FÉDÉRATION WALLONIE-BRUXELLES
ENSEIGNEMENT.BE

ÉVALUATION EXTERNE NON CERTIFICATIVE 2017

MATHÉMATIQUES

PISTES DIDACTIQUES

4e ANNÉE DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE

TRANSITION
Général, technique et artistique

Table des matières

Ce document de **Pistes didactiques** a été élaboré par le groupe de travail chargé de la conception de l'évaluation externe non certificative en mathématiques pour la 4e secondaire (enseignement de transition) **:**

ANNOYE Marc, inspecteur ;

CAMBIER Christophe, conseiller pédagogique ;

FLAS Eddy, professeur ;

GILLET Catherine, professeure ;

HAUSMANN Sabine, conseillère pédagogique ;

HUIN Fabrice, conseiller pédagogique ;

JACQUES Fabien, Inspecteur ;

JORIS Stéphan, conseiller pédagogique ;

LOOZE Annick, conseillère pédagogique ;

MAIRIEN PARDIEU Micheline, professeure ;

MIDAVAINE Rita, inspectrice ;

VANHAM Fabienne, inspectrice ;

JAMIN Virginie, chercheuse au Service d'analyse des Systèmes et des Pratiques d'enseignement de l'ULiège jusqu'au 31/08/17 ;

DEMONTY Isabelle, chercheuse au Service d'analyse des Systèmes et des Pratiques d'enseignement de l'ULiège à partir du 01/09/17 ;

KROEMMER Léopold, chargé de mission à la Direction générale du Pilotage du Système éducatif.

INTRODUCTION

Ce document fait suite aux résultats de l'évaluation externe en mathématiques menée en octobre 2017 dans les classes de 4e secondaire (enseignement de transition). Cette évaluation avait une visée essentiellement diagnostique et formative. Il s'agissait en effet d'établir un bilan de l'acquisition de certaines compétences en mathématiques et de déceler celles qui sont moins bien maitrisées et qui devraient faire l'objet d'une attention particulière. C'est sur base des constats présentés dans le document « Résultats et commentaires » que ce recueil de pistes didactiques a été élaboré. Y sont proposées des activités concrètes et des ressources didactiques relatives à certains aspects qui ont été pointés comme posant problème à de nombreux élèves.

Le document se présente en trois parties.

La première partie, ***Valeur approchée – valeur exacte***, est consacrée à une réflexion suscitant **la prise de conscience, par les élèves de l'intérêt du passage à une écriture algébrique ou analytique pour identifier une valeur exacte** que ce soit dans un exercice purement mathématique (analyse d'une fonction) ou dans la résolution de problèmes pouvant se modéliser à l'aide d'une équation. Les activités sont tantôt destinées aux élèves de 3e secondaire, tantôt à ceux de 4e secondaire. Certaines d'entre elles reprennent des **contextes déjà travaillés en 2e secondaire** (notamment la mise en équation de problèmes et la généralisation d'une suite de nombres), dans le but de proposer aux élèves des contextes en continuité avec les apprentissages réalisés au début de l'enseignement secondaire.

La deuxième partie, ***Parcours de l'analyse***, propose une réflexion sur la **continuité des apprentissages de la 3e secondaire à la 6e secondaire dans le domaine de l'analyse**. Elle débute par une mise en perspective des apprentissages concernant les fonctions à développer durant ces trois années secondaires. Par la suite, au départ de l'analyse de quelques questions de l'épreuve particulièrement moins bien réussies, elle propose des activités à exploiter tantôt en 3e secondaire, tantôt en 4e secondaire, en abordant plusieurs thèmes pour lesquelles une articulation des apprentissages de 3e et 4e secondaire est particulièrement intéressante :

- Associer représentations graphiques et expressions analytiques
- Tracer/esquisser le graphique d'une fonction répondant à plusieurs conditions
- Déterminer l'expression analytique d'une fonction
- Du taux d'accroissement (taux de variation) au nombre dérivé
- Vers le tableau de signes

La troisième partie, ***Articulation des différents registres,*** propose une série d'activités amenant les élèves à **mieux percevoir les liens entre les différentes présentations des fonctions du premier degré**. Elle s'adresse en ce sens plus spécifiquement aux enseignants de 3e secondaire. Cette partie reprend, en partie certaines considérations développées dans la partie 2, en appréhendant notamment de manière plus systématique, le taux d'accroissement et l'ordonnée à l'origine des fonctions du premier degré. Vous trouverez ainsi dans cette deuxième partie, d'autres idées pour exploiter ces notions particulièrement difficiles pour les élèves, au vu des résultats de l'épreuve. Quelques activités permettent de prolonger cette réflexion dans le cadre de l'étude des fonctions du deuxième degré : elles se destinent donc aux élèves de 4e secondaire.

L'épreuve ayant été soumise en début de 4e secondaire, de nombreuses pistes sont plutôt destinées aux élèves de 3e secondaire ; d'autres conviennent davantage aux élèves de 4e secondaire.

La philosophie des fiches permet généralement leur adaptation à tous les niveaux d'études du secondaire.

PARTIE 1

VALEUR APPROCHÉE – VALEUR EXACTE : COMPRENDRE L'IMPORTANCE DU RECOURS À L'ALGÈBRE POUR DÉTERMINER UNE VALEUR EXACTE

1.1 LES CONSTATS ISSUS DE L'ÉPREUVE

Plusieurs questions de l'épreuve amenaient les élèves à recourir à une écriture algébrique en vue de trouver une réponse exacte à un problème posé. Parmi ces questions, certaines autorisaient une prise d'informations sur un graphique (questions 8, 10 et 11) alors que d'autres sollicitaient plus directement un passage à l'expression algébrique (questions 16, 25 et 26).

D'une manière générale, une analyse des réponses fournies par les élèves à ces questions nous amène à constater qu'ils ont tendance à peu mobiliser l'algèbre lorsqu'elle pourrait pourtant grandement leur faciliter la tâche. Comment expliquer cette tendance ? Deux arguments au moins peuvent être avancés : d'une part, certains n'ont sans doute pas pleinement conscience de la puissance de l'algèbre pour obtenir une réponse exacte à une question impliquant des fonctions et, d'autre part, bon nombre d'élèves éprouvent encore des difficultés à passer du langage courant au langage algébrique.

1) La puissance de l'algèbre pour obtenir une réponse précise à une question impliquant les fonctions

En troisième secondaire, conformément à l'unité d'acquis d'apprentissage relative aux fonctions, les élèves ont développé la capacité à rechercher des informations à partir d'une représentation graphique. Sans sous-estimer l'intérêt de cette entrée dans les fonctions par les graphiques, un certain nombre d'élèves risquent de penser que le graphique est un moyen efficace pour déterminer rapidement une réponse précise à un problème posé et dès lors ne pas comprendre pleinement l'intérêt du recours à l'expression analytique des fonctions.

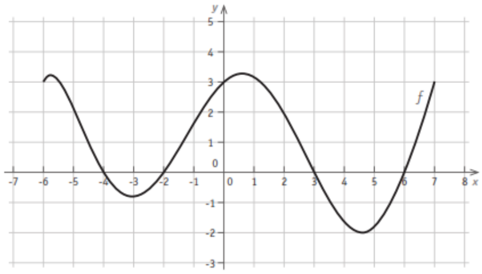
Illustrons cette idée au départ des quatre questions suivantes apparaissant dans l'épreuve soumise au mois de novembre.

- Dans les questions 8, 10 et 11, les élèves peuvent penser que des informations précises peuvent directement être déterminées à partir de l'exploitation du graphique. En d'autres termes, il y a un contrat didactique implicite derrière ce questionnement qui consiste à accepter l'idée qu'une réponse précise peut être obtenue au départ d'une analyse graphique.
- A l'inverse, dans la question 16, l'intention était de fournir le graphique aux élèves afin qu'ils puissent estimer la réponse à la question posée puis la préciser en utilisant cette fois les expressions analytiques des deux fonctions. Un nombre non négligeable d'élèves n'ont pas réalisé un tel traitement de l'information et s'en sont tenus à une lecture directe de l'information demandée sur le graphique.

Il nous semble important de prendre le temps d'amener les élèves à se questionner sur ce contrat didactique, car l'ignorer peut être source d'incompréhension. Ainsi, mettre en évidence à certaines occasions les inconvénients que présente la seule référence au graphique, peut aider les élèves à mieux percevoir la puissance de l'outil algébrique. L'algèbre permet non seulement d'obtenir des réponses précises, mais aussi de mettre en évidence l'unicité ou la multiplicité des solutions à une question posée et d'aller au-delà du cadre parfois restreint affiché par le graphique (qui ne présente qu'une partie du domaine de définition de la fonction).

QUESTION 8

À partir du graphique de la fonction f dont le domaine est $[-6\ ;\ 7]$,



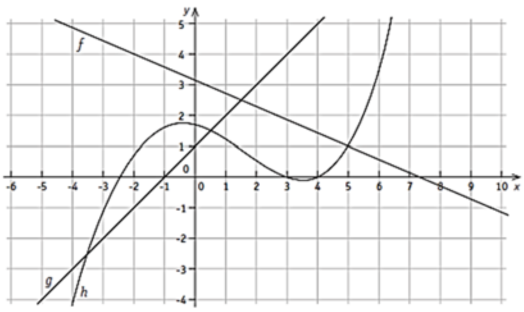
COMPLÈTE le tableau de signes de cette fonction.

8

x	-6		-4		-2		3		6		7
$f(x)$											

QUESTION 10

Voici la représentation graphique des fonctions f et g et h.



D'après la lecture de ce graphique, **COCHE** la seule réponse correcte pour chacune des questions suivantes :

a) Quelles sont les coordonnées du point d'intersection des graphiques des fonctions f et g ? 10a

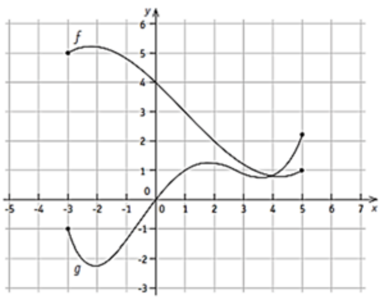
- ☐ $\left(\frac{5}{2}\ ;\ \frac{3}{2}\right)$
- ☐ $\left(\frac{3}{2}\ ;\ \frac{5}{2}\right)$
- ☐ $\left(\frac{5}{2}\ ;\ \frac{1}{2}\right)$
- ☐ $\left(\frac{3}{2}\ ;\ \frac{1}{2}\right)$

b) À partir de quelle valeur de x, peut-on affirmer que $f(x) \leq h(x)$? 10b

- ☐ $\frac{1}{2}$
- ☐ 1
- ☐ 5
- ☐ 3

QUESTION 11

Sur le graphique ci-dessous, les fonctions f et g sont représentées.



D'après la lecture de ce graphique, **DÉTERMINE** toutes les valeurs de x pour lesquelles :

a) $f(x) = g(x)$ 11a

Cette égalité est vraie lorsque x = ______

b) $f(x) \geq g(x)$ 11b

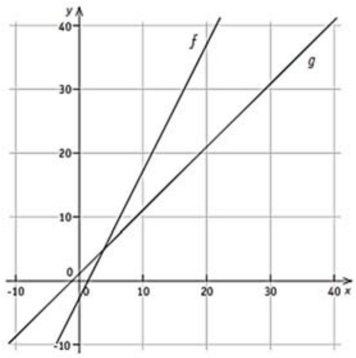
Cette inégalité est vraie lorsque x appartient à l'intervalle ______________

c) $f(x) - g(x) = 2$ 11c

Cette égalité est vraie lorsque x = ______

QUESTION 16

Voici les représentations graphiques de fonctions du premier degré : $f(x) = 2x - 3$ et $g(x) = x + 1$.



CALCULE la valeur **exacte** des coordonnées du point d'intersection des graphiques des fonctions. 16

Laisse apparaître ta démarche.

2) Les difficultés à passer du langage courant au langage algébrique

Une des raisons évoquées pour expliquer les difficultés des élèves à mettre un problème en équation est liée au fait que les problèmes exploités en classe peuvent souvent être résolus sans passer par l'algèbre. Si travailler sur des énoncés simples est confortable pour amener les élèves à comprendre certains mécanismes de résolution algébrique, cela ne permet pas à l'élève de comprendre l'intérêt de l'algèbre pour trouver la réponse à ces problèmes. Quelles sont dès lors les caractéristiques des problèmes nécessitant un passage par l'algèbre ? Il n'est en réalité pas si facile de répondre à cette question.

Dans le domaine de la résolution proprement dite d'équations du premier degré à une inconnue, Filloy et Rojano (1989, cités par Radford, 2002[1]) font état des difficultés importantes rencontrées par les élèves lorsqu'il s'agit de résoudre des équations de la forme « ax + b = cx + d ». Le fait de devoir réaliser des opérations sur des nombres inconnus représente un obstacle important pour bon nombre d'élèves dans la mesure où aborder ce type d'équations dans une logique arithmétique s'avère souvent complexe. Dans cette optique, travailler sur des problèmes pouvant se modéliser sous cette forme serait intéressant pour amener les élèves à comprendre pleinement l'intérêt de la démarche algébrique de résolution.

Toutefois, ce lien entre structure du problème et démarche de résolution privilégiée est actuellement remis en question (Filloy, Rojano et Puig ; 2008[2]). En effet, Bednarz et Janvier (2001)[3] constatent que, dans de nombreux problèmes aboutissant à une équation de la forme « ax + b = cx + d », si certaines données sont inconnues, les relations qui unissent ces données sont en revanche connues, autorisant la mise en œuvre de stratégies arithmétiques très efficaces qui ne s'appuient que sur ces relations connues. Illustrons cette idée au départ de la question 26.

QUESTION 26

Pour organiser un voyage scolaire en car, les élèves d'une classe de 4e année se renseignent auprès de deux agences de transport concurrentes. Chacune propose un tarif en deux parties : une prise en charge fixe et un prix par kilomètre parcouru.

Voici le tableau synthèse que les élèves ont construit :

Agence *Tour du Monde*	Agence *Proxi Voyage*
Prise en charge : 50 €	Prise en charge : 20 €
Prix au km parcouru : 2,50 €	Prix au km parcouru : 3 €

RÉPONDS aux questions suivantes.

a) Au-delà de combien de kilomètres parcourus, l'agence *Tour du Monde* est-elle plus avantageuse que l'agence *Proxi Voyage* ?

La mise en équation de ce problème aboutit à l'équation suivante, où l'inconnue x – correspondant au nombre de km parcourus - apparait dans les deux membres de l'égalité :

$$50 + 2{,}50x = 20 + 3x$$

Résoudre rapidement ce problème par l'arithmétique est pourtant tout à fait possible. En effet, si les prix à payer dans chaque agence sont inconnus, les relations unissant ces prix (30 euros de différence

[1] Radford, L. (2002). On heroes and the collapse of narratives: a contribution to the study of symbolic thinking. Proceedings of the 16th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME 26, Anne D. Cockburn and Elena Nardi (eds.), Vol. 4, pp. 81-88.

[2] Filloy, E., Rojano, T., & Puig, L. (2008). *Educational Algebra. A Theoretical and Empirical Approach*. New York: Springer.

[3] Bednarz, N. & Janvier, B. (2001). Emergence and development of algebra as a problem-solving tool: continuities and discontinuities with arithmetic. In N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (Eds.). *Approaches to Algebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 115-136).

pour la prise en charge et 50 cents de différence par km parcouru) sont en revanche connues. Dès lors, l'écart séparant les prix liés à la prise en charge (30 euros) sera compensé par les 50 centimes que l'on gagnera sur le prix à payer pour chaque km parcouru. Cela sera le cas après 60 km car :

$$60 \times 0{,}5 = 30.$$

Cette démarche est arithmétique dans la mesure où elle n'implique pas d'opérations sur des quantités indéterminées et qu'elle considère le signe d'égalité comme une simple amorce d'un résultat.

Kieran (2007)[4] fait également état de recherches mettant en évidence des stratégies mixtes d'élèves débutant en algèbre qui consistent à modéliser le problème sous la forme d'une équation, puis à résoudre l'équation posée par une démarche arithmétique (à l'aide de stratégies d'essais-erreurs, notamment).

Si certains problèmes sont assurément plus difficiles à résoudre par l'arithmétique que d'autres, dans la plupart des énoncés impliquant des équations du premier degré, la démarche algébrique n'est pas incontournable. Et pourtant cette démarche algébrique est assez éloignée de la démarche arithmétique. Mais qu'implique-t-elle réellement ?

Selon Duval (2002)[5], les démarches nécessaires pour parvenir à passer d'un énoncé écrit en mots à sa modélisation sous la forme d'une équation, les obstacles à surmonter pour mettre un problème « complexe » en équation sont de deux ordres :

- tout d'abord la *redésignation fonctionnelle d'objets*, consistant à choisir une inconnue et à exprimer les objets évoqués dans l'énoncé en fonction de cette inconnue. Si cette démarche est souvent évidente pour des personnes qui maitrisent bien le langage algébrique, c'est loin d'être le cas pour les élèves n'ayant pas une telle aisance ;

  Par exemple, dans l'exercice de la question 26, il y a en réalité trois inconnues : le nombre de km parcourus, le prix à payer dans l'agence « Tour du monde » et le prix à payer dans l'agence « Proxy voyage ». Pour mettre en équation ce problème, il s'agit donc d'exprimer deux de ces inconnues en fonction de la troisième. Dans ce cas, le plus simple est de redésigner de manière fonctionnelle les objets « prix à payer dans chaque agence » à l'aide d'une seule et même inconnue : le nombre de km parcourus.

- et ensuite, l'*explicitation d'une relation d'équivalence*, qui amène à établir une équivalence entre des quantités connues et inconnues, exprimées sous la forme d'expressions algébriques.

  Dans l'exercice de la question 26, il s'agit de constater que, pour qu'une agence soit plus intéressante que l'autre, il suffit de déterminer le cas où les prix à payer dans chaque agence seront égaux.

Cette analyse des exigences du raisonnement sous-jacent à la mise en équation rappelle que l'algèbre est bien loin d'une simple généralisation d'un processus arithmétique ou d'une traduction directe d'un énoncé écrit en mots sous la forme d'une équation. C'est au contraire avant tout un mécanisme permettant de transcrire, à l'aide d'une seule quantité indéterminée, certaines relations unissant des quantités (connues ou inconnues) évoquées dans la situation. En tant que mathématiciens, nous avons

---

[4] Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra in the middle school through college levels: building meaning for symbols and their manipulation. In F.K Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp. 707-762). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

[5] Duval, R. (2002). L'apprentissage de l'algèbre et le problème cognitif de la désignation des objets. *Actes du séminaire Franco-italien sur l'enseignement de l'algèbre*. Irem de Nice.

tellement intégré ces mécanismes de passage du langage courant au langage algébrique, qu'il nous est parfois difficile de comprendre réellement les difficultés que cela pose aux élèves qui sont bien plus à l'aise avec l'arithmétique.

Ces quelques recherches confirment que le passage de l'énoncé exprimé en français à son écriture algébrique est une compétence difficile à faire acquérir. Non seulement les élèves ne maitrisent pas en profondeur les démarches nécessaires pour réaliser un tel traitement de l'énoncé mais en plus ils ont une aisance arithmétique parfois très développée qui fait écran au développement de leurs compétences algébriques.

1.2 INTENTIONS ET COMMENTAIRES

En référence à l'analyse présentée ci-avant, les activités présentées dans cette section s'organisent autour de deux grand thèmes : la prise de conscience des limites du graphique et des potentialités des expressions analytiques des fonctions pour identifier une réponse précise à un problème d'une part et la modélisation d'énoncés exprimés en langage courant sous une forme algébrique d'autre part. Ce second thème a été développé en partie dans les pistes didactiques de 2014. Nous conseillons donc le lecteur à se référer plus particulièrement aux pages 17 à 23 pour d'autres idées d'activités.

1.3 ACTIVITÉS

- ***Activités centrées sur la prise de conscience des limites du graphique et des potentialités des expressions analytiques pour identifier une réponse précise à un problème (Fiches 1 et 2)***

  Ces activités sont organisées autour de deux fiches qui permettent de mettre en évidence les limites des représentations graphiques dans différentes situations. La première activité permet d'introduire le sujet et de susciter le débat en classe et la seconde envisage d'autres situations où le passage à l'expression analytique s'avère incontournable : soit parce que l'échelle utilisée pour réaliser le graphique ne permet pas de déterminer une valeur exacte (exercices 1 et 2) soit parce que le point d'intersection des fonctions est à l'extérieur du graphique (exercice 3).

  Activité 1 (Fiche 1)

  Le but de cette activité est de comparer deux manières de résoudre un problème impliquant des fonctions : par l'analyse graphique d'une part et par l'approche analytique d'autre part. Pour cela, les élèves sont amenés à discuter de démarches proposées par deux élèves, Xavier et Medhi. Les questions à propos du caractère correct, facile et rapide des résolutions de Xavier et Medhi doivent faire l'objet d'une discussion collective après que les élèves y ont réfléchi individuellement ou en petits groupes.

  Par la suite, cette activité amène à s'interroger sur l'efficacité de ces démarches dans d'autres situations. L'objectif est alors de discuter au départ des productions des élèves.

  Cette activité donne aussi l'occasion d'entraîner les compétences transversales « communiquer » et « argumenter » en faisant appel à la verbalisation écrite (individuelle ou en sous-groupes) puis orale (débat au sein de la classe) pour analyser les avantages et les inconvénients des différentes méthodes.

  Activité 2 (Fiche 2)

  Lors de cette activité dont le but est la recherche de l'intersection de deux graphiques de fonctions du premier degré, les données sont telles que la démarche algébrique est le moyen le plus efficace d'obtenir une réponse précise. C'est le cas dans la question 1 (fonction du premier degré) et la question 2 (fonctions du 1e et du 2e degré) où le choix de l'échelle sur le graphique rend la détermination de la réponse par mesure graphique difficile. C'est également le cas dans la question 3 où le graphique ne montre pas le point d'intersection des deux fonctions.

- ***Activités centrées sur la modélisation d'énoncés exprimés en langage courant sous une forme algébrique (fiches 3 à 7)***

Différents contextes sont proposés pour exploiter plus précisément la modélisation algébrique d'énoncés. Certains s'ancrent dans des activités réalisées depuis l'école primaire (Fiches 3 et 4). D'autres concernent davantage des activités réalisées au début de l'enseignement secondaire (fiches 5 et 6) : suites arithmétiques et travail sur des suites de nombres consécutifs. Une autre (fiche 7) vise à établir des liens entre les énoncés en mots incomplets et leur symbolisation algébrique et permet ainsi de travailler des aspects plus spécifiques de la symbolisation algébrique.

Activité 3 (Fiches 3 et 4)

La fiche 3 s'organise autour de pyramides de nombres à compléter. Si la première pyramide peut être résolue sans passer par l'algèbre, la seconde est beaucoup plus complexe à résoudre : pour y parvenir, il est beaucoup plus rapide de noter x la valeur qui doit remplacer le point d'interrogation et de remplir les cases en utilisant cette lettre pour obtenir l'équation finale qui fournit la solution.

La fiche 4 a pour but d'entraîner les élèves à utiliser l'algèbre pour résoudre un problème. Elle permet aussi, lors d'une discussion ultérieure, de mettre en évidence les avantages de l'algèbre. Dans un premier temps, les données numériques fournies permettent de répondre à la première question posée sans recourir à l'algèbre. Cette étape est néanmoins intéressante. Outre la prise de conscience des limites des calculs numériques (ils ne permettent de répondre qu'à la première question, pas aux suivantes), elle fournit aux élèves une aide pour la traduction de l'énoncé en langage algébrique. Cette traduction étant souvent un point d'achoppement majeur, il serait bon, après l'activité, de faire prendre conscience aux élèves que le passage par un exemple (qu'ils peuvent inventer s'il n'est pas fourni) est un bon moyen d'obtenir la généralisation à condition de ne pas se focaliser sur les réponses fournies par l'exemple mais plutôt sur les développements détaillés que l'on a effectués.

Cette activité trouvera plutôt sa place en quatrième année. En effet, la deuxième question conduit à une fonction du deuxième degré pour un des deux volumes. Elle ne nécessite toutefois pas de connaissance théorique des fonctions ni des équations du deuxième degré et pourrait servir d'introduction au deuxième degré. Si le tracé des graphiques n'est bien entendu pas nécessaire à l'obtention de la réponse à la question 2, il permet de rappeler le lien existant entre l'intersection de deux graphiques et la solution d'une équation algébrique.

La troisième question permet de mettre en évidence un autre avantage de l'algèbre. En effet, par les simplifications que permet l'algèbre, on verra que le rapport des volumes ne dépend finalement que du rapport longueur / largeur de la feuille (il lui est même égal) et non des valeurs de la longueur et de la largeur. L'algèbre permet de mettre en évidence les éléments importants d'un problème et de montrer que ce qui importe dans ce cas-ci est le rapport des dimensions de la feuille.

Une animation « Geogebra » peut aider les élèves à explorer les questions 2 et 3. Elle est disponible à l'adresse suivante : https://www.geogebra.org/m/T7s8YCQd

Activité 4 (Fiches 5 à 7)

Dans la fiche 5, les quatre premières situations amènent les élèves à généraliser la logique de construction d'une suite de nombres en dégageant le lien entre deux variables. Les trois premières formules sont respectivement de la forme $y = ax$, $y = x + b$, $y = ax + b$ et la quatrième formule permet d'appréhender le deuxième degré. Le support visuel accompagnant les suites peut susciter la production d'une variété de formules correctes, dépendant de la manière dont l'élève visualise les nombres successifs. Par ailleurs, l'analyse du tableau de nombres peut permettre de focaliser l'attention des élèves sur le sens des paramètres m et p des 3 premières formules. La cinquième situation amène à utiliser l'expression algébrique d'une suite en vue de résoudre un problème. En effet, la surface d'un parallélépipède de n cubes étant $4n + 2$ permet de constater que l'on ne pourra pas obtenir une surface totale de 950 cm².

