (cf. exercice 3 de la fiche-élève page 80), au départ des situations rencontrées pendant l'activité, constituera le support de référence des problèmes du type « a + b = c ».

Elle deviendra ainsi un modèle de synthèse qui pourra être réutilisée pour d'autres structures de problèmes.

Pour aller plus loin, l'enseignant pourra également jouer sur la variation du contexte et de la structure du problème.

L'anniversaire de Frédéric

Voici un problème que tu viens de résoudre en classe.

Aujourd'hui, c'est l'anniversaire de Frédéric. Paul et Marie décident de lui offrir une enveloppe de cartes. Paul dépose 20 cartes dans l'enveloppe et Marie en dépose aussi. Il y a maintenant 32 cartes dans l'enveloppe. Combien de cartes Marie a-t-elle déposées dans l'enveloppe ?

1. ENTOURE dans l'opération ce qui devrait changer si…

Paul avait donné 25 cartes.	20 + ? = 32
dans l'enveloppe, il y avait 40 cartes.	20 + ? = 32
Marie avait donné 15 cartes.	20 + ? = 32

2. COMPLÈTE les tableaux suivants.

a) Combien de cartes Marie devrait-t-elle déposer dans l'enveloppe si, au lieu de 20 cartes, Paul en déposait …

	ÉCRIS ton opération et ta réponse
18 cartes ?	
24 cartes ?	
15 cartes ?	
. . . cartes ? (INVENTE)	

b) Combien de cartes Paul devrait-il déposer, si Marie en dépose 12, et qu'à la fin, dans l'enveloppe, il y en a...

	ÉCRIS ton opération et ta réponse
36 cartes ?	
38 cartes ?	
56 cartes ?	
. . . cartes ? (INVENTE)	

L'anniversaire de Frédéric
(suite)

c) Combien de cartes Frédéric recevrait-il, si Paul dépose 20 cartes et que Marie en dépose…

	ÉCRIS ton opération et ta réponse
18 cartes ?	
20 cartes ?	
6 cartes ?	
. . . cartes ? (INVENTE)	

3. COMPLÈTE le tableau suivant.

CARTES DE PAUL	CARTES DE MARIE	CARTES DANS L'ENVELOPPE	Opération
20	?	32	… + ☐ = …
18	?	32	… + ☐ = …
?	15	32	☐ + … = …
20	18	?	… + … = ☐

RESSOURCES ET BIBLIOGRAPHIE

Rallye mathématique transalpin (RMT). Section francophone belge.
http://rmt.crem.be/index.html

Pistes didactiques 2008. Evaluation externe non certificative en mathématiques. 2e année primaire.
http://www.enseignement.be/index.php?page=25102&navi=3207

Fagnant, A., Demonty, I., Hindryckx, G. (2004). *Résoudre des problèmes : pas de problème !* 5/8 ans. Math & Sens. Bruxelles : De Boeck

Demonty, I., Fagnant, A., Lejong, M. (2008). *Résoudre des problèmes : pas de problème !* 8/10 ans. Math & Sens. Bruxelles : De Boeck

Fagnant, A. & Burton, R. (2009). *Développement de compétences et résolution de problèmes en mathématiques à l'école primaire : pratiques déclarées des enseignants et pratiques projetées des futurs enseignants*. *Scientia Paedagogica Experimentalis*, XLVI(2).

Van Nieuwenhoven, C., De Vriendt, S. (2012). *L'enfant en difficulté d'apprentissage en mathématiques : Pistes de diagnostic et supports d'intervention*. Bruxelles : De Boeck & Solal.

Verschaffel, L., Greer, B., De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swet & Zeitlinger.

p3

Fédération Wallonie-Bruxelles / Ministère
Administration générale de l'Enseignement
Service général du Pilotage du Système éducatif
Boulevard du Jardin Botanique, 20-22 – 1000 Bruxelles
www.fw-b.be – 0800 20 000

Graphisme : charlotte.alexandre@cfwb.be
Mai 2015

Le Médiateur de la Wallonie et de la Fédération Wallonie-Bruxelles
Rue Lucien Namèche, 54 – 5000 NAMUR
0800 19 199
courrier@mediateurcf.be
Éditeur responsable : Jean-Pierre HUBIN, Administrateur général
La « Fédération Wallonie-Bruxelles » est l'appellation désignant usuellement la « Communauté française »
visée à l'article 2 de la Constitution