La fiche 6 envisage deux situations où la modélisation à l'aide d'une expression algébrique est assez directe.

- Dans la première situation, il s'agit d'exprimer une inconnue au départ d'une autre inconnue, démarche très souvent utilisée lors de la mise en équation d'un énoncé.
- Dans l'autre situation, les élèves sont amenés à utiliser l'algèbre pour démontrer des propositions. Il est probable que les élèves vont faire des essais avec des naturels inférieurs à 10, ce qui devrait les amener à constater que l'on obtient toujours un nombre premier. En les incitant à proposer d'autres nombres, notamment 11 ou 12, les élèves découvriront alors deux contre-exemples. On pourra engager un débat sur les questions suivantes :

  1° Des exemples, même nombreux, suffisent-ils pour prouver qu'un énoncé mathématique est vrai ?

  2° En mathématiques, un contre-exemple est-il suffisant pour prouver qu'une proposition est erronée ? Existe-t-il d'autres contre-exemples?

Enfin, la fiche 7 propose une série d'exercices permettant aux élèves de faire des liens entre une équation et le (ou les) problème(s) qu'elle permet de mobiliser. Les premiers exercices concernent des équations du premier degré et les deux derniers concernent des équations du deuxième degré.

Fiche élèves

Fiche 1 :

Comparer des méthodes (3e année)

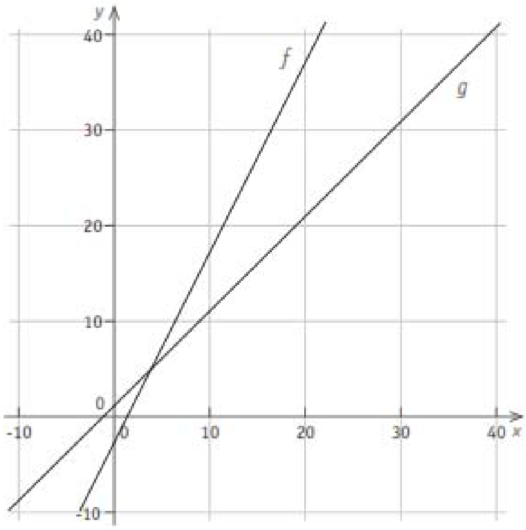
Un professeur a demandé aux élèves d'une de ses classes de résoudre la situation suivante.

Xavier et Medhi l'ont résolu de manières différentes.

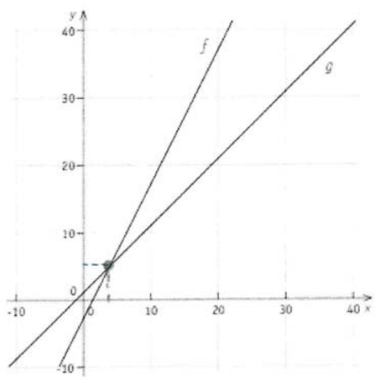
LIS attentivement l'énoncé de ce problème et les résolutions des deux élèves.

Voici les représentations graphiques de fonction du premier degré :

$$f(x) = 2x - 3 \text{ et } g(x) = x + 1$$



Quelle est la valeur exacte des coordonnées du point d'intersection des graphiques des fonctions ?

Résolution de Xavier	Résolution de Medhi
$2x - 3 = x + 1$ $\Leftrightarrow\ 2x - x = 1 + 3$ $\Leftrightarrow\ x = 4$ $f(4) = 2 \cdot 4 - 3 = 5$ Le point d'intersection des graphiques des fonctions a pour coordonnées (4 ; 5)	 Sur le graohique, j'ai lu que le point avait pour coordonnées (4 ; 5) Point d'intersection (4 ; 5)

COMPARE ces résolutions. Sont-elles correctes, faciles et rapides ?

ÉCRIS ce que tu en penses.

	Résolution de Xavier	Résolution de Medhi
Correcte	…………………………………… …………………………………… ……………………………………	…………………………………… …………………………………… ……………………………………
Facile	…………………………………… …………………………………… ……………………………………	…………………………………… …………………………………… ……………………………………
Rapide	…………………………………… …………………………………… ……………………………………	…………………………………… …………………………………… ……………………………………

Ces deux méthodes pourront-elles convenir pour résoudre n'importe quel problème impliquant des fonctions du premier degré ? ……………

EXPLIQUE ton choix.

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

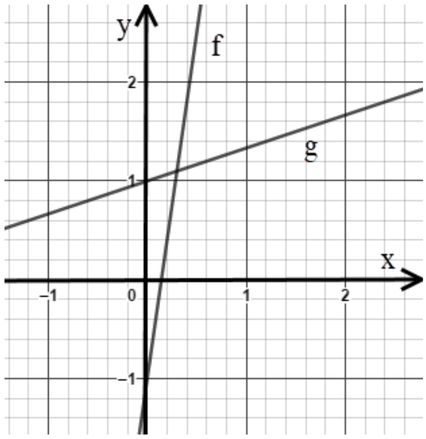
……………………………………………………………………………………………………

Fiche 2 :

Valeur exacte et analyse de graphiques (4^e année)

1. Voici les représentations graphiques et les expressions analytiques de fonctions du premier degré :

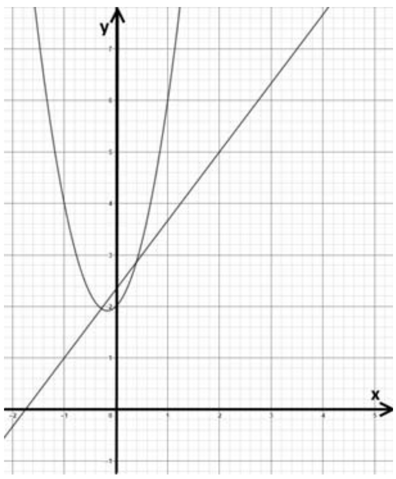
$$f(x) = 7x - 1 \ et \ g(x) = \frac{1}{3}x + 1$$



Calcule les coordonnées exactes de l'intersection des deux graphiques.

2. Voici les représentations graphiques et les expressions analytiques de fonctions :

$$f(x) = \frac{4}{3}\mathbf{x} + \frac{7}{3} \ et \ g(x) = \ 3x^2 + x + 2$$



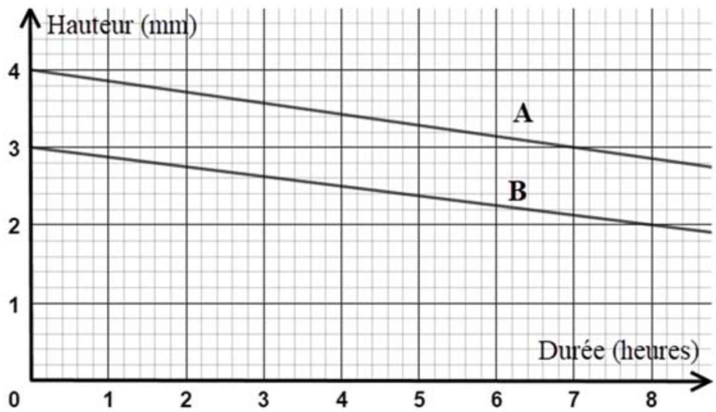
Calcule les coordonnées exactes de l'intersection des deux graphiques.

3. Deux éprouvettes A et B contiennent des liquides différents qui s'évaporent à des vitesses différentes. Le graphique ci-dessous modélise la hauteur (en millimètres) de liquide restant dans les éprouvettes en fonction du nombre d'heures écoulées.

Au début de l'expérience (0 heure), la hauteur de liquide dans l'éprouvette A est exactement de 4 mm. Dans l'éprouvette B elle est de 3 mm. Après 7 heures, la hauteur dans l'éprouvette A est de 3 mm. Après 8 heures, la hauteur dans l'éprouvette B est de 2 mm.

Y a-t-il un moment où les deux éprouvettes contiendront exactement la même hauteur de liquide ?

a) Explique ton raisonnement.

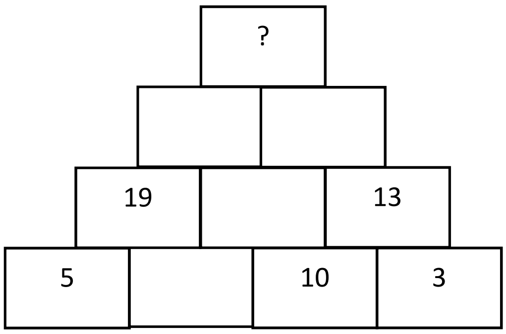


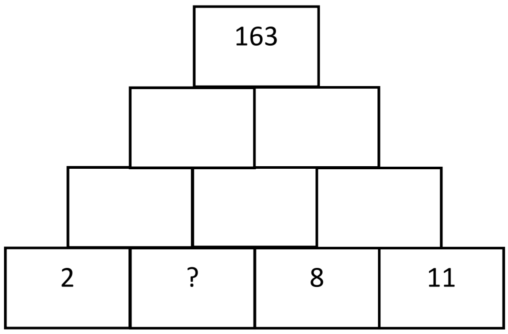
b) Si oui, détermine précisément ce moment.

Fiche 3 :

Pyramides de nombres (3^e année)

Si chaque case blanche est la somme des cases blanches situées à sa gauche et à sa droite sur la ligne inférieure, quel nombre faut-il écrire dans la case marquée d'un point d'interrogation ?



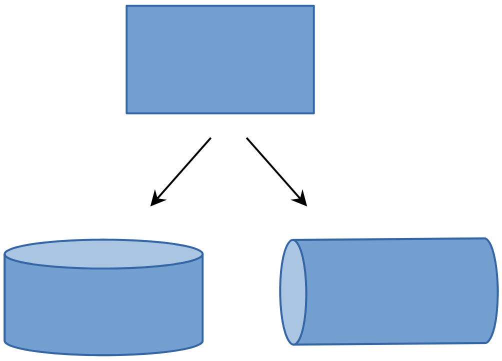


Fiche 4 :

Les cylindres (4^{e} année)

Une feuille de papier de format A4 a une longueur de 29,7 cm et une largeur de 21 cm.

1. On décide d'enrouler cette feuille le long de l'un de ses côtés pour obtenir un cylindre. Cela peut se faire de deux manières suivant que l'on enroule selon la longueur ou selon la largeur comme illustré ci-dessus (échelle non respectée).

   Les deux cylindres ainsi obtenus ont-ils le même volume ? Sinon, lequel est le plus grand ?

2. Compare à nouveau ces deux volumes si l'on modifie les dimensions de la feuille : une des dimensions restant fixée à 21 cm et l'autre étant quelconque.
   Exprime chaque volume comme fonction de la dimension variable de la feuille. Trace les graphiques de ces deux fonctions dans un même repère.

3. Quelle(s) valeur(s) faut-il donner à cette dimension pour obtenir deux volumes égaux ?

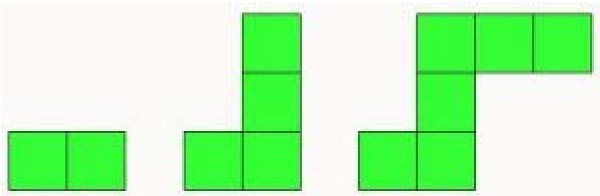
4. Généralise encore en n'imposant plus aucune dimension de la feuille. Calcule le rapport entre les deux volumes obtenus.

Fiche 5 :

Suites numériques (3^e année)

Voici trois ***situations de dénombrement***

1) OBSERVE cette suite de figures composées de carrés.



COMPLÈTE le tableau suivant.

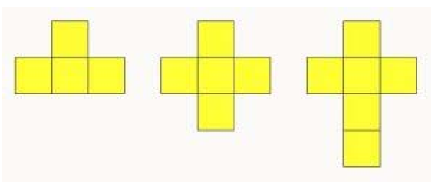
Figure n°	Nombre de carrés
1	2
2	4
3	6
4	

DÉTERMINE un calcul permettant de trouver le nombre de carrés de la figure n°8.

DÉTERMINE le numéro de la figure composée de 36 carrés.

PROPOSE une formule qui permet de calculer le nombre de carrés en fonction du numéro n de la figure.

2) OBSERVE cette suite de figures composées de carrés.



COMPLÈTE le tableau suivant.

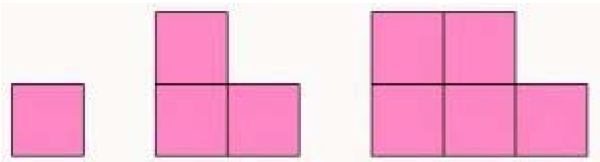
Figure n°	Nombre de carrés
1	4
2	5
3	6
4	

DÉTERMINE un calcul permettant de trouver le nombre de carrés de la figure n°7.

DÉTERMINE le numéro de la figure composée de 105 carrés.

PROPOSE une formule qui permet de calculer le nombre de carrés en fonction du numéro n de la figure.

3) OBSERVE cette suite de figures composées de carrés.



COMPLÈTE le tableau suivant.

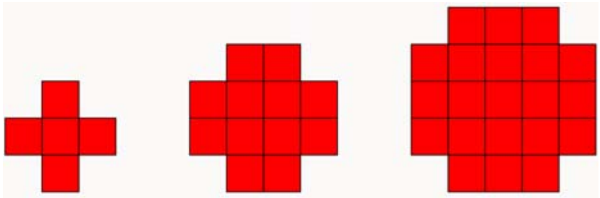
Figure n°	Nombre de carrés
1	1
2	3
3	5
4	

DÉTERMINE un calcul permettant de trouver le nombre de carrés de la figure n°9.

DÉTERMINE le numéro de la figure composée de 69 carrés.

PROPOSE une formule qui permet de calculer le nombre de carrés en fonction du numéro n de la figure.

4) **OBSERVE** cette suite de figures composées de carrés.



COMPLÈTE le tableau suivant.

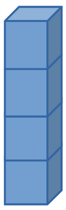
Figure n°	Nombre de carrés
1	5
2	12
3	21
4	

DÉTERMINE un calcul permettant de trouver le nombre de carrés de la figure n°9.

DÉTERMINE le numéro de la figure composée de 140 carrés.

PROPOSE une formule qui permet de calculer le nombre de carrés en fonction du numéro n de la figure.

5) On empile verticalement des cubes de 1 cm^3 de volume pour former des parallélépipèdes rectangles comme sur la figure suivante.



Est-il possible d'obtenir de la sorte un parallélépipède dont la surface totale vaut x cm^2 pour chacune des valeurs x suivantes :

14
38
71
122
171
502
1000

Détermine la condition à mettre sur x pour que le problème soit possible…

Fiche 6 :

Démonstrations algébriques (3^e année)

1) N'est-il pas étonnant que la somme de trois nombres naturels consécutifs est toujours multiple de 3 alors que la somme de deux naturels consécutifs n'est pas multiple de 2 et que celle de quatre naturels consécutifs n'est pas multiple de 4 ?
Justifie que l'affirmation est correcte pour trois nombres et explique ensuite pourquoi cela ne fonctionne jamais avec deux ou quatre nombres.

2) Dans l'expression
$$n \cdot n - n + 11$$
Si on remplace n par n'importe quel entier naturel, obtient-on toujours un nombre premier ?

Fiche 7 :

Mise en équation et problèmes (3e et 4e années)

1) Associe chaque problème à l'équation correspondante.

Problèmes	**Equations**
	• $3(x+2) = 50$
Sophie pense à un nombre, lui retranche 3, puis multiplie le résultat par 2. Elle obtient 50. Quel est ce nombre? •	
Médhi a réservé deux places pour se rendre à un spectacle. On lui a rendu 3€ sur un billet de 50€. Quel est le prix d'une place? •	• $3x - 2 = 50$
On a augmenté de 2m les côtés d'un terrain ayant la forme d'un triangle équilatéral. Le périmètre du terrain agrandi vaut 50m. Quelle est la longueur d'un côté du terrain? •	• $2(x-3) = 50$
Un éleveur de chiens a acheté un rouleau de 50m de fil pour clôturer un enclos ayant la forme d'un triangle équilatéral. Il lui manque 2m. Quelle est la longueur d'un côté de l'enclos ? •	• $2x + 3 = 50$
Virginie choisit un nombre, le multiplie par 2 puis soustrait 50. Manon multiplie par 3 le nombre que Virginie avait choisi et obtient le même résultat. Quel est ce nombre? •	• $3x = 2x - 50$
	• $3x = 2x + 50$

2) Grâce au début de la résolution du problème, retrouve les nombres manquants dans l'énoncé

Lors d'une soirée organisée par les élèves de 6e secondaire, on a vendu .... tickets pour .... €.
Une place pour les élèves de l'école coutait .... € et une place pour les autres étudiants, ... €.
Combien y avait-il d'étudiants de l'école?
Solution :
Soit x, le nombre de tickets vendus aux élèves de l'école.
Alors $540 - x$ est le nombre de tickets vendus aux autres personnes.
L'équation est : $6x + 9(540 - x) = 3840$

3) Dans les problèmes, on est souvent amené à exprimer des nombres inconnus en fonction d'une seule et même inconnue. Si x représente un nombre, comment écrire les expressions suivantes ?

Le triple de x

La moitié de x

La somme de 8 et de x

La différence de x et de 5

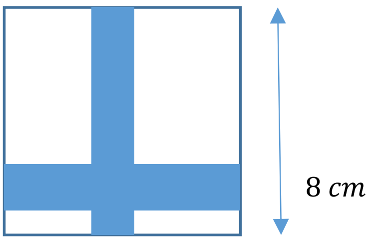
Le double de la différence de x et de 7

Le tiers de la somme de 9 et de x

4) Pour concevoir un logo, des élèves voudraient réaliser un carré de $8\ cm$ de côté sur traversé par deux rubans perpendiculaires de même largeur. Retrouve la largeur du ruban sachant que la partie bleue représente exactement $7,75\ cm^2$ de ruban.

a) Est-il possible que les rubans perpendiculaires aient une largeur de $2\ cm$?

b) Pour résoudre ce problème, un élève a fait le dessin suivant :



Termine la résolution du problème.

5) On se propose de trouver deux nombres pairs consécutifs dont le produit est 528. Voici trois équations permettant de modéliser ce problème. Sont-elles correctes ? Explique ton choix.

a) $x\ (x\ +\ 1)\ =\ 528$

b) $x\ (x + 2)\ =\ 528$

c) $(x - 2)\ x\ =\ 528$

d) 2x (2x + 2) = 528

PARTIE 2 :

« PARCOURS DE L'ANALYSE »

2.1. CONTINUITÉ DES APPRENTISSAGES LIÉS À L'ANALYSE, DE LA TROISIÈME À LA SIXIÈME ANNÉE DU SECONDAIRE

Le développement de compétences se base sur une progression de type « spiralaire », c'est-à-dire une progression graduelle, jalonnée d'approfondissements successifs. On revient périodiquement sur une même notion tout en franchissant un saut cognitif. La maitrise d'une compétence ou l'appropriation d'une notion se construit peu à peu, à travers diverses activités et exercices menés tout au long du cursus scolaire.

Une progression « spiralaire » permet à l'élève de revenir plusieurs fois sur le même objet, lui laissant ainsi le temps de la maturation, de l'assimilation et de l'appropriation. L'intérêt de la spirale est de donner du temps à tous pour appréhender une notion.

Figure 1. – Approche spiralaire

Les nouveaux référentiels sont construits sur cette approche et le travail qui vous est proposé a comme objectif de vous aider à situer les éléments constituant votre programme au sein du parcours de vos élèves.

L'analyse traite explicitement de la notion de fonction réelle et inclut des notions comme la continuité, les limites, la dérivation et l'intégration, dans le contexte des nombres réels au niveau de l'enseignement général secondaire. Au fil des années, l'élève rencontre, mobilise différents modèles fonctionnels et construit progressivement les outils qui lui permettent de caractériser les comportements et variations des fonctions manipulées.

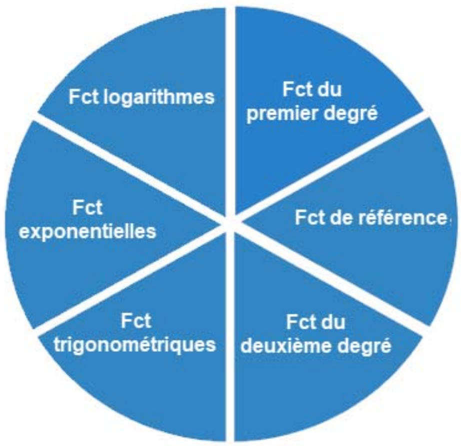


Figure 2. – Modèles fonctionnels

Les besoins des uns et des autres varieront en fonction de leur parcours personnel et professionnel mais tous pourront être amenés à

- lire et interpréter des informations sur un graphique ;
- modéliser des situations de dépendance entre deux grandeurs réelles ;
- résoudre des problèmes en lien avec des situations courantes de la vie (ou bien encore internes aux mathématiques).

Dès la troisième année, l'enseignant pose les bases de ce parcours, approche graphique des caractéristiques d'une fonction et étude des fonctions du 1er degré. La mise en place et l'utilisation d'un vocabulaire commun pour l'ensemble du degré permet d'adopter un point de vue cohérent qui ne peut que faciliter le processus de construction des concepts.

Notre objectif, en présentant ces activités, est de montrer toute l'importance de chacune des étapes et d'illustrer une continuité nécessaire à la compréhension du concept de fonction. Il ne s'agit pas de proposer une liste exhaustive d'exercices mais bien de présenter des incontournables qui devraient permettre aux élèves de vivre un véritable processus de construction.

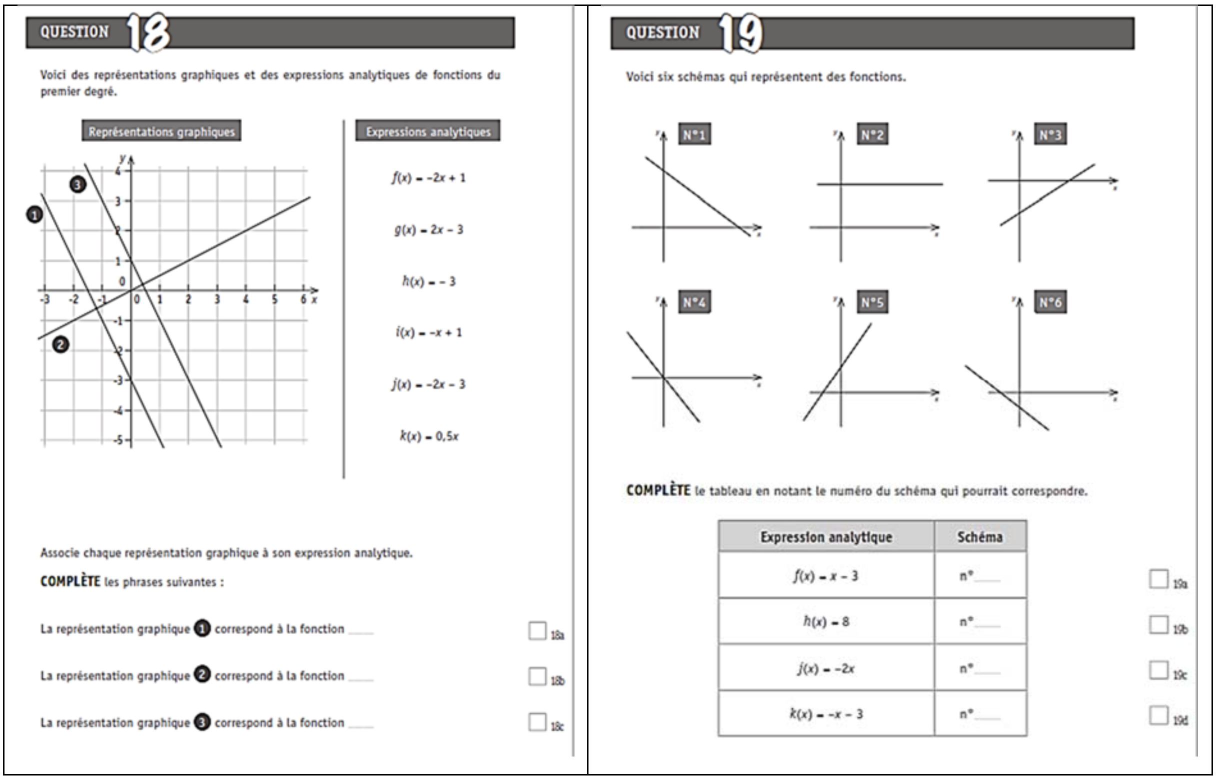
Les tableaux ci-après reprennent synthétiquement les ressources qui constituent les étapes de la troisième à la sixième secondaire autour desquelles se construira l'apprentissage de l'analyse.

3e année		4e année		5e année (de base)
UAA3 : Eléments caractéristiques d'une fonction à partir exclusivement de son graphique (domaine/ensemble image, image d'un réel, zéro(s), signe) **UAA4** : Représentations graphiques de la fonction du premier degré et de la fonction constante Rôle des paramètres m et p **UAA4** : Caractéristiques de la fonction du premier degré et de la fonction constante (zéro, signe, croissance/décroissance)		**UAA4** : Caractéristiques graphiques des fonctions de référence (asymptote, point d'inflexion, relation de réciprocité) **UAA4** : Représentations graphiques des fonctions de référence $(x, \frac{1}{x}, x^2, x^3, \lvert x \rvert, \sqrt{x}, \sqrt[3]{x})$ **UAA4** : Croissance, décroissance, extremums sur un intervalle **UAA5** : Caractéristiques de la fonction du 2e degré (zéro, signe, croissance, décroissance, extremum)		**UAA3** : Taux d'accroissement d'une fonction en un point. Taux d'accroissement instantané et interprétation graphique **UAA3** : Famille de fonction puissance x^a avec $a = \frac{1}{2}$ ou $a = \frac{1}{3}$, exponentielles, logarithmes **UAA3** : Croissance exponentielle, croissance logarithmique Relations de réciprocité entre fonction exponentielle et fonction logarithmique

3e année		4e année		5e année (générales)		6e année (générales)
UAA3 : Eléments caractéristiques d'une fonction à partir exclusivement de son graphique (domaine/ensemble image, image d'un réel, zéro(s), signe) **UAA4** : Représentations graphiques de la fonction du premier degré et de la fonction constante Rôle des paramètres m et p **UAA4** : Caractéristiques de la fonction du premier degré et de la fonction constante (zéro, signe, croissance/décroissance)		**UAA4** : Caractéristiques graphiques des fonctions de référence (asymptote, point d'inflexion, relation de réciprocité) **UAA4** : Représentations graphiques des fonctions de référence $(x, \frac{1}{x}, x^2, x^3, \lvert x\rvert, \sqrt{x}, \sqrt[3]{x})$ **UAA4** : Croissance, décroissance, extremums sur un intervalle **UAA5** : Caractéristiques de la fonction du 2e degré (zéro, signe, croissance, décroissance, extremum)		**UAA3** : Limite d'une fonction Asymptotes **UAA4** : Taux d'accroissement Nombre dérivé Croissance d'une fonction Extremum local Point d'inflexion **UAA5** : Fonction trigonométrique de référence $(\sin(x), \cos(x), \tan(x))$ Fonction trigonométrique $a\sin(bx+c)$ Amplitude, période et déphasage		**UAA4** : Fonctions exponentielles Fonctions logarithmes Relation de réciprocité

3e année		**4e année**		**5e année (scientifiques)**		**6e année (scientifiques)**
UAA3 : Eléments caractéristiques d'une fonction à partir exclusivement de son graphique (domaine/ensemble image, image d'un réel, zéro(s), signe) **UAA4** : Représentation graphiques de la fonction du premier degré et de la fonction constante Rôle des paramètres m et p **UAA4** : Caractéristiques de la fonction du premier degré et de la fonction constante (zéro, signe, croissance/décroissance)		**UAA4** : Caractéristiques graphiques des fonctions de référence (asymptote, point d'inflexion, relation de réciprocité) **UAA4** : Représentations graphiques des fonctions de référence $(x, \frac{1}{x}, x^2, x^3, \lvert x \rvert, \sqrt{x}, \sqrt[3]{x})$ **UAA4** : Croissance, décroissance, extremums sur un intervalle **UAA5** : Caractéristiques de la fonction du 2e degré (zéro, signe, croissance, décroissance, extremum)		**UAA3** : Asymptotes et limites d'une fonction **UAA4** : Taux d'accroissement Nombre dérivé Croissance d'une fonction Point d'inflexion **UAA5** : Fonction trigonométrique de référence $(\sin(x), \cos(x), \tan(x))$ Fonction trigonométrique $a\sin(bx+c)$ Amplitude, période et déphasage		**UAA4** : Fonctions exponentielles Fonctions logarithmes Relation de réciprocité **UAA5** : Lien entre graphiques de fonctions réciproques Lien entre les dérivées de fonctions réciproques

2.2. ASSOCIER REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES ET EXPRESSIONS ANALYTIQUES



QUESTION 18

Voici des représentations graphiques et des expressions analytiques de fonctions du premier degré.

Représentations graphiques

Expressions analytiques

$f(x) = -2x + 1$

$g(x) = 2x - 3$

$h(x) = -3$

$i(x) = -x + 1$

$j(x) = -2x - 3$

$k(x) = 0,5x$

Associe chaque représentation graphique à son expression analytique.

COMPLÈTE les phrases suivantes :

La représentation graphique ❶ correspond à la fonction 18a

La représentation graphique ❷ correspond à la fonction 18b

La représentation graphique ❸ correspond à la fonction 18c

QUESTION 19

Voici six schémas qui représentent des fonctions.

N°1 N°2 N°3 N°4 N°5 N°6

COMPLÈTE le tableau en notant le numéro du schéma qui pourrait correspondre.

Expression analytique	Schéma	
$f(x) = x - 3$	n°......	19a
$h(x) = 8$	n°......	19b
$j(x) = -2x$	n°......	19c
$k(x) = -x - 3$	n°......	19d

Les questions 18 et 19 qui sont visées dans cette section peuvent être traitées selon deux approches :

- La première consiste à analyser le graphique pour retrouver une expression analytique qui pourrait lui correspondre.
- La seconde part de l'analyse de l'expression analytique afin d'identifier le graphique qui peut convenir.

Pour la question 18, le repère cartésien étant gradué et les coordonnées de deux points étant entières donc lisibles, l'élève pourrait être tenté de mettre en place une démarche qui exploite la propriété d'appartenance d'un point au graphique de la fonction. Dès la question 19, cette méthode montre ses limites. On peut dès lors montrer l'utilité d'une démarche réfléchie, structurée et basée sur le rôle des paramètres de la fonction du premier degré.

Lorsque l'élève s'engage dans la démarche consistant à analyser l'expression analytique ou le graphique de la fonction, il doit être au préalable capable d'identifier et d'interpréter la valeur du taux d'accroissement (coefficient de x dans le cas d'une fonction du premier degré) et de l'ordonnée à l'origine (terme indépendant).

On constate que pour arriver à résoudre ce type d'exercices, il importe que l'élève maitrise les notions d'abscisse, d'ordonnée et de coordonnées, de croissance et de décroissance d'une fonction, qu'il puisse repérer un point dans un plan cartésien. Une évaluation diagnostique basée sur ces notions étudiées au premier degré, permettra d'identifier les difficultés éprouvées par les élèves dans la résolution de ce type d'exercices. Pour favoriser les échanges en classe, il importe que les élèves connaissent et comprennent le sens des expressions mathématiques : taux, rapport, variation, accroissement, variable indépendante, variable dépendante…

La continuité se retrouve dans les processus « Associer l'expression analytique d'une fonction du deuxième degré à son graphique » et « Apparier des graphiques de transformées et des expressions analytiques » présents en quatrième année, dans les UAA 4 et 5 et au troisième degré dans les UAA 3, 4, 5 selon l'année et le niveau.

De manière générale, ce type d'activité constitue, dans le développement cognitif de l'élève, une étape à franchir pour aller vers un processus de complexité supérieure : esquisser le graphique ou écrire l'expression analytique d'une fonction vérifiant certaines conditions.

Fiche élèves

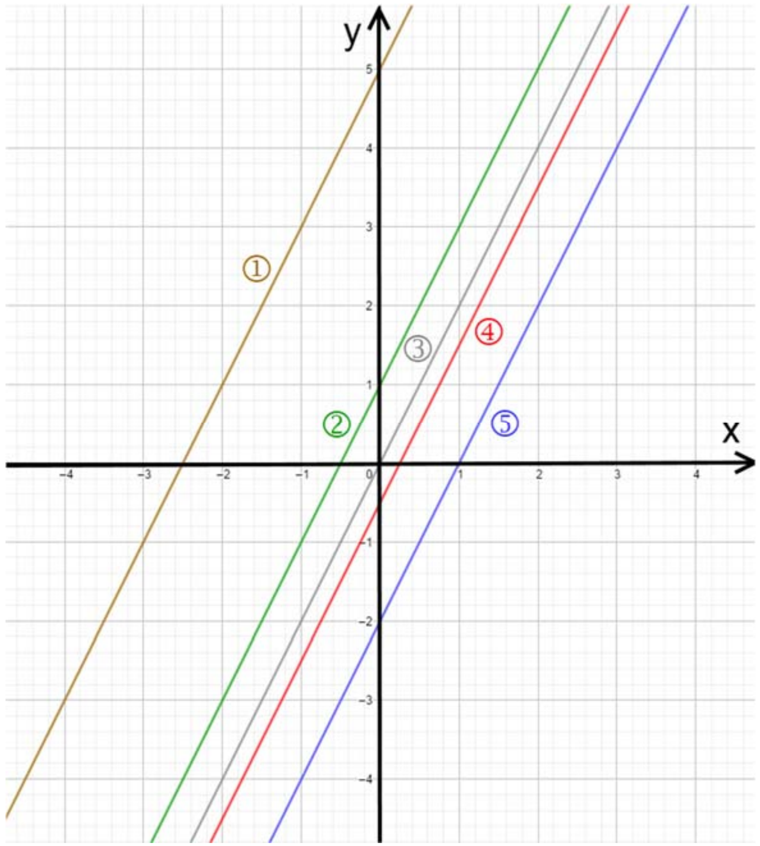
Fiche 8 :

Associer des représentations graphiques de fonctions à leur expression analytique (3e année)

Associe les représentations graphiques des fonctions à leur expression analytique. Justifie ton choix.

(Objectif : centrer la réflexion sur la valeur du paramètre p)

Expression analytique	Représentation graphique	Justification
$f(x) = 2x + 5$		
$f(x) = 2x$		
$f(x) = 2x - 0{,}5$		
$f(x) = 1 + 2x$		
$f(x) = -2 + 2x$		



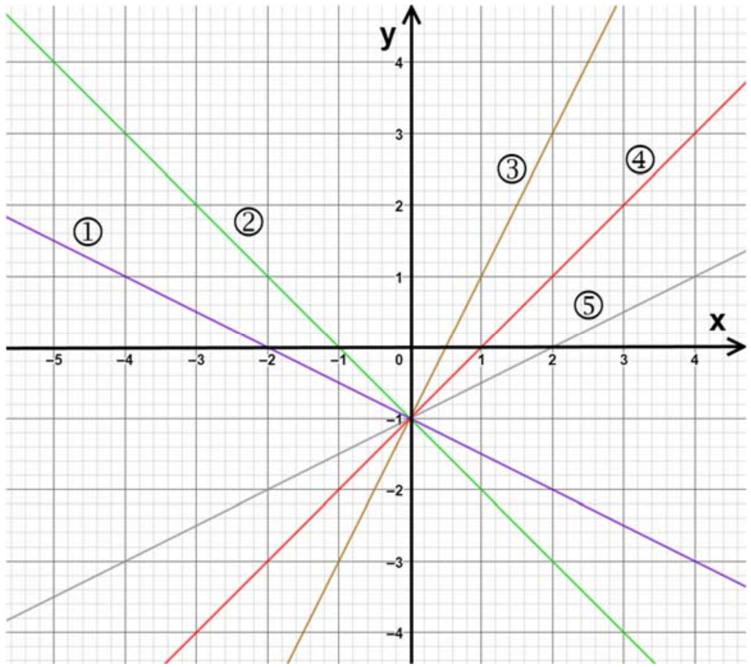
Fiche 9 :

Associer des représentations graphiques de fonctions à leur expression analytique (3e année)

Associe les représentations graphiques des fonctions à leur expression analytique. Justifie ton choix.

(Objectif : centrer la réflexion sur le paramètre m)

Expression analytique	Représentation graphique	Justification
$f(x) = 0{,}5\,x - 1$		
$f(x) = 2x - 1$		
$f(x) = -x - 1$		
$f(x) = -1 + x$		
$f(x) = -(1 + 0{,}5x)$		



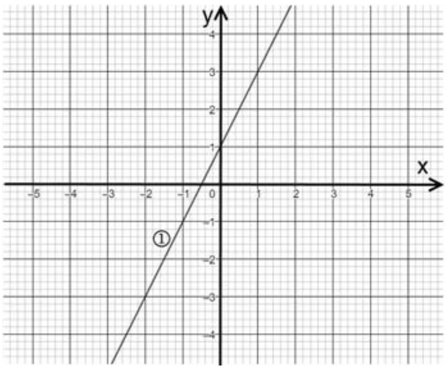
Fiche 10 :

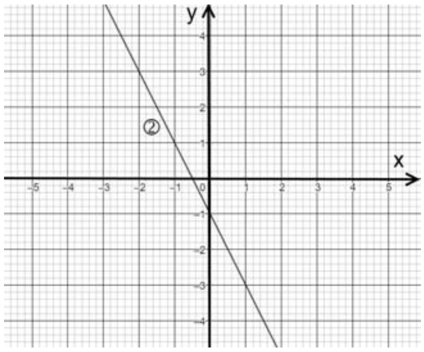
Associer des représentations graphiques de fonctions à leur expression analytique (3e année)

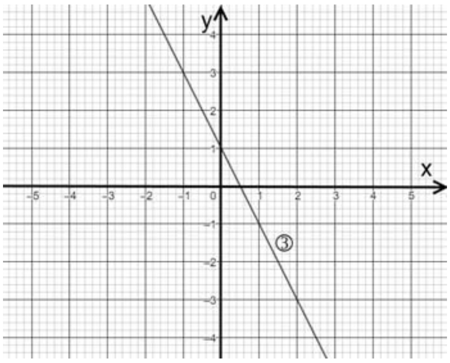
Associe les représentations graphiques des fonctions à leur expression analytique. Justifie ton choix.
(Objectif: analyser les paramètres m et p pour retrouver le graphique correspondant à la fonction donnée)

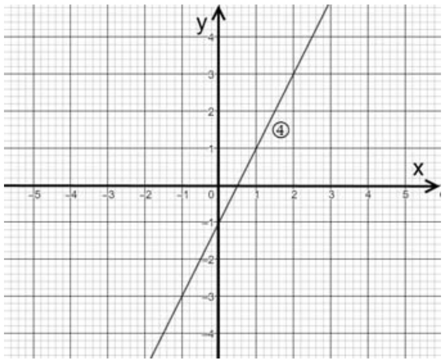
Expression analytique	Représentation graphique	Justification
$f(x) = x - 1$		
$f(x) = 2x - 1$		
$f(x) = 2x + 1$		
$f(x) = -2x - 1$		
$f(x) = -2x + 1$		

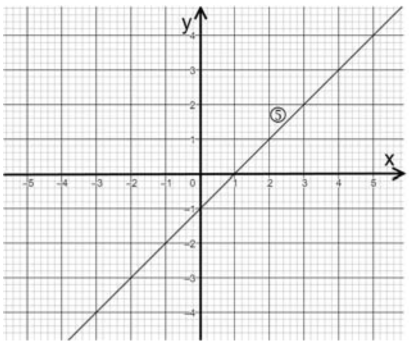
Représentation graphique











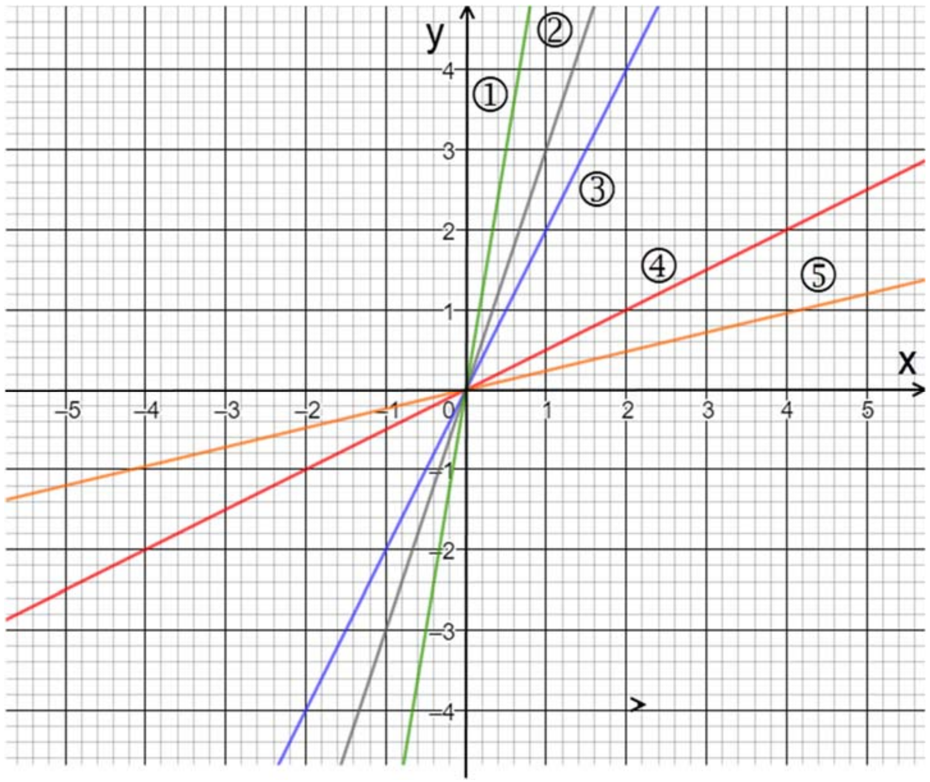
Fiche 11 :

Associer des représentations graphiques de fonctions à leur expression analytique (3e année)

Associe les représentations graphiques des fonctions à leur expression analytique. Justifie ton choix.

(Objectif : associer la notion de « pente » à celle de « taux d'accroissement »)

Expression analytique	Représentation graphique	Justification
$f(x) = 0{,}5x$		
$f(x) = 2x$		
$f(x) = \frac{1}{4}x$		
$f(x) = 3x$		
$f(x) = 6x$		

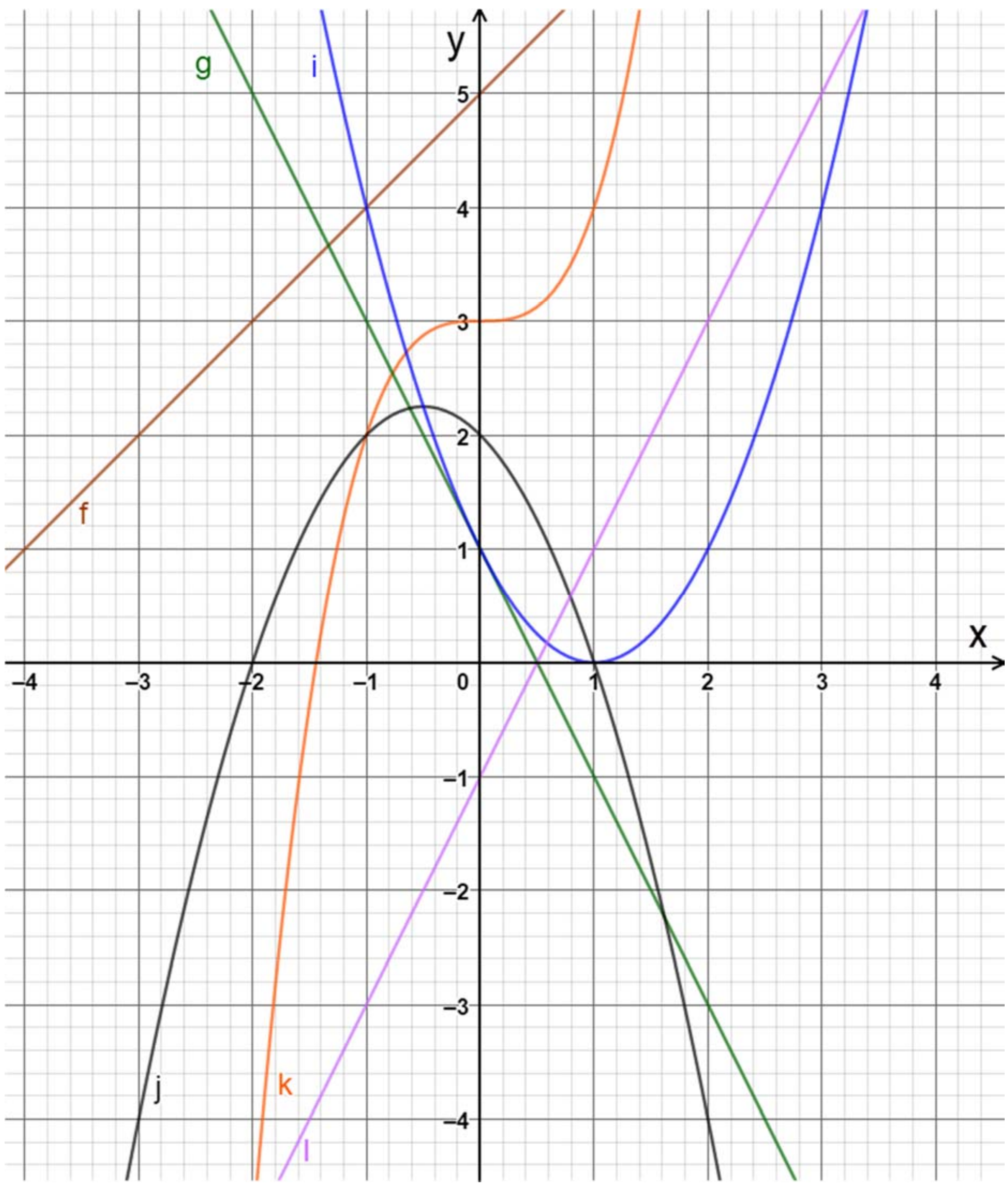


Fiche 12 :

Associer des représentations graphiques de fonctions à leur expression analytique (4e année)

On donne six représentations graphiques de fonctions et des expressions analytiques. Associe chaque expression avec la représentation qui peut convenir.

$x \to x^3+3$		$x \to 2x-1$		$x \to 2+x$		$x \to -x^2-x+2$	
$x \to x^2+x-2$		$x \to x+5$		$x \to (x-1)^2$		$x \to 1-2x$	



2.3. TRACER/ESQUISSER LE GRAPHIQUE D'UNE FONCTION RÉPONDANT A PLUSIEURS CONDITIONS

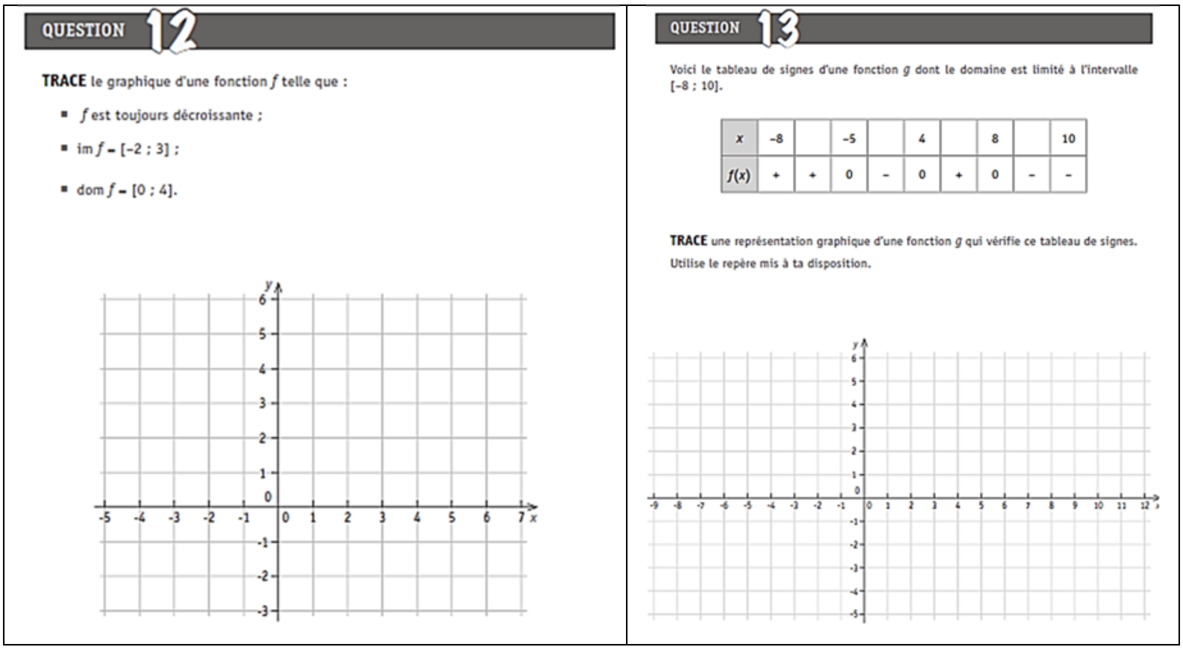
Les questions 12 et 13 sont relatives à l'UAA « Approche graphique d'une fonction », la question 21 porte sur l'UAA « Fonction du premier degré ». Toutefois, ces trois questions demandent de tracer une représentation graphique d'une fonction respectant plusieurs contraintes. Celles-ci prennent diverses formes : connaissance du domaine de définition, de l'image, de la croissance ou décroissance de la fonction, du tableau de signes de la fonction ainsi que du signe des paramètres constituant son expression analytique. Les élèves doivent donc mobiliser plusieurs ressources et les exploiter graphiquement.

On constate de faibles résultats à ces questions : 30 % et 47 % de réponses correctes pour les questions 12 et 13 et de 28 % à 34 % de réponses correctes pour les items de la question 21.

Pour la question 12, l'analyse des résultats partiels permet de constater que trois élèves sur huit ne sont pas capables d'esquisser un graphique respectant la condition de décroissance. Pour la question 21, un élève sur trois est capable d'esquisser un graphique en se basant sur le rôle des paramètres lorsque ceux-ci ne sont pas exprimés sous forme numérique.

Pour répondre à ces questions, en plus de mobiliser plusieurs ressources et de devoir les combiner, l'élève doit faire preuve de créativité. La représentation graphique d'une fonction peut être considérée comme une tâche élaborée, car elle exige un effort de synthèse et revêt un degré de complexité significatif pour les élèves. Aussi, il est particulièrement judicieux de leur proposer des exercices dont les contraintes sont variées tant en nombre que selon leur nature avant d'arriver à une tâche d'une telle complexité.

Ce type de démarche sera encore mis en œuvre au troisième degré ; néanmoins il s'inscrit également en 4e année en conjuguant deux items du processus « Appliquer ». On proposera des exercices dont la difficulté est tout autant progressive, au sein de familles de fonctions plus variées et plus complexes.



QUESTION 12

TRACE le graphique d'une fonction f telle que :

- f est toujours décroissante ;
- $\text{im} f = [-2 ; 3]$;
- $\text{dom} f = [0 ; 4]$.

QUESTION 13

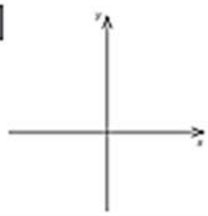
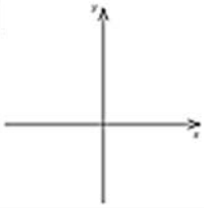
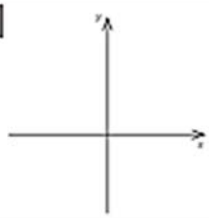
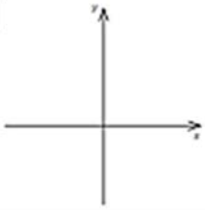
Voici le tableau de signes d'une fonction g dont le domaine est limité à l'intervalle $[-8 ; 10]$.

x	-8		-5		4		8		10
$f(x)$	+	+	0	-	0	+	0	-	-

TRACE une représentation graphique d'une fonction g qui vérifie ce tableau de signes.
Utilise le repère mis à ta disposition.

QUESTION 21

Par un schéma, **REPRÉSENTE** le graphique de quatre fonctions de la forme $f(x) = mx + p$ afin que les conditions posées sur les paramètres m et p soient respectées.

	$m > 0$	$m < 0$
$p > 0$	A 	B 
$p < 0$	C 	D 

Fiche élèves

Fiche 13 :

Tracer/esquisser le graphique d’une fonction répondant à plusieurs conditions (3^{e} année)

1. Esquisse le graphique d’une fonction f décroissante définie sur $[-3\ ;\ 3]$.

2. Esquisse le graphique d’une fonction croissante f dont tous les points images sont compris entre -2 et 4.

3. Esquisse le graphique d’une fonction croissante f dont l’image de -1 est -2 et dont le seul zéro est $-0{,}5$.

4. Esquisse le graphique d’une fonction f en te basant sur le tableau ci-dessous :

x		0		3		6	
$f(x)$	$-$	0	$+$	5	$+$	0	-

5. Esquisse le graphique d'une fonction f telle qu’elle soit toujours décroissante, que $im\, f\ =\ [-3\ ;\ 2]$ et $dom\, f\ =\ [0\ ;\ 6]$.

6. Esquisse le graphique d’une fonction f du premier degré dont le taux d’accroissement vaut -2 et comprenant le point de coordonnées $(-5; 1)$.

7. Esquisse le graphique d’une fonction f du premier degré dont le nombre 2 est le zéro et dont l’ordonnée à l’origine est le nombre 3.

8. Esquisse le graphique d’une fonction f du premier degré répondant aux conditions suivantes : $f(0) = 5$ et $f(-2) = 0$.

Fiche 14 :

Tracer/esquisser le graphique d'une fonction répondant à plusieurs conditions (4e année)

1. On considère une fonction f définie sur $[-5\,;6]$ et dont on donne le tableau de variations. Pour chaque tableau, esquisse une représentation graphique de f.

   a.

x	-5		0		6
$f(x)$	3	↘	1	↗	5

   b.

x	-5		-2		1		3		6
$f(x)$	-4	↗	0	↗	2	↘	0	↘	-2

2. Dessine un graphique qui pourrait représenter la fonction f soumise aux contraintes suivantes : son domaine de définition est $[-6\,;\;6]$, elle est impaire, possède un maximum au point d'abscisse 3, est telle que : $f(0) = 0$ et $f(3) = 4$.

3. Dessine un graphique qui pourrait représenter la fonction définie sur $IR\backslash\{0\}$, qui admet une AV qui a pour équation $x = 0$ et une AH qui a pour équation $y = 0$. De plus, la fonction est décroissante sur son domaine de définition.

4. Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ (a$\neq$ 0), fonction du deuxième degré. Pour chaque cas, esquisse une représentation graphique d'une fonction qui respecte les conditions suivantes :

   a. les zéros sont les nombres -2 et 3 ;
   b. les zéros sont les nombres -2 et 3, et $c < 0$;
   c. les zéros sont les nombres -2 et 3, et qui possède un maximum ;
   d. a et b sont strictement positifs, $c = 5$, $\Delta > 0$;
   e. $a < 0$, $b > 0, \Delta = 0$;
   f. sa concavité est tournée vers le bas et le discriminant[6] est strictement positif ;
   g. elle admet un minimum négatif et le discriminant est strictement négatif ;
   h. elle admet un maximum au point 2, $f(2) = 3$, ses zéros sont 0 et 4 ;
   i. son ordonnée à l'origine vaut -3, sa concavité est tournée vers le bas et elle ne possède aucun zéro.

[6] Pour l'exercice, on entend par discriminant celui de l'équation associée : $ax^2 + bx + c = 0$.

j. elle possède un axe de symétrie en $x = -2$, son sommet est atteint au point 5 et son discriminant est strictement positif ;

k. sa concavité est tournée vers le haut et la fonction ne possède pas de racine ;

l. elle admet un maximum au point d'abscisse 1 et sa valeur vaut -3 ;

m. elle admet un axe de symétrie d'équation $= -\frac{3}{2}$, possède un minimum et deux racines distinctes ;

n. elle possède une racine double en 2 et pour ordonnée à l'origine -3 ;

o. elle répond aux conditions suivantes : $f(-1) = 0, f(3) = 0$ et $f(0) = 4$.

5. Un cycliste monte une côte de 24 km à la vitesse moyenne de 12 km/h, puis il décide de prendre 30 minutes de repos avant de redescendre par le même chemin à la vitesse moyenne de 36 km/h. Représente graphiquement la distance parcourue par le cycliste en fonction du temps.

6. Avec un carton de format A4 dont les dimensions sont 21 cm et 29,7 cm, on construit une boite sans couvercle. Pour cela, on découpe dans chacun des angles du carton, un carré de côté x et on plie le carton afin d'obtenir une boite de hauteur x. À l'aide de l'outil informatique, représente graphiquement la fonction qui, à chaque réel x, associe le volume de la boite.

7. À Kiwi, lorsque l'on prend un taxi, la prise en charge coute 2 euros, puis, 1,5 euro à chaque km parcouru. Représente graphiquement la fonction p, exprimant le prix à payer en fonction du nombre de kilomètres parcourus, sachant que la course ne peut excéder $80\ km$. On définit le cout moyen du km : $c(x)$ est le quotient du prix total de la course par le nombre de kilomètres parcourus. Représente graphiquement cette fonction.

8. Trois villages A, B et C sont situés le long d'une route rectiligne. On souhaite implanter sur celle-ci une coopérative pour regrouper la production laitière des trois villages. A et B sont distants de $12\ km$ et B et C de $20\ km$. La production de lait est d'un camion-citerne par jour dans chaque village. À quel endroit faut-il placer la coopérative pour minimiser les trajets de récolte du lait. Pour justifier sa solution, le gérant de la coopérative veut présenter aux coopérateurs un graphique de la distance parcourue par le camion en fonction de la position de la laiterie. Prépare le graphique.

2.4. DÉTERMINER L'EXPRESSION ANALYTIQUE

Les questions 20, 22 et 24 demandent de déterminer l'expression analytique d'une fonction à partir :

- des coordonnées de deux points du graphique de la fonction ;
- de la représentation graphique d'une fonction ;
- d'un tableau de nombres.

QUESTION 20

DÉTERMINE l'expression analytique d'une fonction f du premier degré dont le graphique passe par les points A et B de coordonnées (1 ; 2) et (3 ; 8).

L'expression analytique de la fonction f est : $f(x) =$ ________________

QUESTION 24

Voici un tableau associé à une fonction du premier degré du type $f(x) = mx + p$.
Ce tableau est incomplet.

x	4	5	7	9
$f(x)$	11		17	

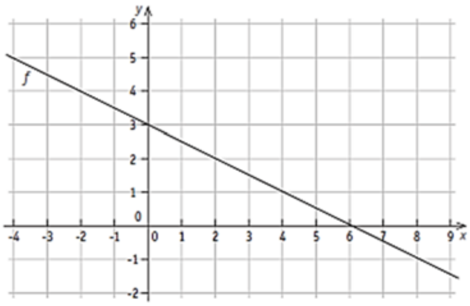
DÉTERMINE les valeurs des paramètres m et p de l'expression analytique de cette fonction.

Le paramètre m vaut __________

Le paramètre p vaut __________

QUESTION 22

DÉTERMINE l'expression analytique de la fonction du premier degré $f(x) = mx + p$ à partir de sa représentation graphique.



L'expression analytique de la fonction f est : $f(x) =$ ________________

Les résultats à ces items montrent que les élèves éprouvent des difficultés à exploiter les paramètres m et p, que ceux-ci soient sollicités de manière directe (Q24), indirecte (Q20) ou graphiquement (Q22). On peut aussi toutefois se demander si tous les élèves connaissaient les termes « expression analytique ».

En plus d'amener les élèves à manipuler adéquatement les diverses façons d'appréhender une fonction, il convient de les amener à être capable de passer de l'une à l'autre avec aisance (voir partie 2).

En 4^{e} année, les UAA4 (Fonctions de référence) et UAA5 (Deuxième degré) amènent des caractéristiques plus pointues : l'asymptote et le point d'inflexion. Les transformées de fonctions par symétrie orthogonale, translation ou affinité permettent aussi de traiter des exercices similaires aux questions citées ci-dessus. En 5^{e} année, mathématiques générales ou pour scientifiques, les notions de l'UAA3 (Asymptotes et limites) vont permettre de rechercher l'expression analytique d'une fonction répondant à certaines conditions relatives à ses limites et à ses asymptotes

.

Fiche 15 :

Déterminer l'expression analytique (3e année)

1. Dans chacun des cas suivants, détermine l'expression analytique de la fonction du premier degré :
   - dont le zéro vaut 2 et l'ordonnée à l'origine -1 ;
   - dont le zéro vaut -3 et $f(0) = 4$;
   - dont le graphique passe par les points $A\ (1\ ;2)$ et $B\ (-1\ ;3)$;
   - telle que $f(2) = 0$ et $f(0) = 2$.

2. On considère la fonction du premier degré $f: x \mapsto ax + b$ telle que $f(2) = 5$ et $f(4) = 9$. Calcule a et b et déduis-en une expression analytique de f.

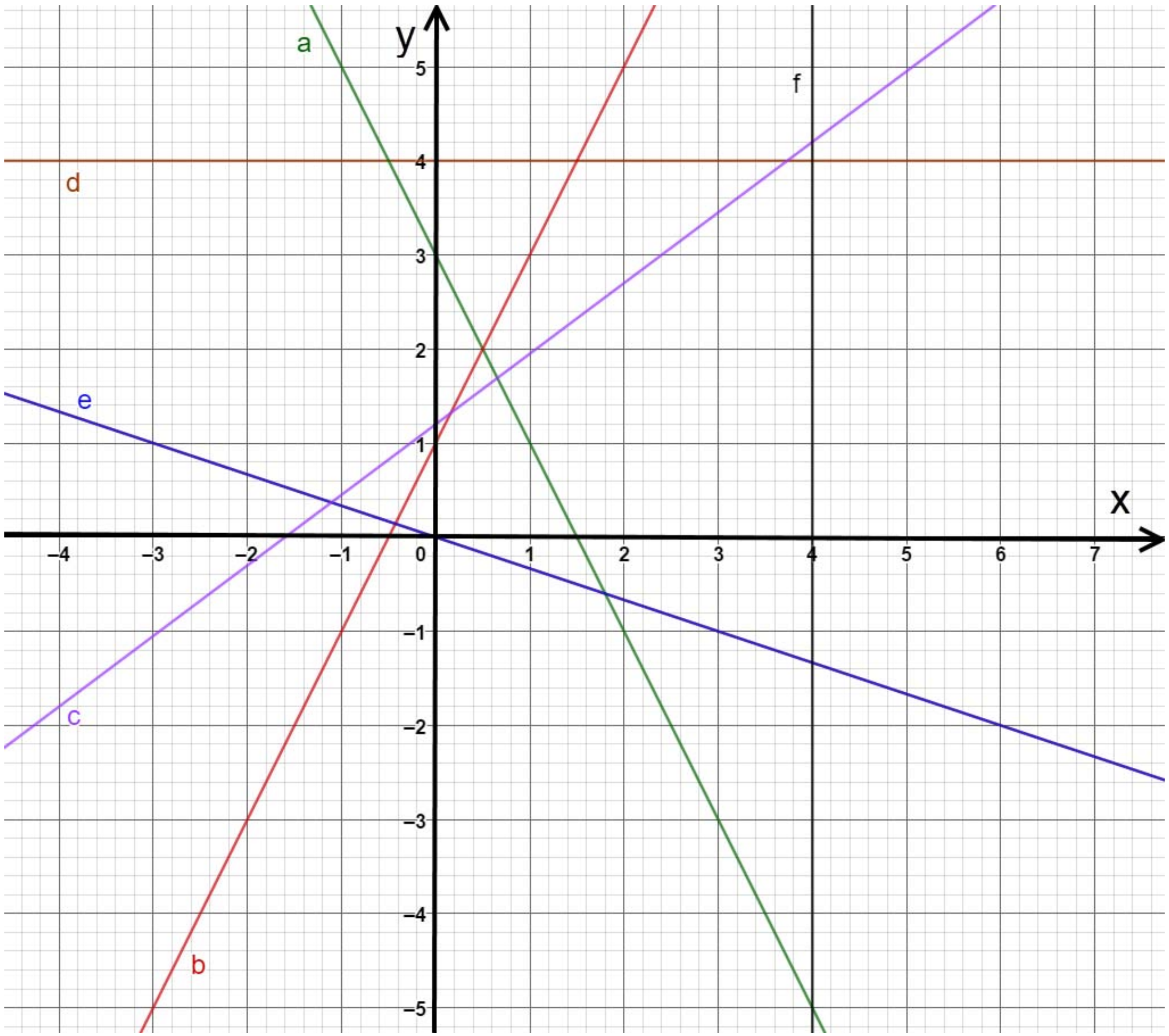
3. Voici un tableau associé à une fonction du premier degré du type $f(x) = mx + p$. Déterminer l'expression analytique de la fonction.

x	$f(x)$
-3	1
-2	1
-1	1
0	1
1	1
2	1
3	1

x	$f(x)$
-3	2,5
-2	2
-1	1,5
0	1
1	0,5
2	0
3	-0,5

x	$f(x)$
-3	-1
-2	0
-1	1
0	2
1	3
2	4
3	5

4. Pour chacun des cas suivants, détermine l'expression analytique de la fonction du premier degré $x \mapsto mx + p$ à partir de sa représentation graphique.



$a: x \mapsto$
$b: x \mapsto$
$c: x \mapsto$
$d: x \mapsto$
$e: x \mapsto$
$f: x \mapsto$

Fiche 16 :

Déterminer l'expression analytique (4e année)

1. Dans chacun des cas suivants, détermine l'expression analytique de la fonction f du deuxième degré :

   a. dont les zéros valent -2 et 3 et dont l'ordonnée à l'origine est 3.

   b. telle que $f\ (-1) = \ 0, f\ (2) = 0$ et $f\ (0) = 4$.

2. On considère la fonction de référence $f\colon\ x \to x^2$. A l'aide de transformées de cette fonction, détermine l'expression analytique d'une fonction du deuxième degré qui admet un maximum en $x = -3$ et dont la valeur est égale à -1.

3. Dans chacun des cas suivants, détermine b et c pour que le graphique de $f\colon x \to x^2 + bx + c$ réponde aux conditions suivantes :

   a. $(2\,;0)$ et $(0\,;-7)$ appartiennent au graphique ;

   b. $(-1\,;5)$ est l'extrémum ;

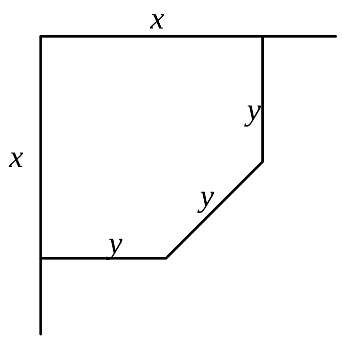
   c. $(3\,;0)$ appartient au graphique et $x = -1$ est l'axe de symétrie ;

   d. $f(-4) = 0$; $f(1) = 0$ et $f(0) = 0{,}5$;

   e. admette 3 et 5 comme zéros et 6 comme ordonnée à l'origine.

4. Un éleveur souhaite aménager pour ses poules un enclos rectangulaire de $300\ m^2$ qui longe un mur d'enceinte. Il veut déterminer les dimensions de cet enclos pour que la longueur du treillis utilisé soit minimale (on ne met pas de treillis le long du mur). Si x est une dimension de l'enclos, exprime la fonction f qui à chaque réel x associe la longueur du treillis.

5. Une entreprise fabrique des meubles d'angle sur mesures, d'après le modèle suivant. Certains clients imposent la valeur du côté x, d'autres celle du pan y. Établir les deux formules liées à ce problème (x en fonction de y et y en fonction de x).



2.5. DU TAUX D'ACCROISSEMENT (TAUX DE VARIATION) AU NOMBRE DÉRIVÉ

Dans l'introduction de ce chapitre, nous avons mis en évidence les apports d'une approche spiralaire. Le parcours d'apprentissage et d'appropriation du concept « Taux d'accroissement » permet d'illustrer cette spirale de la 3e à la 5e.

Lorsque deux valeurs sont en relation, une variation des valeurs de la variable indépendante entraine une variation des valeurs correspondantes de la variable dépendante. Il est alors possible de définir le taux d'accroissement comme étant le rapport entre ces deux accroissements.

Le taux d'accroissement est une notion abordée pour la première fois en 3ème dans le cadre de la fonction du premier degré. Il peut être lu à partir du graphique de la fonction du premier degré ou de son expression analytique (valeur du paramètre m). Il peut être calculé à partir d'un tableau de nombres et devient un outil permettant de justifier que le modèle mathématique correspondant est une fonction du premier degré (taux d'accroissement constant). Son signe traduit la croissance ou décroissance de la fonction. Sa valeur caractérise la « vitesse » à laquelle la fonction croit ou décroit.

En 4e, le taux d'accroissement peut être révisé lors de l'étude de la fonction du deuxième degré. Pour cette classe de fonctions, on observe que le taux d'accroissement n'est plus constant. Il peut être étendu aux accroissements seconds. Si les accroissements seconds de la fonction sont constants pour les mêmes accroissements de la variable indépendante, la fonction est du deuxième degré.

Il devient un outil permettant de vérifier à partir de données numériques s'il s'agit d'une fonction du deuxième degré : on utilise le taux d'accroissement second.

En géométrie analytique plane, ce taux d'accroissement sera appelé pente ou coefficient angulaire de la droite.

Pour terminer ce parcours, en 5e, on définit le taux d'accroissement instantané (nombre dérivé de la fonction pour une valeur de x) et on précise la signification et l'interprétation du taux d'accroissement moyen sur un intervalle.

2.6. VERS LE TABLEAU DE SIGNES

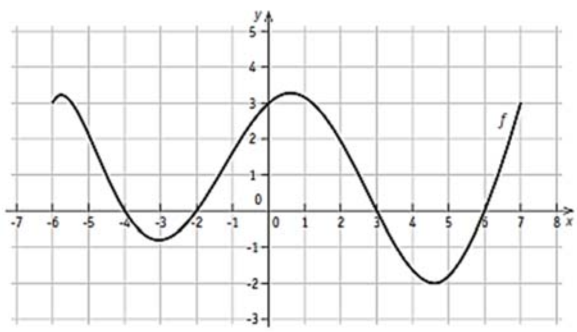
La résolution de la question 8 qui est visée dans cette section repose sur l'identification visuelle des zéros de la fonction, de la valeur nulle qu'ils impliquent dans certaines cases du tableau et de leur rôle de « séparateur » de signes dans le tableau. Une autre approche consiste à considérer le tableau de signes à compléter comme un tableau de valeurs « simplifié » pour lequel on ne s'intéresse qu'au signe des valeurs obtenues.

On constate que pour parvenir à résoudre ce type d'exercices, il importe que l'élève maitrise les notions d'abscisse, d'ordonnée, de valeurs d'une fonction et plus généralement la lecture d'informations sur la représentation graphique d'une fonction.

La notion de tableau de signes sera réinvestie et étoffée en 4e année dans l'UAA5 (signe de la fonction du deuxième degré, inéquations du deuxième degré) ainsi qu'en 5e et 6e années à de multiples occasions dans des matières liées aux notions de l'analyse : limites et asymptotes, dérivées.

QUESTION 8

À partir du graphique de la fonction f dont le domaine est $[-6 ; 7]$,



COMPLÈTE le tableau de signes de cette fonction.

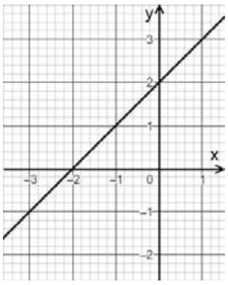
x	-6		-4		-2		3		6		7
$f(x)$											

Fiche 17 :

Vers le tableau de signes (3e année)

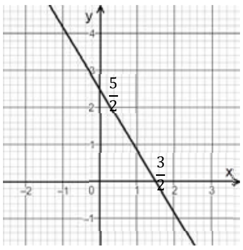
Établis le tableau de signes des fonctions f suivantes à partir de leur graphique.

a.



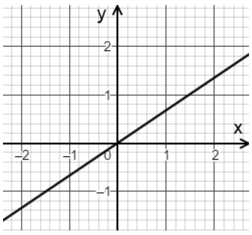
x	
$f(x)$	

b.



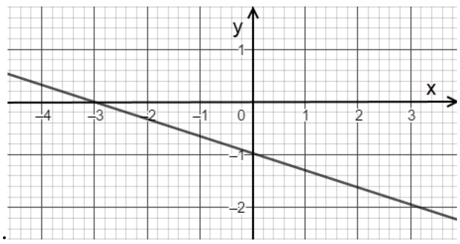
x	
$f(x)$	

c.



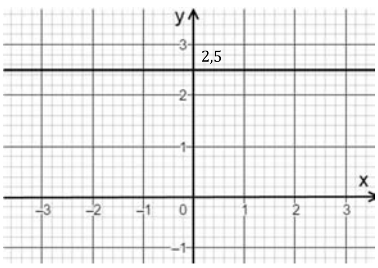
x	
$f(x)$	

d.



x	
$f(x)$	

e.



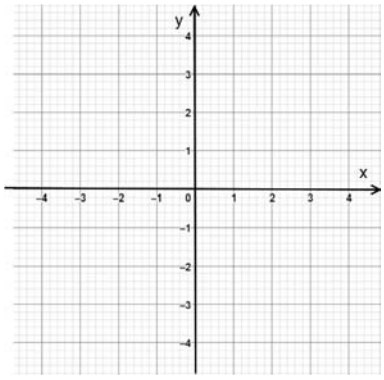
x	
$f(x)$	

Fiche 18 :

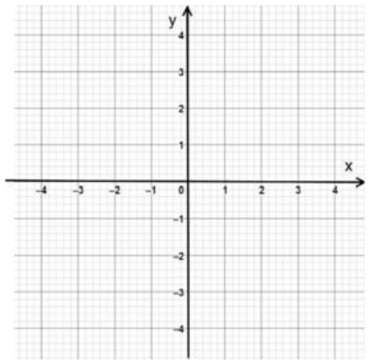
Vers le tableau de signes (3^e année)

Trace, à partir du tableau de signes, des fonctions $f(x) = mx + p$, un graphique possible.

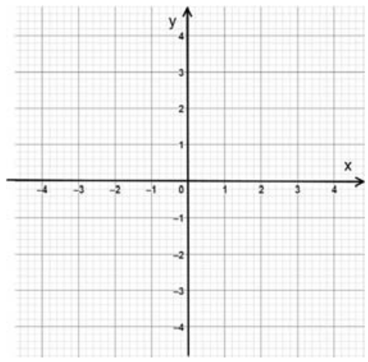
x		-3	
f(x)	-	0	+



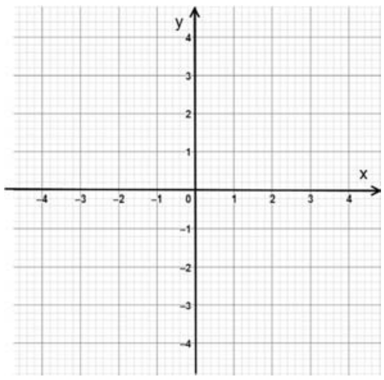
x		3	
f(x)	-	0	+



x		3	
f(x)	+	0	-



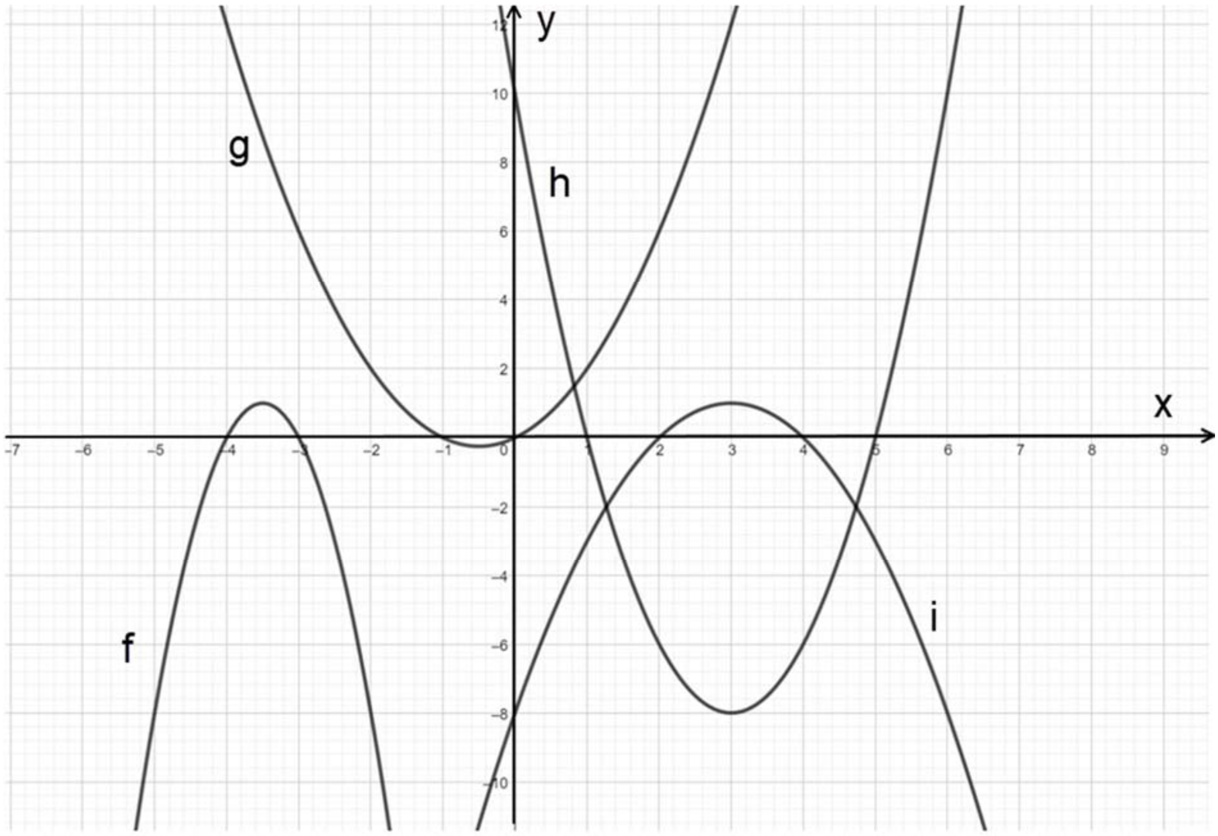
x	
f(x)	-



Fiche 19 :

Vers le tableau de signes (4e année)

On donne quatre représentations graphiques de paraboles.



a. Détermine l'expression analytique de chaque parabole (sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$).

b. Réalise le tableau de signes de chaque fonction.

c. Sépare les paraboles/fonctions en deux familles.

d. Dans chaque famille, que peut-on dire sur la valeur du coefficient a?

e. Trouve une règle commune aux deux familles qui relie le signe du coefficient a et le tableau de signes correspondant.

PARTIE 3 :

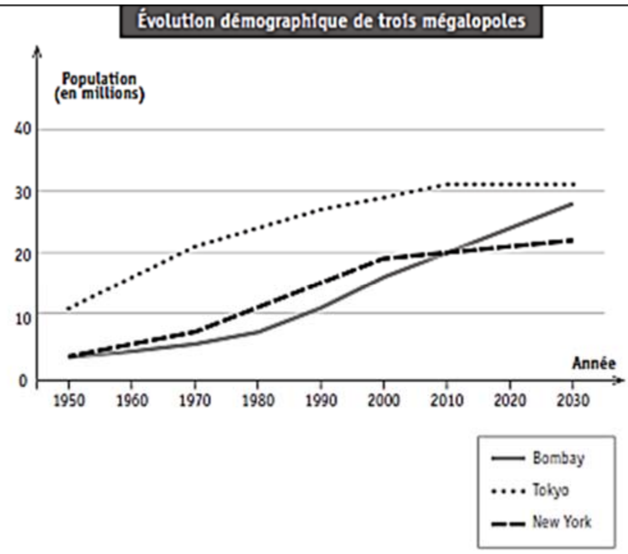
L'ARTICULATION ENTRE LES DIFFÉRENTS REGISTRES

3.1. LES CONSTATS ISSUS DE L'ÉPREUVE

La nécessité de réaliser des liens entre les représentations symbolique et graphique des fonctions pose des problèmes aux élèves dans plusieurs situations.

- Tout d'abord, dans la question 2, les élèves doivent donner sens à l'égalité « $p(70) = 24{,}35$ » en référence à un graphique présentant l'évolution démographique de trois grandes villes (voir graphique ci-dessous). Malgré un taux important d'omission à cette question (38%), bon nombre d'erreurs témoignent de difficultés majeures liées à l'écriture symbolique : certains associent le nombre « 70 » à l'année « 1970 » ou le nombre « 24,35 » à une augmentation démographique plutôt qu'à un nombre de personnes.

Question 2



Les difficultés de passer d'une représentation symbolique à l'autre se manifestent également dans les questions n'impliquant pas un contexte mathématique.

- Dans l'item $5a$, il s'agit de traduire, de plusieurs façons, l'information suivante: « Le graphique de la fonction g coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 4 ». A peine la moitié des élèves identifient les deux écritures symboliques correctes :

$g(0) = 4$ et $(0\ ;\ 4)$ est un point du graphique de g.

- Dans la question 6, quatre propositions exprimées en français doivent être exprimées en langage symbolique.

QUESTION 6

Voici plusieurs phrases relatives à des fonctions.
TRADUIS chacune d'elles en une égalité du type $f(\ldots) = \ldots$

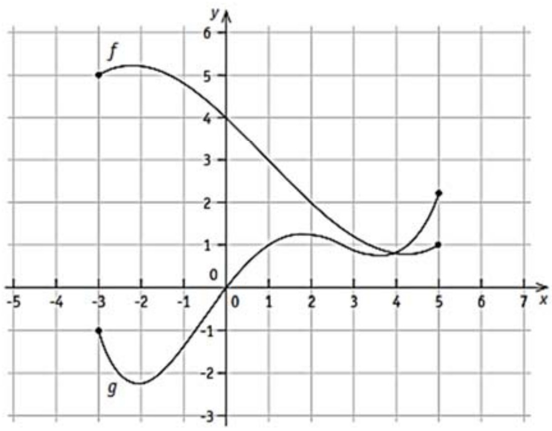
L'image de 2 par la fonction f est 5.	$f(\_\_) = \_\_$
Le réel 7 est un zéro (une racine) de la fonction f.	$f(\_\_) = \_\_$
Le graphique de la fonction f passe par le point de coordonnées (2 ; –3).	$f(\_\_) = \_\_$
Le graphique de la fonction f coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 4.	$f(\_\_) = \_\_$

Seuls 20% des élèves parviennent à exprimer symboliquement ces 4 propositions.

- Enfin, dans la question 11 (item 11b et 11c), les élèves doivent résoudre une équation (item 11c) ou une inéquation (item 11b), sur la base de représentations graphiques de deux fonctions.

QUESTION 11

Sur le graphique ci-dessous, les fonctions f et g sont représentées.



D'après la lecture de ce graphique, **DÉTERMINE** toutes les valeurs de x pour lesquelles :

b) $f(x) \geq g(x)$
Cette inégalité est vraie lorsque x appartient à l'intervalle ________

c) $f(x) - g(x) = 2$
Cette égalité est vraie lorsque x = ______

- Si l'item 11b est considéré d'un niveau adapté par une large majorité d'enseignants, l'item 11c a été jugé difficile par plus d'un tiers d'entre eux. Pourtant, si l'on analyse les pourcentages de réussite à ces deux items (37% et 39%), ces derniers sont d'une difficulté équivalente. A nouveau ici, on peut penser que la difficulté principale consiste à traduire le symbolisme mathématique tel que $f(x) \geq g(x)$ ou $f(x) - g(x) = 2$ en référence aux informations fournies par les représentations graphiques des fonctions $f(x)$ et $g(x)$.

Ces différentes analyses montrent que les liens entre le langage courant, la représentation graphique et le langage symbolique sont très compliqués pour une grande majorité d'élèves.

3.2. INTENTIONS ET COMMENTAIRES

Il est possible de donner d'une fonction plusieurs représentations différentes :

- **verbalement** (en la décrivant avec des mots)

  Exemple : Pour fabriquer des tee-shirts, un atelier investit un montant de 2800 euros pour l'équipement et les machines. Chaque lot de 100 tee-shirts lui coute alors 320 euros en matières premières et en salaires. Le cout total de fabrication C dépend du nombre de centaines de tee-shirts n.

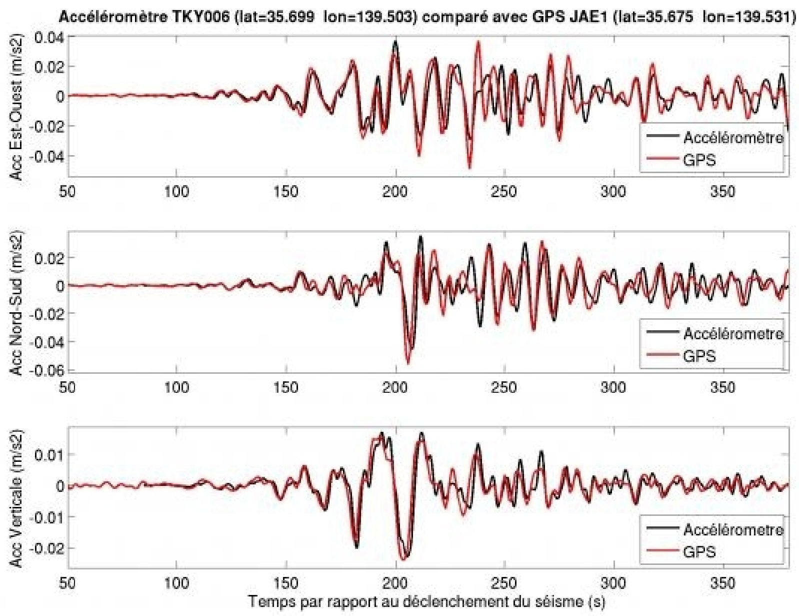
- **numériquement** (en présentant un tableau de valeurs)

  Exemple : La population mondiale P dépend du temps t. Le tableau ci-dessous donne une estimation de cette population mondiale $P(t)$ au temps t, pour quelques années. Ainsi, $P(1990)$= 5 284 000 000. A chaque valeur de la variable t correspond une valeur de P, on dit que P dépend de t.

Année	Population (en millions)
1900	1650
1910	1700
1920	1860
1930	2070
1940	2300
1950	2520
1960	3042
1970	3712
1980	4553
1990	5284
2000	6092
2010	6870

- **visuellement** (en montrant son graphique)

  Exemple : L'accélération verticale a du sol telle qu'elle est mesurée par un sismographe durant un tremblement de terre est une fonction du temps. La figure ci-dessous montre trois graphiques de l'activité sismique telle qu'elle a été enregistrée durant le tremblement de terre qui a frappé le Japon le 11 mars 2011.



Source : Actualités du CNRS-INSU
http://www.insu.cnrs.fr/node/2072?page=0,4

- **algébriquement** (en la définissant par une expression analytique)

  Exemple : Le volume d'une sphère dépend du rayon de celle-ci. C'est la formule $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ qui exprime la règle qui lie *r* et *V*. A chaque valeur positive de *r* est associée une valeur positive de *V*, on dit que *V* est fonction de *r*.

C'est en passant d'une représentation à une autre qu'on la connaît davantage. Or les résultats de l'épreuve non certificative montrent que les élèves éprouvent des difficultés à passer d'un type de représentation à l'autre. C'est la raison pour laquelle cette thématique est développée.

3.3. ACTIVITÉS

Grâce aux fiches suivantes, l'élève apprend à articuler les différentes représentations d'une fonction. Dans les fiches 20 à 28, l'élève est amené à traduire dans les différents registres les caractéristiques de la fonction f(x)= mx +p :

- zéro
- ordonnée à l'origine
- taux d'accroissement
- tableau de valeurs
- graphique
- expression analytique

Dans ces fiches, l'utilisation du terme « antécédent » peut faciliter la communication.

Les fiches 29 à 33 correspondent à des situations de transfert.

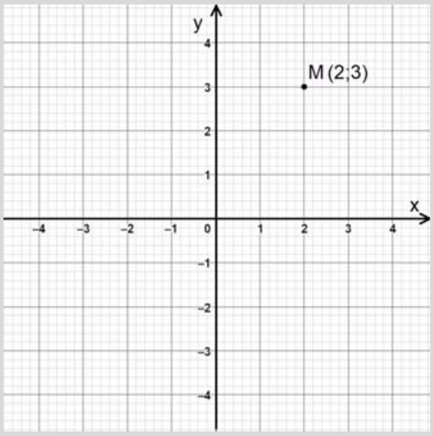
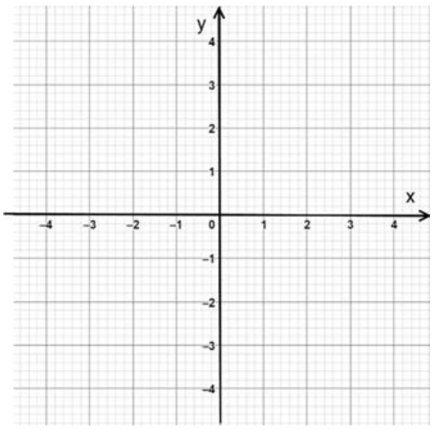
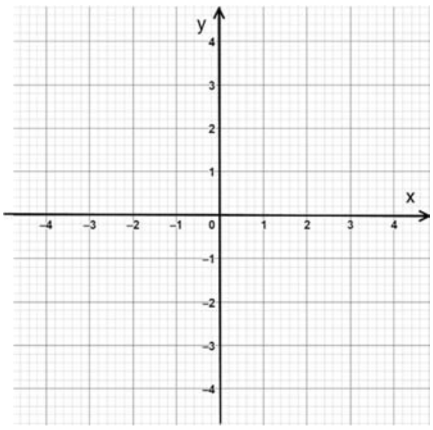
Etant donné que les difficultés identifiées dans l'épreuve concernaient principalement le premier degré, une majorité de fiches sont centrées sur ces fonctions. Toutefois, à la fin du document, se trouvent quelques fiches centrées sur le deuxième degré (fiches 32 et 34 à 38). D'autres idées d'activités ciblées sur le deuxième degré sont développées dans les pistes didactiques de 2011, et plus spécifiquement aux pages 23 à 31 :

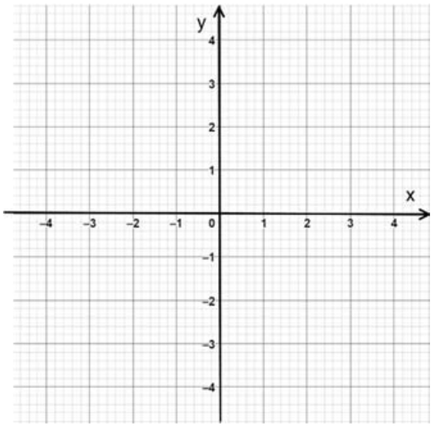
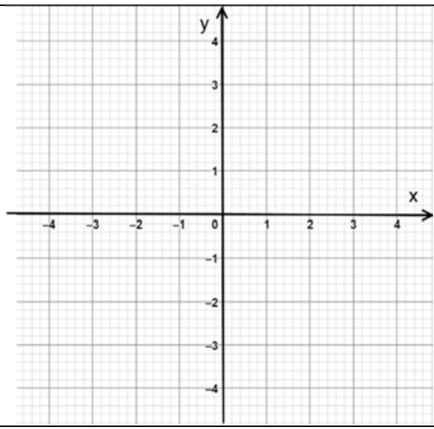
http://www.enseignement.be/index.php?page=25102&navi=3207

Fiche 20 :

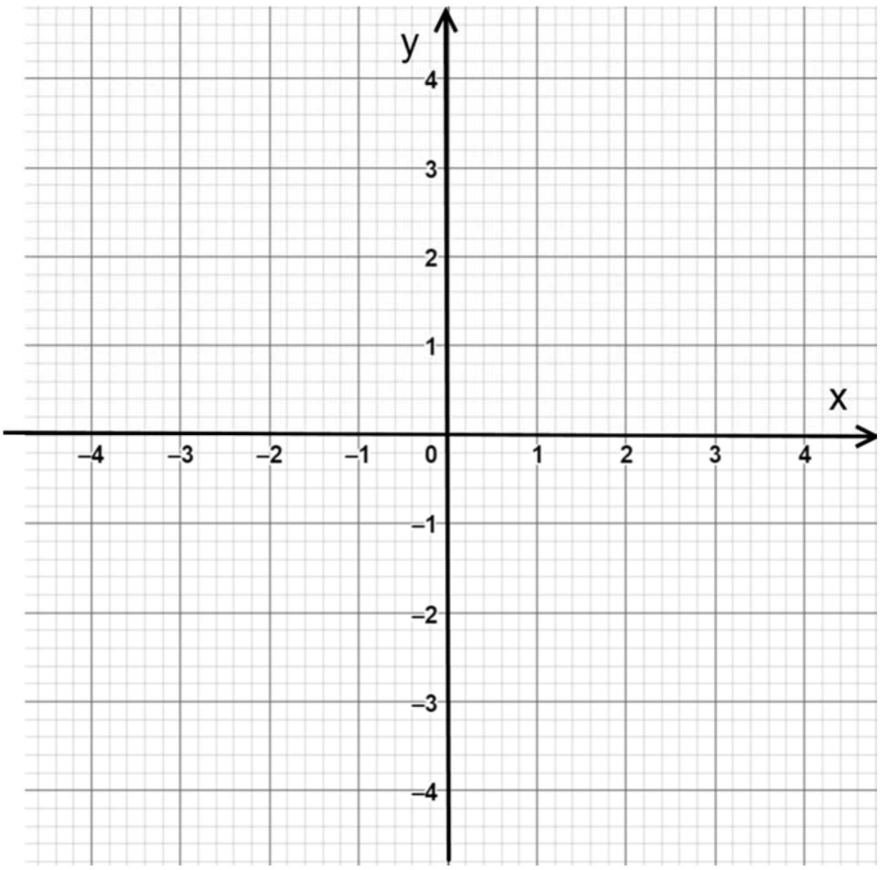
Exprimer qu'un nombre est l'image d'un autre par une fonction du 1er degré (3^{e} année)

1. **COMPLÈTE** les pointillés et **PLACE** le point M sur le graphique :

Langage symbolique formel	Langage littéraire	Tableau de valeurs	Graphique
$f(2) = 3$	L'image de 2 par la fonction f est 3 ou 2 a pour image 3 par la fonction f.	x | $f(x)$ 2 | 3	 Le point M de coordonnées (2 ; 3) appartient au graphique de la fonction f.
…(…) = …	… ou …	x | …(x)	 Le point M de coordonnées (-1 ; 3) appartient au graphique de la fonction g.
…(…) = …	L'image de … par la fonction … est … ou -2 a pour image -3 par la fonction h.	x | …(x)	 Le point M de coordonnées (… ; …) appartient au graphique de la fonction … .

<table>
<tr>
<td>…(…) = …</td>
<td>…
ou
…</td>
<td><table><tr><td>x</td><td>i(x)</td></tr><tr><td>3</td><td>-1</td></tr></table></td>
<td></td>
<td>Le point M de coordonnées (… ; …) appartient au graphique de la fonction … .</td>
</tr>
<tr>
<td>j(1) = 2</td>
<td>…
ou
…</td>
<td><table><tr><td>x</td><td>...(x)</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td>
<td></td>
<td>Le point M de coordonnées (… ; …) appartient au graphique de la fonction … .</td>
</tr>
</table>

2. **COMPLÈTE** le tableau de valeurs et **REPRÉSENTE** graphiquement la fonction du premier degré f sachant que l'image de 3 par la fonction f vaut 2 et que l'antécédent de -1 vaut -3.

<table>
<tr><th>Tableau de valeurs</th><th>Graphique</th></tr>
<tr>
<td><table><tr><td>x</td><td>f(x)</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Fiche 21 :

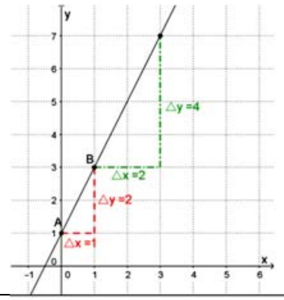
Déterminer le taux d'accroissement (m) d'une fonction

$f(x) = mx + p$

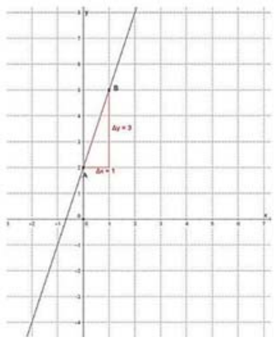
(3e année)

<table>
<tr><td colspan="3">COMPLÈTE selon l'exemple.</td></tr>
<tr><td>Pour les fonctions du premier degré</td><td>Tableau de valeurs</td><td>Graphique</td></tr>
<tr><td>$f(x) = \mathbf{2}x + 1$

$m = \mathbf{2}$</td><td>
<table>
<tr><td colspan="2">f(x)= 2 x+1</td></tr>
<tr><td>x</td><td>f(x)</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>3</td></tr>
<tr><td>2</td><td>5</td></tr>
<tr><td>3</td><td>7</td></tr>
</table>
+1 +1 +2 / +2 +2 +4

$m = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = 2$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$f(x) = \mathbf{3}x + 2$

$m = \ldots$</td><td>
<table>
<tr><td colspan="2">f(x)= 3 x+2</td></tr>
<tr><td>x</td><td>f(x)</td></tr>
<tr><td>-1</td><td>-1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>2</td></tr>
<tr><td>1</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>8</td></tr>
</table>
+1 +1 +2 / +... +... + ...

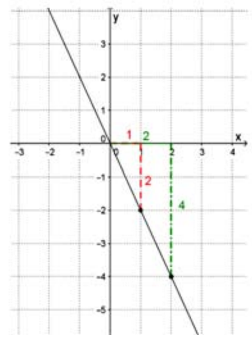
$m = \frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots} = \cdots$</td><td></td></tr>
</table>

$$f(x) = -2x$$

$$m = \dots$$

$f(x) = -\mathbf{2}\,x$	
x	$f(x)$
-1	2
0	0
1	-2
2	-4

$$m = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$



Pour les fonctions constantes	Tableau de valeurs	Graphique

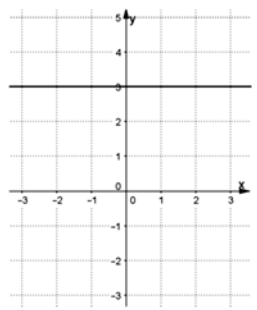
$$f(x) = 3$$

$$m = \mathbf{0}$$

$$car\ f(x) = 0x + 3$$

f(x) = **3**	
x	f(x)
0	3
1	3
2	3
3	3

$$m = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$



GÉNÉRALISE tes observations :

Comment trouves-tu le taux d’accroissement quand on te donne :

- une expression analytique ?
- un tableau de valeurs ?
- un graphique ?

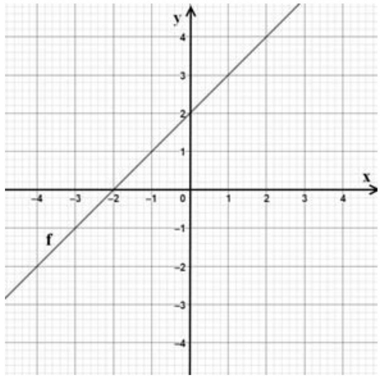
Fiche 22 :

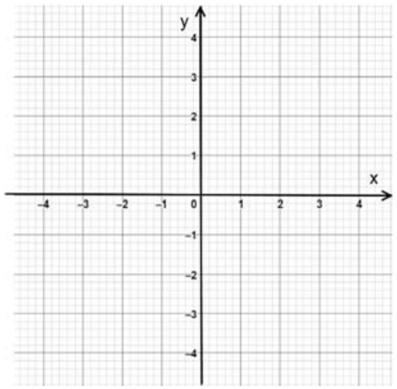
Déterminer l'ordonnée à l'origine (p) d'une fonction

$f(x) = mx + p$

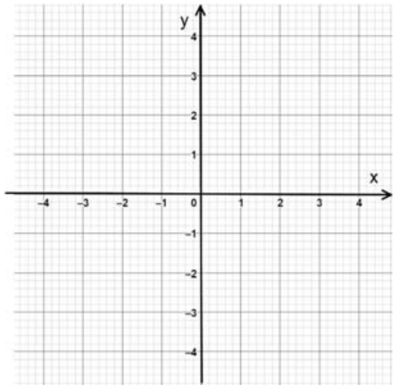
(3e année)

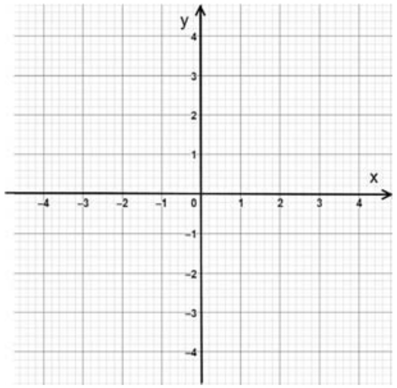
<table>
<tr><td colspan="4">COMPLÈTE selon l'exemple puis GÉNÉRALISE.</td></tr>
<tr><th>Expression analytique</th><th>Ordonnée à l'origine</th><th>Tableau de valeurs</th><th>Graphique</th></tr>
<tr><td>$f(x) = x + \mathbf{2}$</td><td>L'ordonnée à l'origine vaut 2.

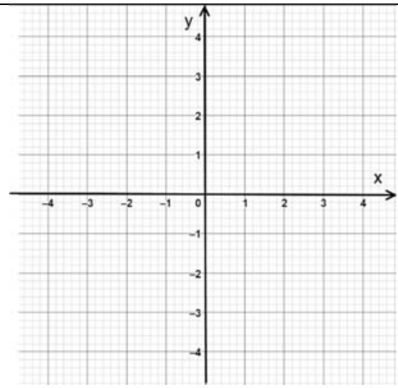
$p = \mathbf{2}$</td><td><table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>-</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td></tr></table></td><td>
Le point de coordonnées (0 ; 2) appartient au graphique de la fonction f.</td></tr>
<tr><td>$f(x) = 3x + ...$</td><td>L'ordonnée à l'origine vaut -1.

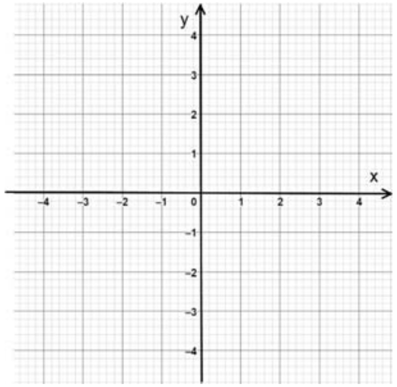
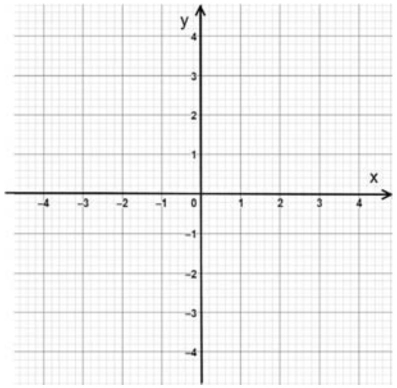
p = …</td><td><table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td><td>
Le point de coordonnées (... ; ...) appartient au graphique de la fonction f.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>f(x) = -3x + ...</td>
<td>L’ordonnée à l’origine vaut 0.

p = …</td>
<td><table><tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td>
<td></td>
<td>Le point de coordonnées (... ; ...) appartient au graphique de la fonction f.</td>
</tr>
<tr>
<td>f(x) = $\frac{3}{2}$x + ...</td>
<td>L’ordonnée à l’origine vaut … .

p = …</td>
<td><table><tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr><tr><td>0</td><td>-2</td></tr></table></td>
<td></td>
<td>Le point de coordonnées (... ; ...) appartient au graphique de la fonction f.</td>
</tr>
<tr>
<td>f(x) = -x + $\frac{1}{2}$</td>
<td>L’ordonnée à l’origine vaut … .

p = …</td>
<td><table><tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td>
<td></td>
<td>Le point de coordonnées (... ; ...) appartient au graphique de la fonction f.</td>
</tr>
</table>

f(x) = -2x + ...	L’ordonnée à l’origine vaut … . p = …	x | f(x)		Le point de coordonnées **(0 ; 3)** appartient au graphique de la fonction f.
f(x) = 2x + ...	L’ordonnée à l’origine vaut … . p = …	x | f(x)		Le point de coordonnées (... ; ...) appartient au graphique de la fonction f.

GÉNÉRALISE tes observations :

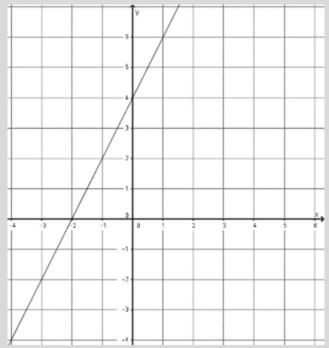
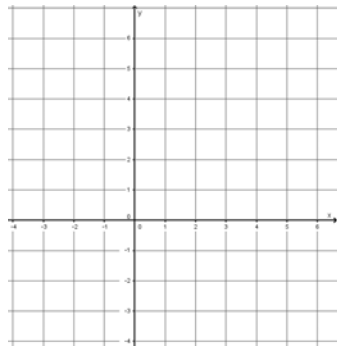
Comment trouves-tu l’ordonnée à l’origine quand on te donne :

- une expression analytique ?
- un tableau de valeurs ?
- un graphique ?

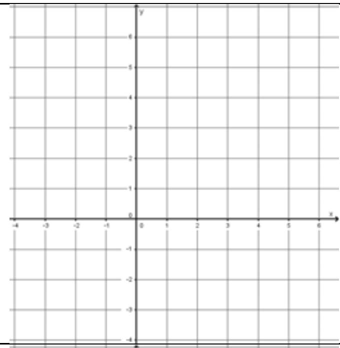
Fiche 23 :

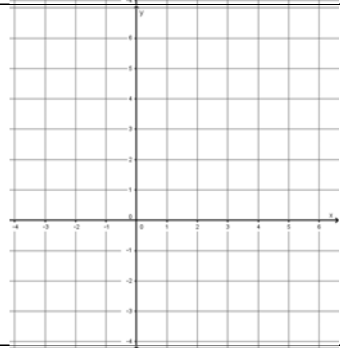
Déterminer le zéro d'une fonction du premier degré (3^{e} année)

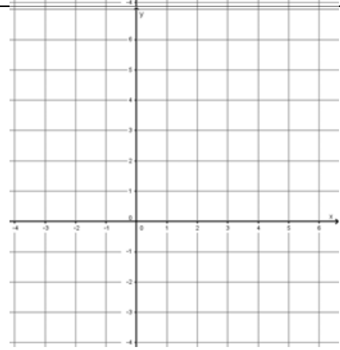
COMPLÈTE en te basant sur l'exemple l'exemple puis **GÉNÉRALISE.**

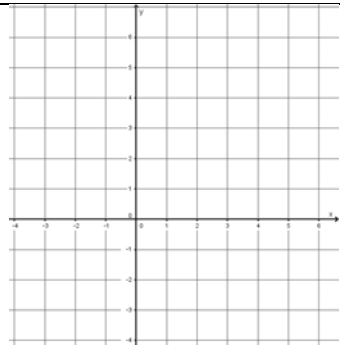
Expression analytique	Zéro de la fonction (ou racine)	Tableau de valeurs	Graphique	
f(x) = 2x + 4	Pour calculer le zéro de la fonction, on résout l'équation **2x + 4=0**. Résolution : $2x + 4 = 0$ $2x = -4$ $x = \frac{-4}{2}$ $x = -2$ Le zéro de la fonction vaut **-2**.	x | $f(x)$ -2 | 0 -1 | 2		Le point de coordonnées **(-2 ;0)** appartient au graphique de la fonction f.
f(x) = 3x -1	Pour calculer le zéro de la fonction, on résout l'équation ... Résolution : Le zéro de la fonction vaut … .	x | $f(x)$		Le point de coordonnées .... appartient au graphique de la fonction f.

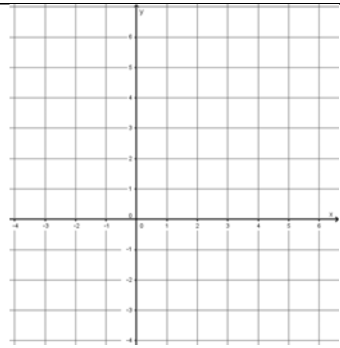
<table>
<tr>
<td>f(x) = -3x</td>
<td>Pour calculer le zéro de la fonction, on résout l’équation
…
Résolution :

Le zéro de la fonction vaut … .</td>
<td><table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td>
<td></td>
<td>Le point de coordonnées ……………. appartient au graphique de la fonction f.</td>
</tr>
<tr>
<td>f(x) = $\frac{3}{2}$x - 2</td>
<td>Pour calculer le zéro de la fonction, on résout l’équation
…
Résolution :

Le zéro de la fonction vaut … .</td>
<td><table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td>
<td></td>
<td>Le point de coordonnées ……………. appartient au graphique de la fonction f.</td>
</tr>
<tr>
<td>f(x) = -x + $\frac{1}{2}$</td>
<td>Pour calculer le zéro de la fonction, on résout l’équation
…
Résolution :

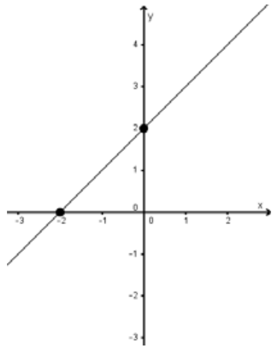
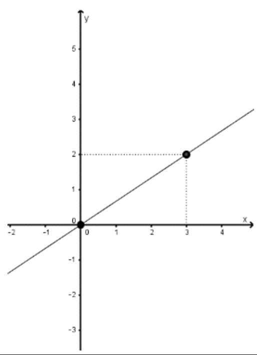
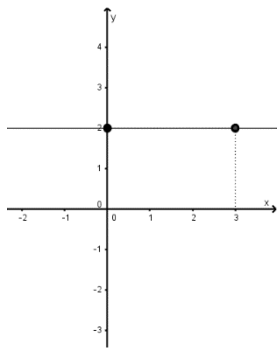
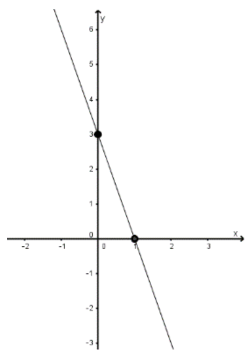
Le zéro de la fonction vaut … .</td>
<td><table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td>
<td></td>
<td>Le point de coordonnées ……………. appartient au graphique de la fonction f.</td>
</tr>
</table>

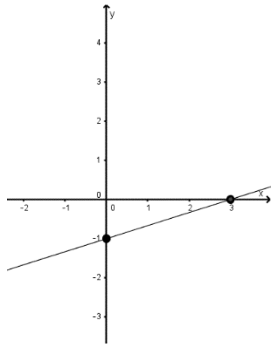
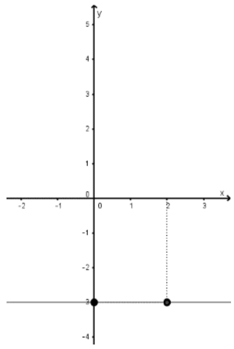
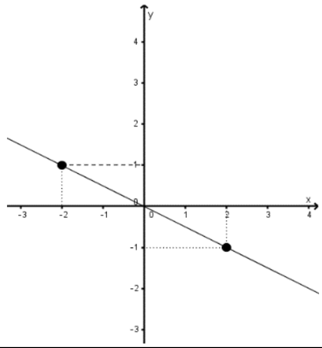
<table>
<tr>
<td>f(x) = ...</td>
<td>Le zéro de la fonction vaut 0,
c’est la solution de l’équation :
…</td>
<td><table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td>
<td></td>
<td>Le point de coordonnées
(… ;…) appartient au
graphique de la fonction f.</td>
</tr>
<tr>
<td>f(x) = ...</td>
<td>Pour calculer le zéro de la
fonction, on résout l’équation
...
Résolution :

Le zéro de la fonction vaut $\mathbf{\frac{1}{2}}$.</td>
<td><table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td>5</td><td>2</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td>
<td></td>
<td>Le point de coordonnées
(…;…) appartient au
graphique de la fonction f.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="5">GÉNÉRALISE tes observations :</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="5">Comment trouves-tu le zéro d’une fonction du 1^e degré quand on te donne :
une expression analytique ?
un tableau de valeurs ?
un graphique ?</td>
</tr>
</table>

Fiche 24 :

Écrire l'expression analytique d'une fonction
$f(x) = mx + p$ à partir de son graphique
(3^e année)

Détermine l'expression analytique des fonctions dont la représentation graphique est la droite donnée.	
Expression analytique	Graphique
$f\ (x)\ =\ \dots$	
$f\ (x)\ =\ \dots$	
$f\ (x)\ =\ \dots$	
$f\ (x)\ =\ \dots$	

<table>
<tr><td>$f\,(x)\;=\;\ldots$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$f\,(x)\;=\;\ldots$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$f\,(x)\;=\;\ldots$</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Comment déterminer l’expression analytique d’une fonction $f(x) = mx + p$ à partir de son graphique ?</td></tr>
</table>

Fiche 25 :

Écrire l’expression analytique d’une fonction
$f(x) = mx + p$ à partir d’un tableau de valeurs
(3^{e} année)

ÉCRIS l’expression analytique d’une fonction correspondant aux tableaux de valeurs donnés.	
Expression analytique	Tableau de valeurs
$f\ (x) = \ ...$	$\begin{array}{c\|c} x & f(x) \\ \hline -1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 1 & 6 \\ 2 & 8 \end{array}$
$f\ (x)\ =\ ...$	$\begin{array}{c\|c} x & f(x) \\ \hline -2 & 0 \\ 0 & 3 \\ 2 & 6 \\ 3 & 7.5 \end{array}$
$f\ (x)\ =\ ...$	$\begin{array}{c\|c} x & f(x) \\ \hline 2 & -4 \\ 0 & 0 \\ -2 & 4 \\ -4 & 8 \end{array}$
$f\ (x)\ =\ ...$	$\begin{array}{c\|c} x & f(x) \\ \hline -3 & 2 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 3 & -4 \end{array}$
$f\ (x) = \ ...$	$\begin{array}{c\|c} x & f(x) \\ \hline 3 & 9 \\ 4 & 11 \\ 6 & 15 \\ 8 & 19 \end{array}$
$f\ (x)\ =\ ...$	$\begin{array}{c\|c} x & f(x) \\ \hline -4 & 9 \\ -2 & 5 \\ -1 & 3 \\ 2 & -3 \end{array}$
$f\ (x)\ =\ ...$	$\begin{array}{c\|c} x & f(x) \\ \hline -1 & 4 \\ 0 & 4 \\ 1 & 4 \\ 2 & 4 \end{array}$
Comment déterminer une expression analytique d’une fonction f(x)=mx+p à partir d’un tableau de valeurs ?	

Fiche 26 :

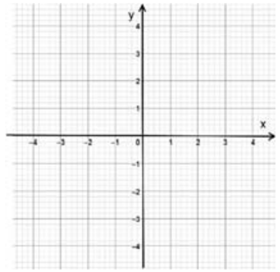
Trouver les caractéristiques manquantes d'une fonction du premier degré (3^{e} année)

COMPLETE le tableau suivant.

<table>
<tr><th>Expression analytique de la fonction f</th><th>Le taux d'accroissement de f vaut …</th><th>L'ordonnée à l'origine du graphique de f vaut …</th><th>Le zéro de f est égal à …</th><th>Tableau de valeurs</th><th>Graphique de f</th></tr>
<tr><td>1) $f(x) = 2x - 3$</td><td>…

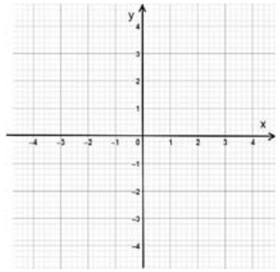
La fonction est
…</td><td>…

Le graphique comprend le point (…;…)</td><td>…

Le graphique comprend le point (…;…)</td><td><table><tr><td>x</td><td>$f(x)$</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td>2) $f(x) =$</td><td>3

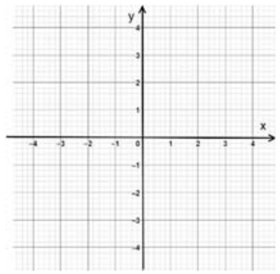
La fonction est
…</td><td>-2

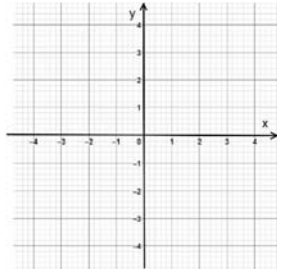
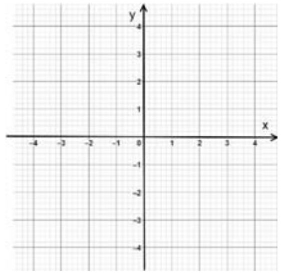
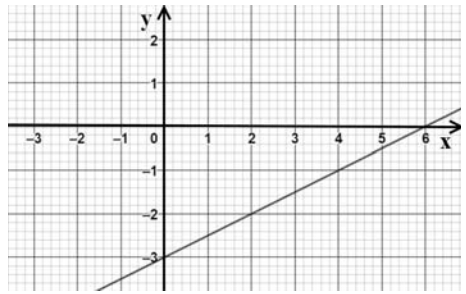
Le graphique comprend le point (…;…)</td><td>…

Le graphique comprend le point (…;…)</td><td><table><tr><td>x</td><td>$f(x)$</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td>3) $f(x) =$</td><td>…

La fonction est
…</td><td>1

Le graphique comprend le point (…;…)</td><td>$\frac{3}{2}$

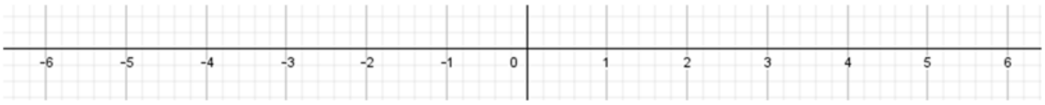
Le graphique comprend le point (…;…)</td><td><table><tr><td>x</td><td>$f(x)$</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Expression analytique de la fonction f</th><th>Le taux d'accroissement de f vaut …</th><th>L'ordonnée à l'origine du graphique de f vaut …</th><th>Le zéro de f est égal à …</th><th>Tableau de valeurs</th><th>Graphique de f</th></tr>
<tr><td>4) $f(x) =$</td><td>-2
La fonction est
…</td><td>…
Le graphique comprend le point (…;…)</td><td>4
Le graphique comprend le point (…;…)</td><td><table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td>5) $f(x) =$</td><td>…
La fonction est
…</td><td>…
Le graphique comprend le point (…;…)</td><td>…
Le graphique comprend le point (…;…)</td><td><table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td>1</td><td>-5</td></tr><tr><td>3</td><td>7</td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td>6) $f(x) =$</td><td>…
La fonction est
…</td><td>…
Le graphique comprend le point (…;…)</td><td>…
Le graphique comprend le point (…;…)</td><td><table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td><td></td></tr>
</table>

Fiche 27 :

Comparer des nombres (3^{e} année)

Comparaison de nombres entiers



1. Complète avec l'un des signes « < » ou « > »

-5 … -3	1 … 3	3 … -3	-1 … -3	-3 … 0
-6 … -8	1 … -3	-3 … 3	-1 … 3	3 … 0

2. Exprime en français
   -3 < 0 : ………………………………….
   3 > 0 : …………………………………..
   n < 0 : …………………………………..
   n > 0 : ……………………………………
3. Classe dans l'ordre croissant les nombres suivants : -3 ; 5 ; -9 ; 2 ; 0
4. Classe dans l'ordre décroissant les nombres suivants : $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{2}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{5}{2}$; $-\frac{5}{2}$

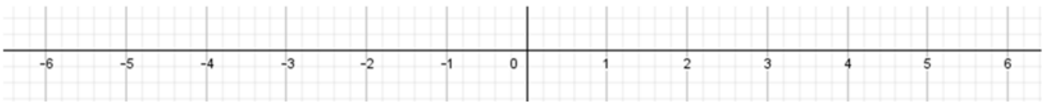
Rappel :

Si deux nombres sont négatifs, le plus petit est celui qui a la plus grande valeur absolue.
Si deux nombres sont de signes différents, le plus petit est le nombre négatif.

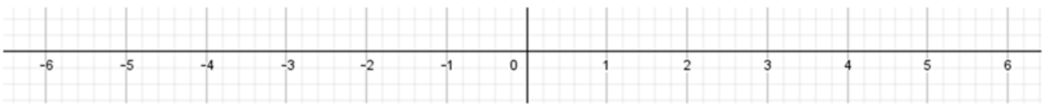
Ordre croissant : du plus petit au plus grand.

5. Sur les droites graduées ci-dessous, colorie l'ensemble des points d'abscisse x vérifiant les inégalités données.

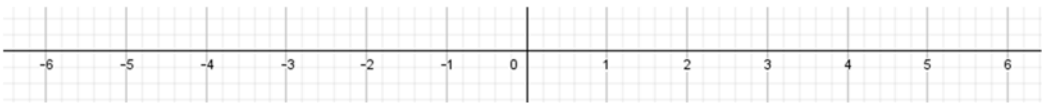
$-5 < x < 2$



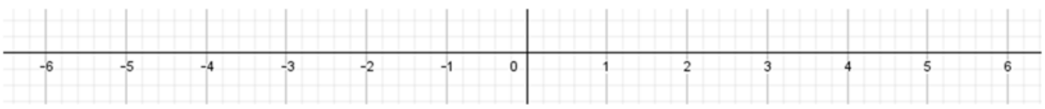
$-6 < x < -2$



$x \geq 2$



$x \leq -1$

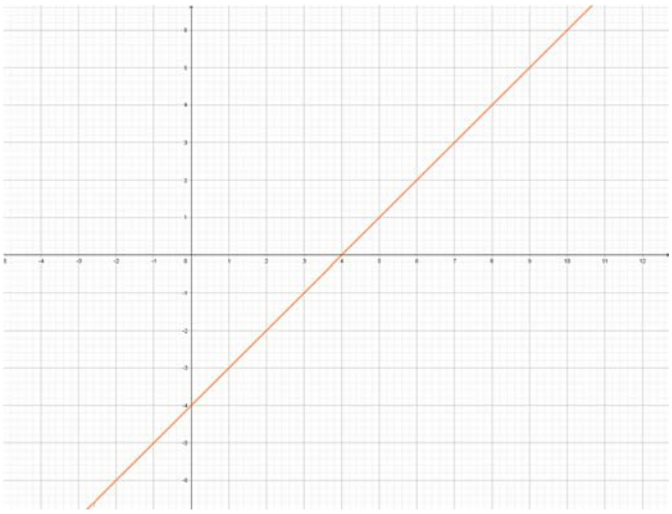


Fiche élèves

Fiche 28 :

Utiliser le graphique d'une fonction pour résoudre une inéquation
(3e année)

1. Voici la représentation graphique de la fonction $f(x) = x - 4$
Sur la droite des abscisses, colorie l'ensemble des points x tels que $x - 4 < 0$



Complète le tableau ci-dessous :

x	f(x)
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

On constate que

- tous les points ayant une abscisse telle que $x - 4 < 0$ ont une ordonnée……..
- tous les points ayant une abscisse telle que $x - 4 > 0$ ont une ordonnée………

On peut écrire :

- Si $x < 4$, alors $f(x) < 0$ (L'image de x est un nombre négatif)
- Si $x > 4$, alors $f(x) > 0$ (L'image de x est un nombre positif)
- Si $x = 4$, alors $f(x) = 0$ (le zéro de la fonction vaut 4)

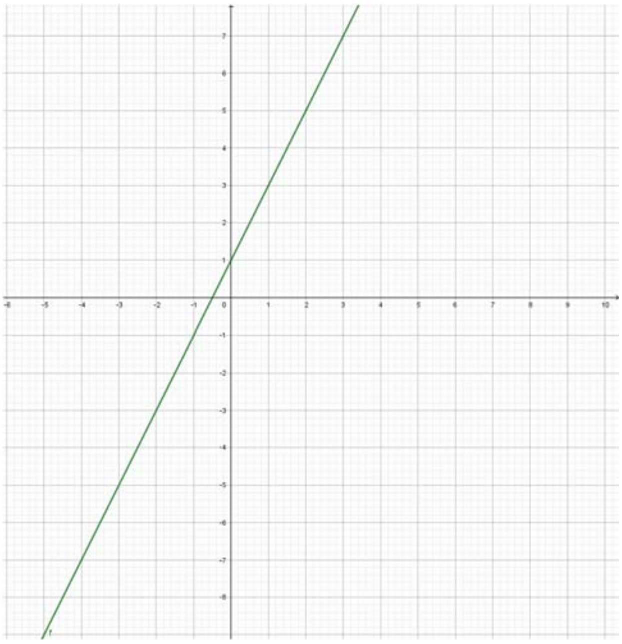
Complète le tableau ci-dessous :

x	-2	$-1{,}3$	0	$1{,}4$	$1{,}8$	$3{,}8$	4	$4{,}1$	20
$f(x)$	$-$	$-$	…	…	…	$-$	0	$+$	…

Le tableau suivant, appelé « tableau de signes », est plus complet, tout en étant plus simple. Tous les points de l'axe des abscisses tels que $x < 4$ ont une image négative, on indique le signe « $-$ » en-dessous de $x - 4$.

x	$x < 4$	4	$x > 4$
$f(x)$	$-$	0	$+$

2. Voici la représentation graphique de la fonction $f(x) = 2x + 1$
Colorie l'ensemble des points d'abscisses x tels que $2x + 1 \geq 0$



Complète le tableau ci-dessous

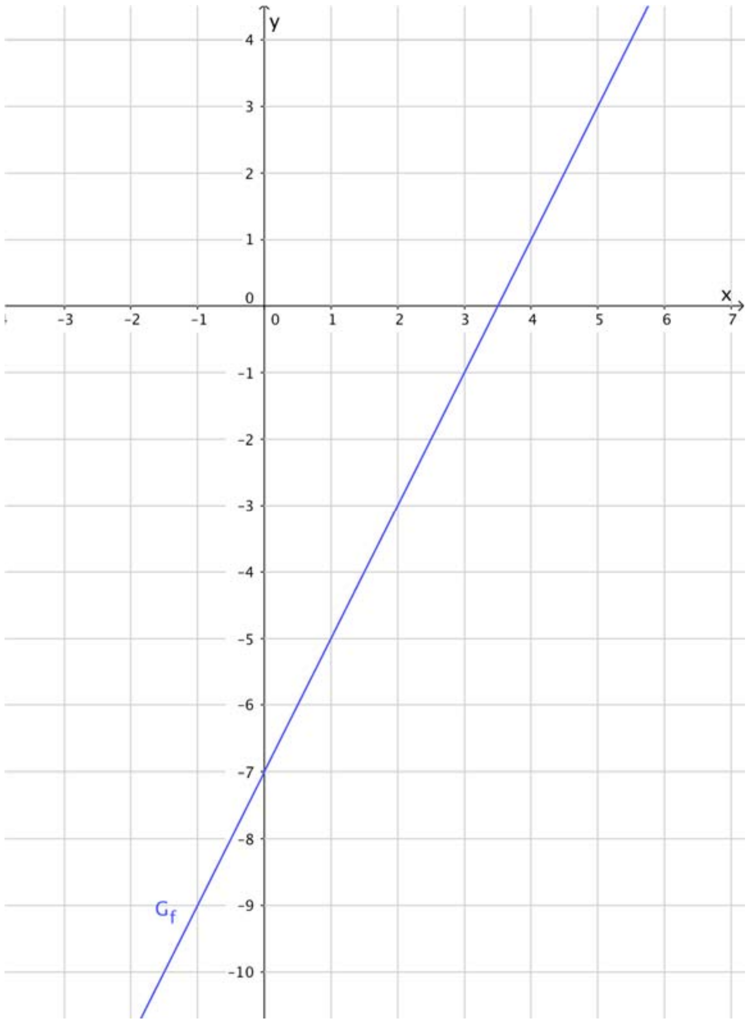
x	f(x)
-2	
-1	
$-\frac{1}{2}$	
0	
$\frac{1}{2}$	
1	
2	

Réalise le tableau de signes.

x			
$f(x)$		0	

3. Soit la fonction f(x)=2x-7

a. surligne en vert l'ensemble des *x* tels que $2x - 7 \geq 0$.



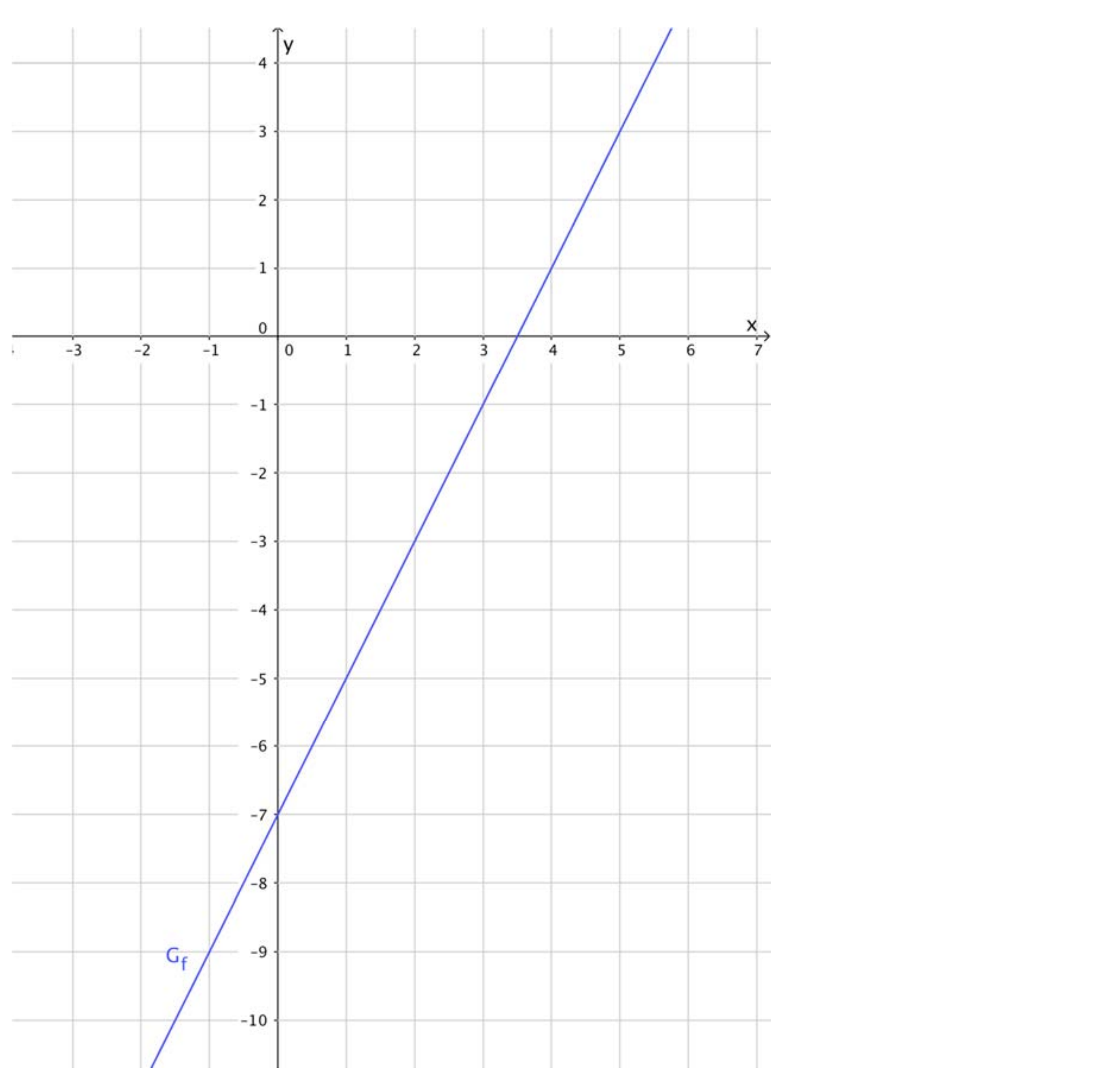
b. Complète le tableau de signes

x	$\frac{7}{2}$
$f(x)$	0

c. Entoure l'intervalle correspondant à l'ensemble des *x* tels que $2x - 7 \geq 0$.

$\left]-\infty, \frac{7}{2}\right[$ $\quad$ $]-\infty, -7[$ $\quad$ $\left]\frac{7}{2}, +\infty\right[$ $\quad$ $]-7, +\infty[$ $\quad$ $[-7, +\infty[$ $\quad$ $\left[\frac{7}{2}, +\infty\right[$

d. Surligne en vert l'ensemble des *x* tels que $2x - 7 \leq 2$. Ecris l'intervalle correspondant.



e. Comment écrire $2x - 7 \leq 2$ sous la forme $mx + p \leq 0$?
f. Sur le graphique ci-dessus, représente la fonction $g(x) = 2x - 9$.
g. Construis le tableau de signes associé à $g(x)$.
h. Détermine l'intervalle dans lequel $2x - 9 \leq 0$ et compare avec ta réponse à la question d).

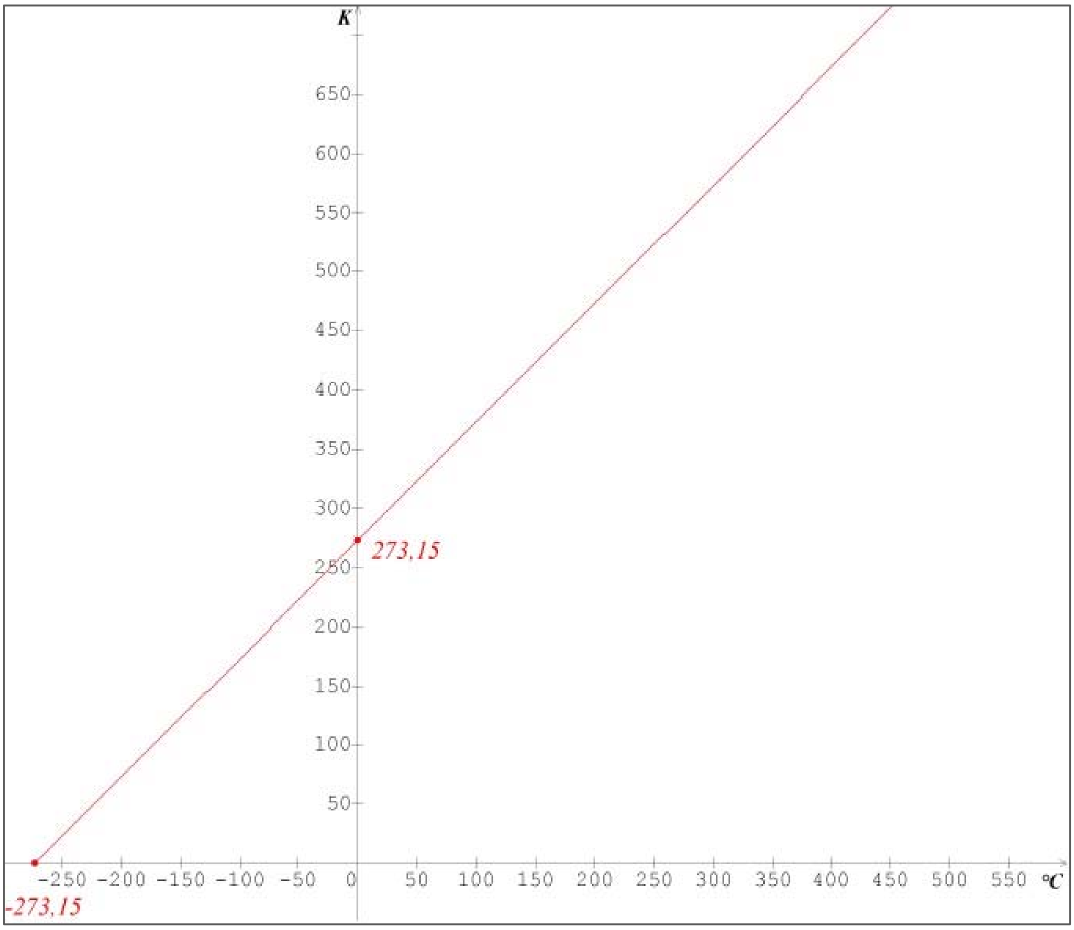
4. Représente les fonctions du premier degré $h(x) = 1 - 4x$ et $i(x) = 3x + 2$. Surligne en vert l'ensemble des *x* tels que $1 - 4x \leq 3x + 2$. Ecris l'intervalle correspondant.

Fiche 29 :

Conversion des degrés Celsius en kelvin
(3e année)

La température que nous utilisons dans la vie courante est celle mesurée en degrés Celsius (°C). Dans cette échelle de température, 0°C correspond à la température de fusion de la glace, et 100°C correspond à celle à laquelle l'eau bout.
Une autre échelle de température est la température absolue, mesurée en kelvin (K) car elle nous provient du physicien britannique Lord Kelvin. La température de 0 K correspond à ce que l'on appelle habituellement le zéro absolu : la température la plus basse que l'on puisse théoriquement atteindre.

Le graphique ci-dessous donne la température en K en fonction de la température en °C.



A combien de degrés Celsius correspond le zéro absolu (K) ?

Donne une formule permettant de calculer la température absolue *T* en K à partir de la température *t* en °C.

Donne celle exprimant la température *t* en °C à partir de la température absolue *T* en kelvin.

Complète le tableau suivant permettant de convertir des températures usuelles en °C en valeurs de température absolue exprimées en kelvin.

Température en °C	Température en K
-20	
-10	
0	
10	
20	
30	
40	
50	
60	

Si la différence de températures entre deux corps est de 3°C, quelle est la différence de température en kelvin ?

Fiche 30 :

Conversion des degrés Celsius en degrés Fahrenheit

(3^{e} année)

La température en degrés Fahrenheit nous provient du physicien allemand Daniel Gabriel Fahrenheit, qui l'a conçue en 1724. On sait que pour calculer la valeur de la température en degrés Fahrenheit (°F), il faut multiplier la température en degrés Celsius (°C) par 1,8 et ajouter 32 au résultat trouvé.

Complète le tableau suivant.

Température en °C	Température en °F
-20	
-10	
0	
10	
20	
30	
40	
50	
60	

Donne une formule permettant de calculer la température en °F à partir de celle en °C.

Trace, avec précision, un graphique exprimant la température en °F en fonction de celle en °C.

Fiche 31 :

Conversion des miles par heure en kilomètres par heure

(3e année)

Lors d'un voyage aux Etats-Unis, si l'on doit conduire une voiture, l'on est confronté à des panneaux de limitation de vitesse exprimés en miles par heure (mph). On aimerait naturellement pouvoir convertir ces miles par heure en kilomètres par heure (km/h), que nous connaissons bien mieux.
Sur l'internet, on trouve une table de conversion donnant un certain nombre de valeurs. Cela peut être utile mais n'est sans doute pas toujours commode si l'on veut trouver la valeur en km/h pour n'importe quelle valeur en mph.

Voici un tableau trouvé sur l'internet.

Vitesse en mph	Vitesse en km/h
0 mph	0,00 km/h
10 mph	16,09 km/h
20 mph	32,18 km/h
30 mph	48,27 km/h
40 mph	64,36 km/h
50 mph	80,45 km/h

Trace un graphique exprimant la vitesse en km/h à partir de celle en mph, et permettant de visualiser des vitesses allant jusqu'à 120 km/h.

Etablis ensuite une formule permettant de calculer la vitesse en km/h à partir de celle en mph.

Fiche élèves

Fiche 32 :

Distance d'arrêt d'un véhicule (4^{e} année)

Lors d'un freinage d'urgence, le temps que met une voiture à s'arrêter se décompose en deux parties.

a) Le temps de réaction du conducteur,

b) Le temps de freinage lui-même.

Dans des conditions normales, le temps de réaction est d'environ **<u>1 seconde</u>**. Par contre, ce temps peut être augmenté par une vitesse élevée, l'usage du téléphone, un état de fatigue, la prise d'alcool, de médicaments, de drogues, …

Pendant le temps de réaction, le véhicule continue à rouler à la même allure et la distance parcourue est proportionnelle à la vitesse. On appelle cette distance : la distance de réaction.

Considérons la distance de réaction, dans des conditions normales, c'est-à-dire la distance parcourue par le véhicule en une seconde.

Si un véhicule roule à 90 km/h, combien de mètres a-t-il parcouru en une seconde ?

Si un véhicule roule à 30 km/h, combien de mètres a-t-il parcouru en une seconde ?

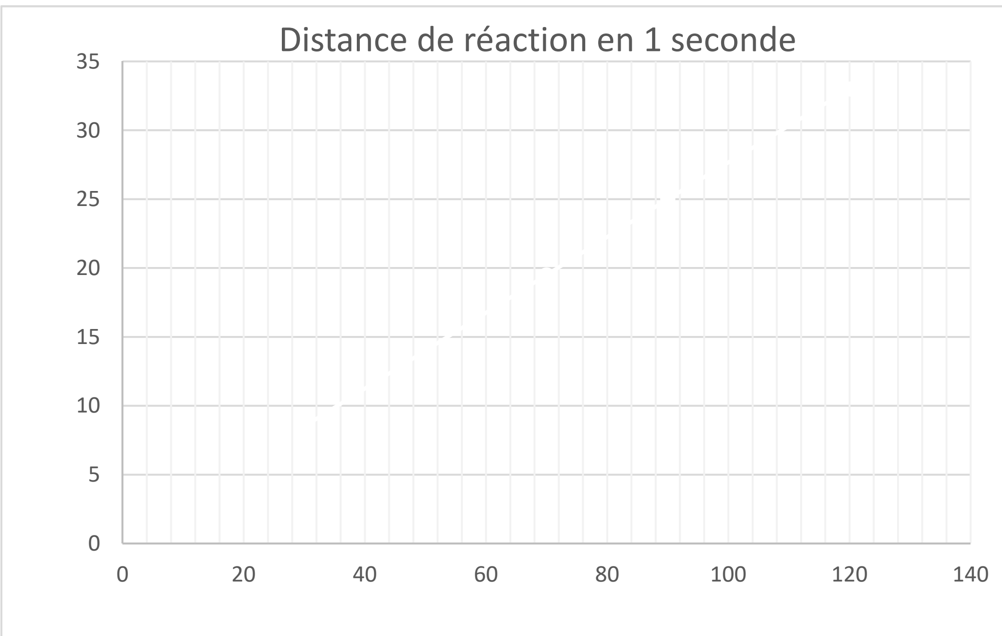
Ecris la formule donnant la distance (en m) parcourue pendant le temps de réaction d'une seconde en fonction de la vitesse v (en km/h) :

$d_R = \dots$

COMPLÈTE le tableau de valeurs suivant en arrondissant les distances à 50 cm près :

Vitesse du véhicule en km/h	30	50	70	90	120
d_R					

REPORTE ces informations dans un graphique.



Considérons la distance de freinage, c'est-à-dire la distance nécessaire au véhicule pour s'arrêter à partir de l'endroit où les freins commencent à fonctionner. Cette distance (en m) est proportionnelle au carré de la vitesse v (en km/h) du véhicule. La constante de proportion entre la distance de freinage et le carré de la vitesse dépend de nombreux facteurs : l'état de la route, le fait que celle-ci soit mouillée ou non, l'état des pneus de la voiture.
Considérons des conditions normales, sur route sèche, avec un véhicule tel que cette constante soit égale à $\frac{1}{200}$.

Si un véhicule roule à 90 km/h, que vaut la distance de freinage (en m) ?

Si un véhicule roule à 30 km/h, que vaut la distance de freinage (en m) ?

Ecris la formule donnant la distance de freinage (en m) en fonction de la vitesse v (en km/h) :

$d_F = \ldots$

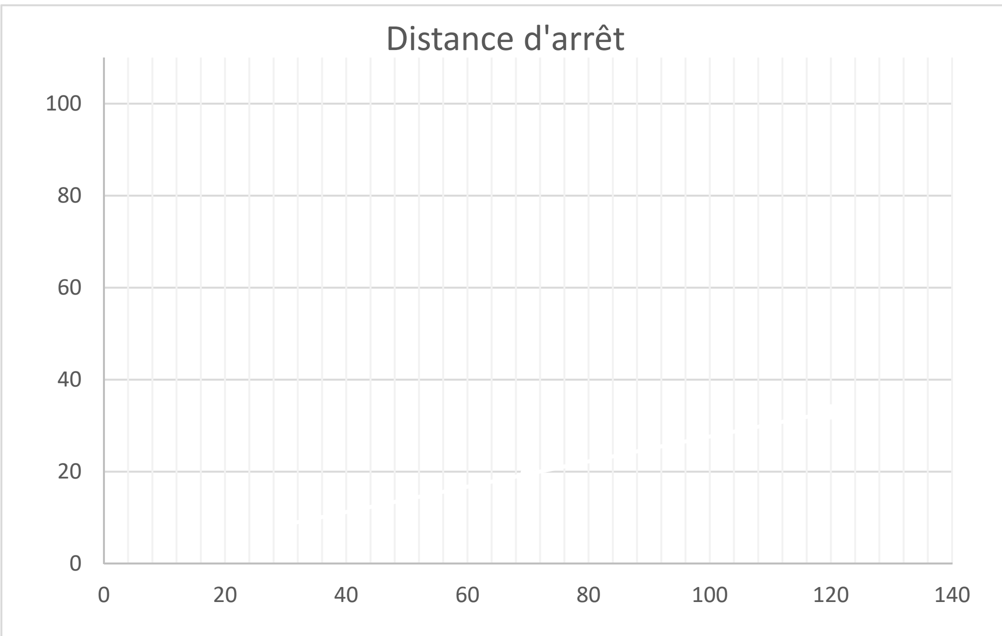
Déduis-en la formule de la distance d'arrêt du véhicule (en m) en en fonction de la vitesse v (en km/h) (le temps de réaction étant toujours égal à une seconde)

$d_A = \ldots$

COMPLÈTE le tableau de valeurs suivant en arrondissant les distances à 50 cm près :

Vitesse d'arrêt du véhicule en km/h	30	50	70	90	120
d_A					

REPORTE ces informations dans un graphique.

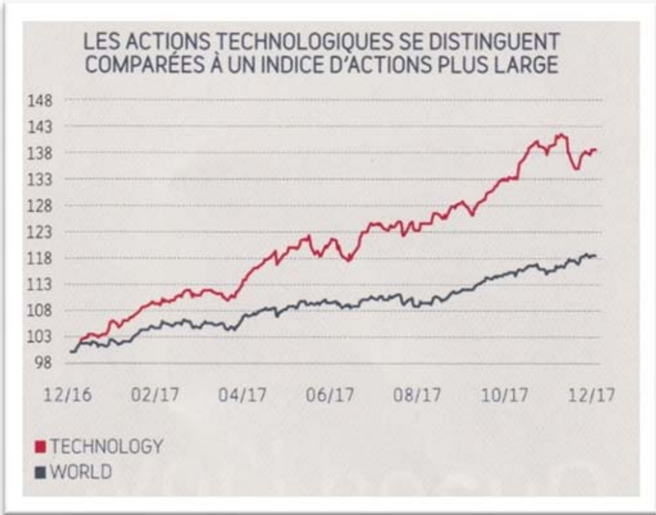


Fiche 33 :

Actions technologiques (3^{e} année)

En bourse, on a étudié au moyen d'un indice l'évolution de la valeur d'un certain nombre d'actions boursières de sociétés liées à la technologie, et l'évolution d'un ensemble d'actions de sociétés travaillant dans des domaines divers. L'évolution de ces deux types d'actions a été mesurée à l'aide d'un indice : celui-ci exprime la valeur moyenne, en pour cent, de ces actions par rapport à la valeur qu'elles avaient à un moment bien précis en décembre 2016.

Le graphique ci-dessous donne l'indice pour les actions technologiques en rouge, et celui pour les autres actions en noir.



Belfius, Vos investissements, janvier 2018, p.7 – source Factset

Trace deux droites qui schématisent les deux courbes de ce graphique. Elles correspondent à deux fonctions du premier degré qui donnent chacune, de manière approximative, la valeur d'un de ces deux indices en fonction du temps à partir du moment de départ (date de référence) fixé en décembre 2016 ?
Donne l'expression analytique de ces deux fonctions.

Complète le tableau suivant. Il donnera une prévision de la valeur de ces indices pour 2018, en partant de l'idée que ceux-ci vont continuer à évoluer de la même façon que précédemment, tout au long de cette année (ce qui n'est évidemment jamais sûr en bourse !). On suppose que les indices notés dans ce tableau sont réalisés le même jour du mois que celui choisi en décembre comme moment de départ (date de référence).

Mois	Indice d'actions technologiques	Indice d'actions diverses
01/2018		
04/2018		
07/2018		
10/2018		

Fiche 34 :

Retrouver les caractéristiques d'une fonction du deuxième degré lorsque son expression analytique est donnée (4e année)

Si l'on note $\mathcal{P}$ la parabole représentant la fonction *f*, compléte le tableau suivant.

Expression analytique de la fonction f	Zéro(s) de la fonction	Ordonnée à l'origine de $\mathcal{P}$.	Equation de l'axe de symétrie de $\mathcal{P}$	Coordonnées du sommet de $\mathcal{P}$	Maximum ou minimum de *f* ?	Valeur du maximum ou du minimum de f
$f(x) = (x-1)^2$	1	1	$x = 1$	$(1{,}0)$	minimum	0
$f(x) = (2x+3)(x-2)$						
$f(x) = -x^2 + 2$						
$f(x) = -2x^2 + 3x$						
$f(x) = (x+0{,}3)^2$						

Expression analytique de la fonction f	Zéro(s) de la fonction	Ordonnée à l'origine de $\mathcal{P}$.	Equation de l'axe de symétrie de $\mathcal{P}$	Coordonnées du sommet de $\mathcal{P}$	Maximum ou minimum de f ?	Valeur du maximum ou du minimum de f
$f(x) = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$						
$f(x) = (x + 2)^2 - 3$						
$f(x) = (x + \frac{1}{3})^2 - \frac{25}{9}$						
$f(x) = 3x^2 + 5x - 2$						
$f(x) = \left(\frac{1}{4} - x\right)^2$						

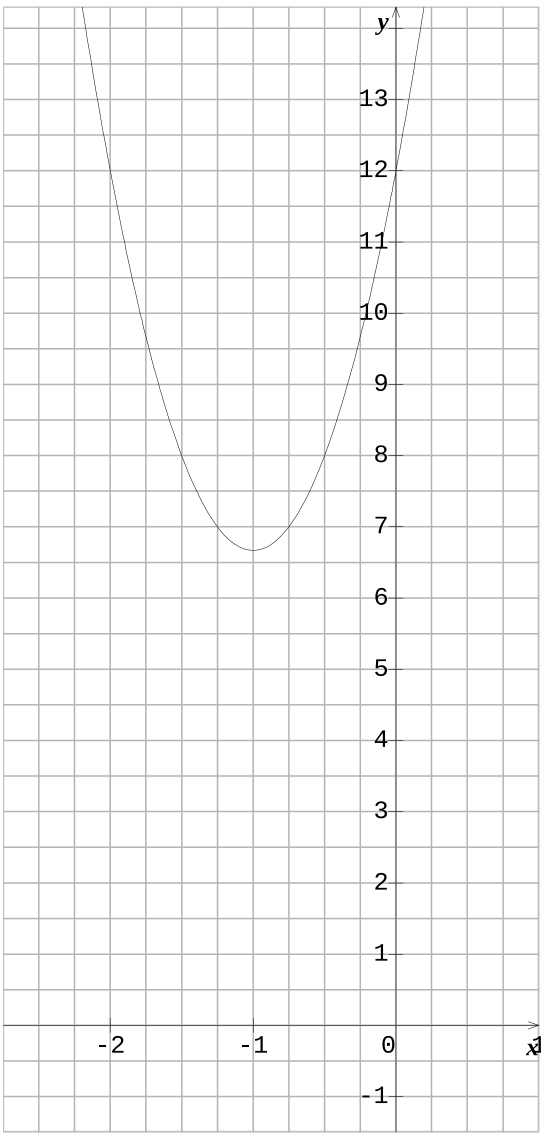
Fiche élèves

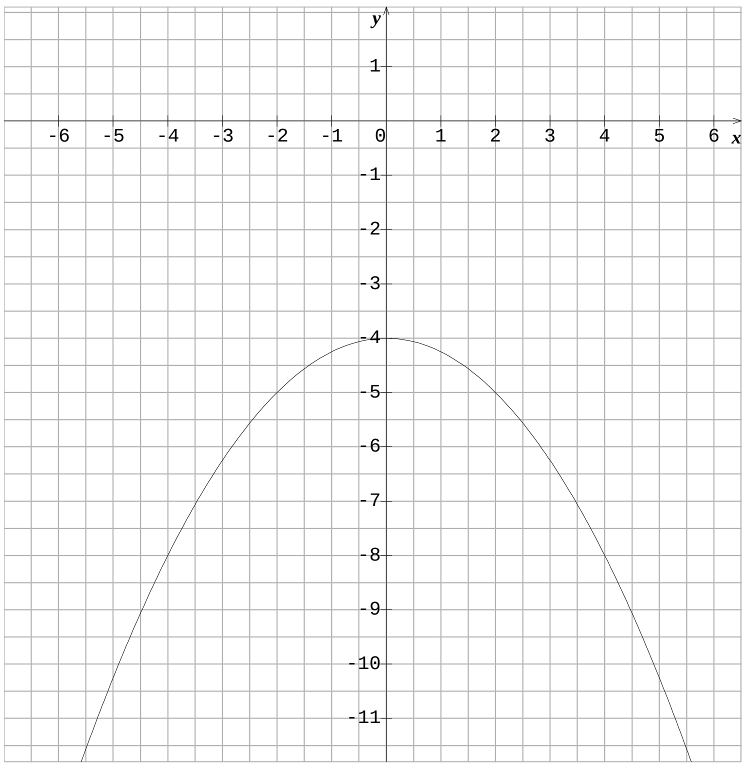
Fiche 35 :

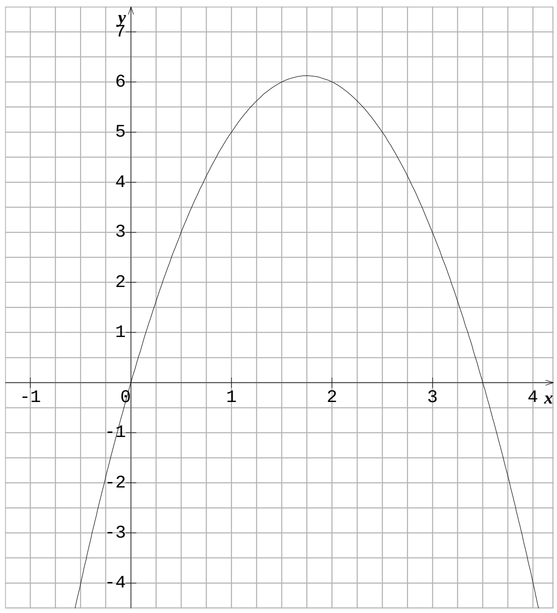
Associer représentations graphiques et expressions analytiques
(4e année)

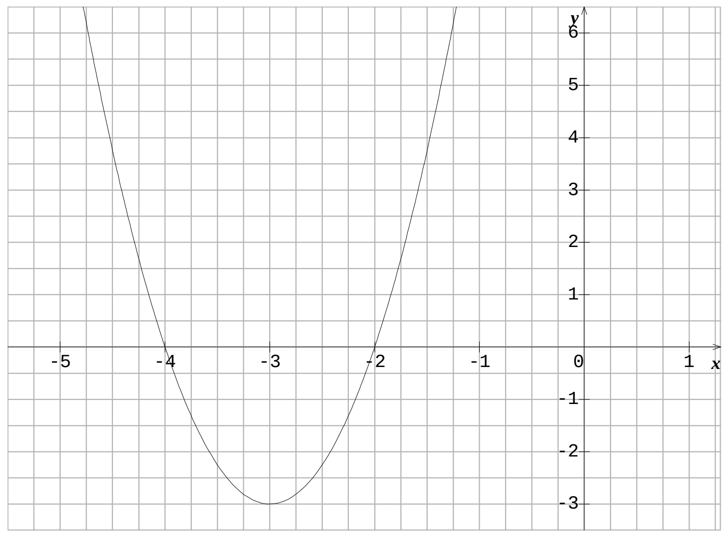
Détermine les formules des graphiques ci- dessous en choisissant la forme la plus adéquate parmi les formes suivantes :

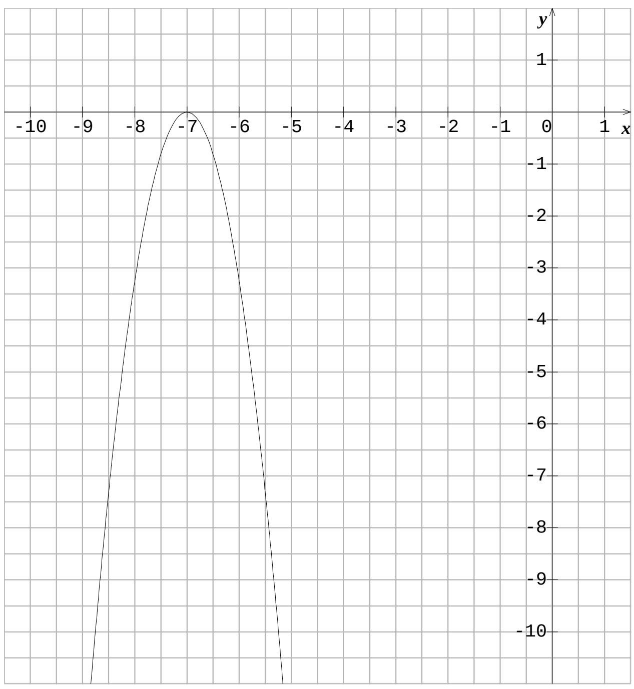
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$y = a(x - \alpha)^2 + \beta$	$y = a(x - x_1)(x - x_2)$

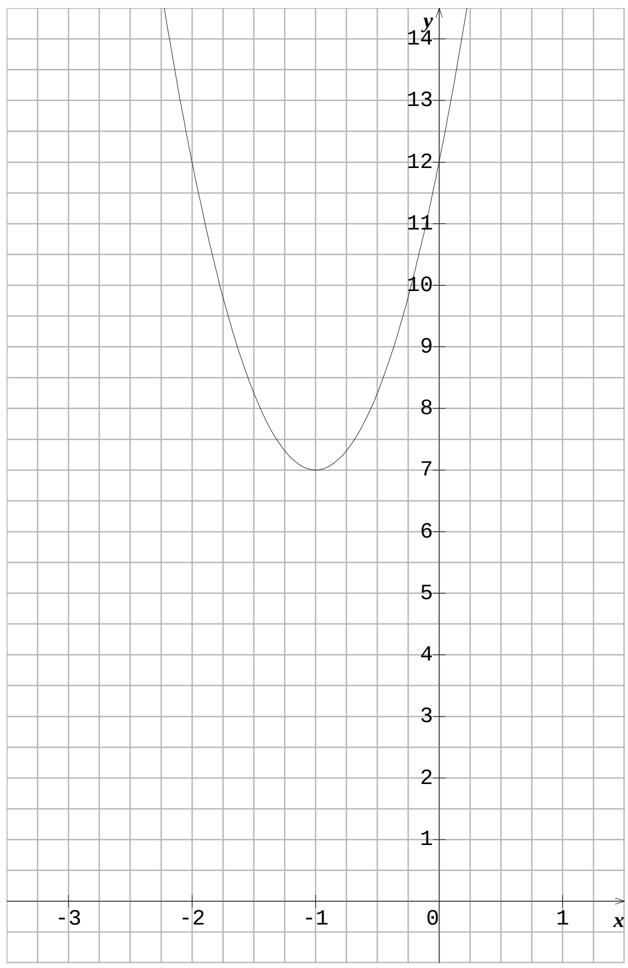


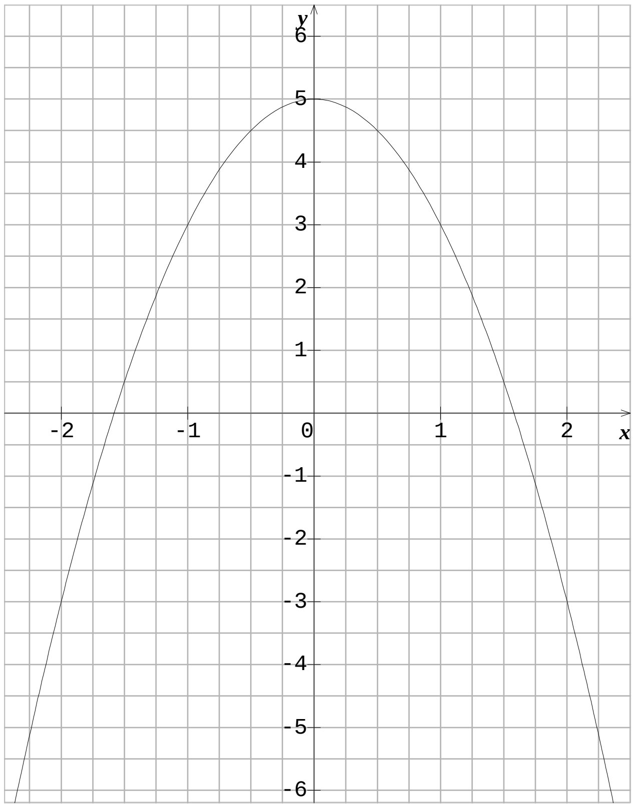


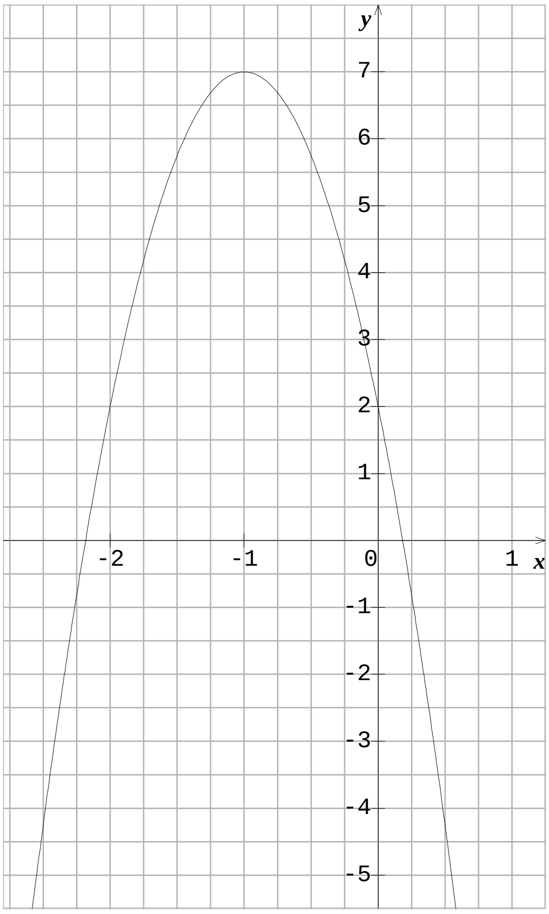

y
7
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-1
0
1
2
3
4
x

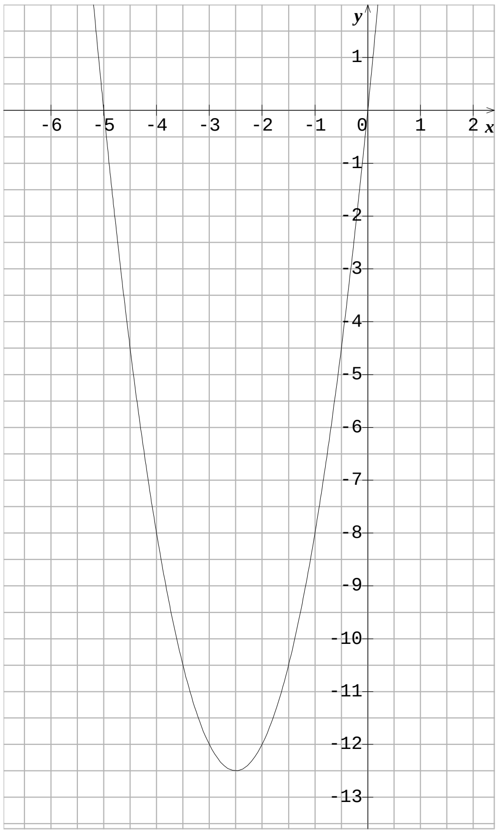

y
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
x

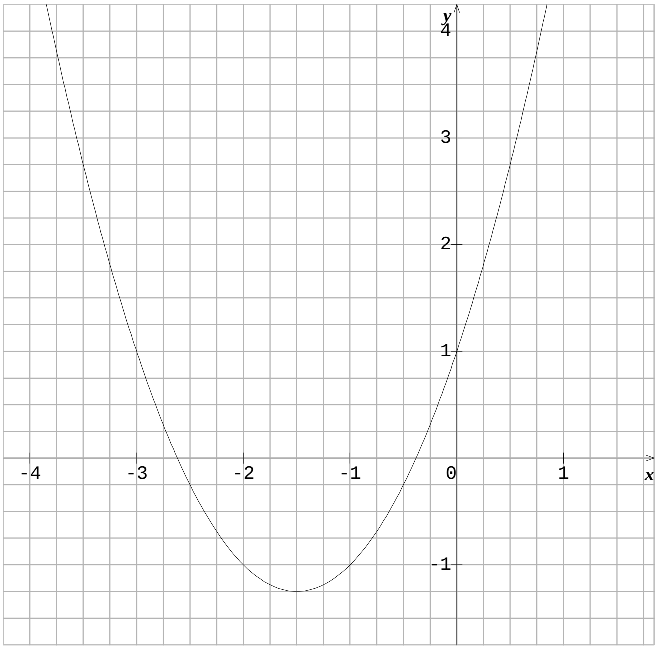

y
1
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-10
-9
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
x

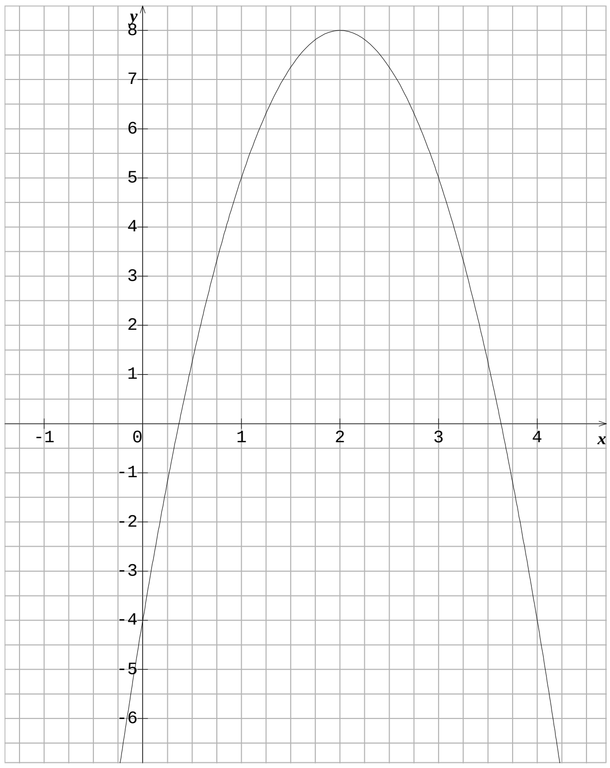

y
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
-3
-2
-1
0
1
x

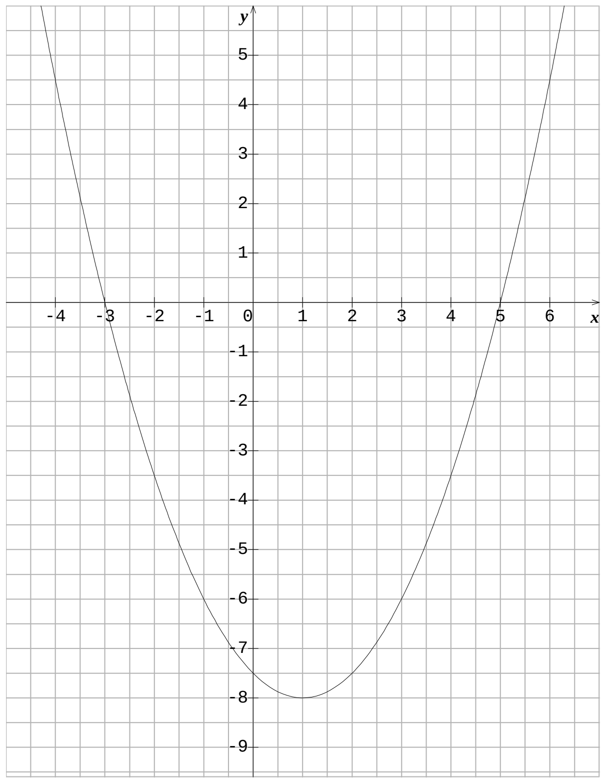

y
6
5
4
3
2
1
-2
-1
0
1
2
x
-1
-2
-3
-4
-5
-6

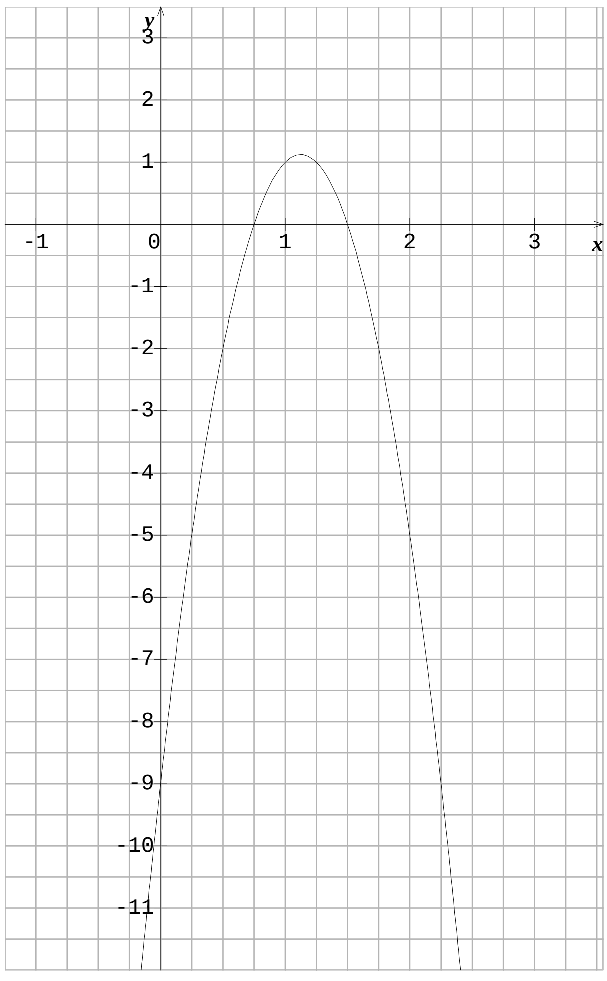

y
7
6
5
4
3
2
1
-2
-1
0
1
x
-1
-2
-3
-4
-5


y
1
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
x
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-11
-12
-13


y
4
3
2
1
-4
-3
-2
-1
0
1
x
-1


y
8
7
6
5
4
3
2
1
-1 0 1 2 3 4 x
-1
-2
-3
-4
-5
-6


y
5
4
3
2
1
-4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 x
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9


y
3
2
1
-1 0 1 2 3 x
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-11

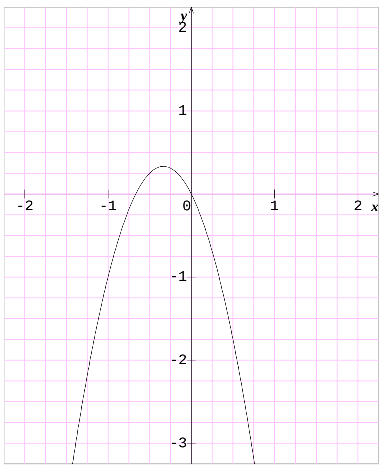
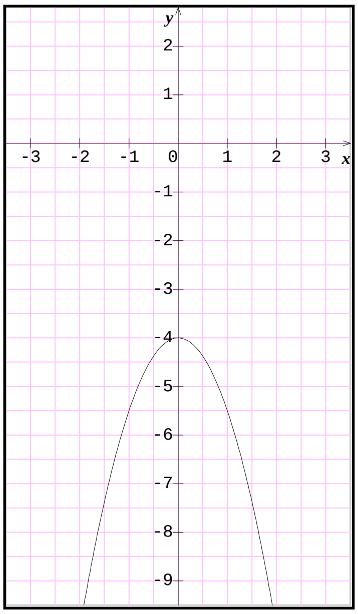
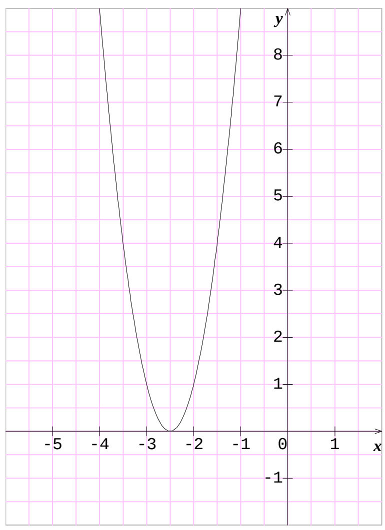
Fiche élèves

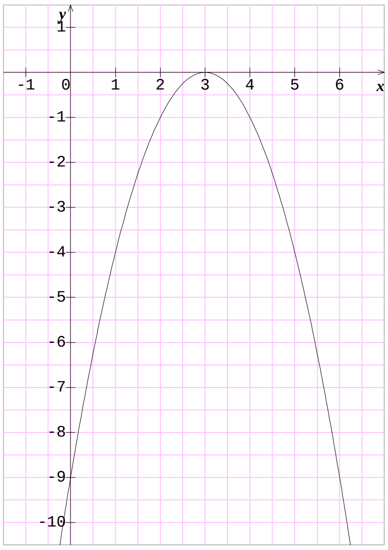
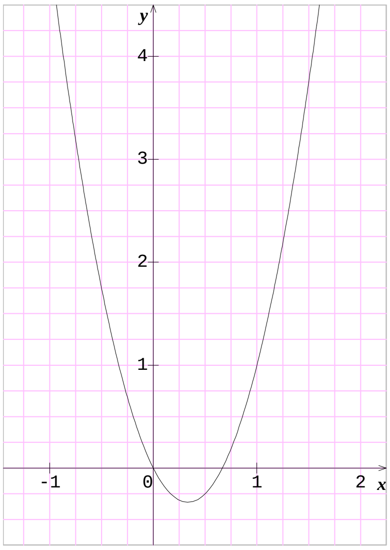
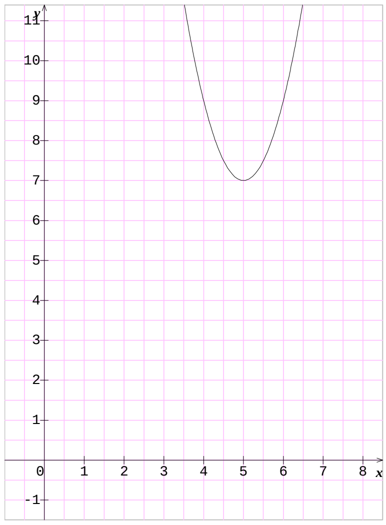
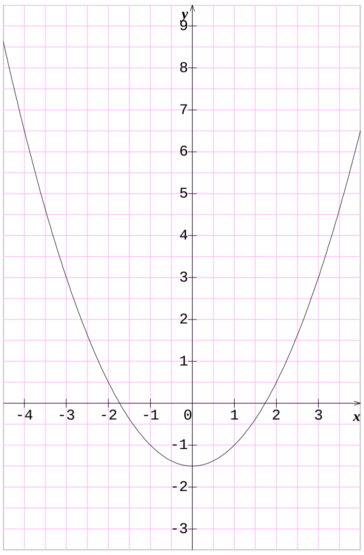
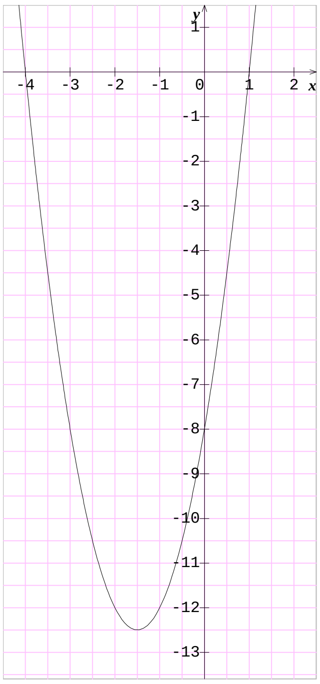
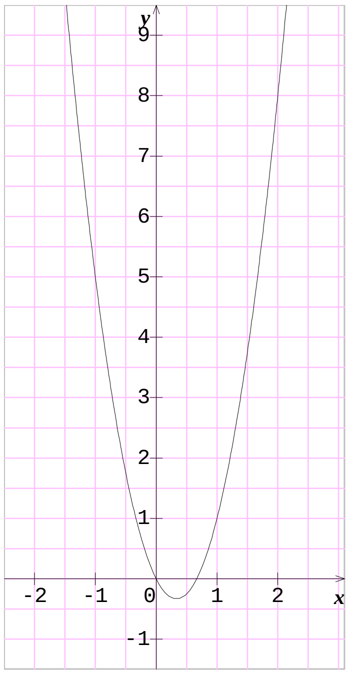
Fiche 36 :

Associer représentations graphiques et expressions analytiques
(4e année)

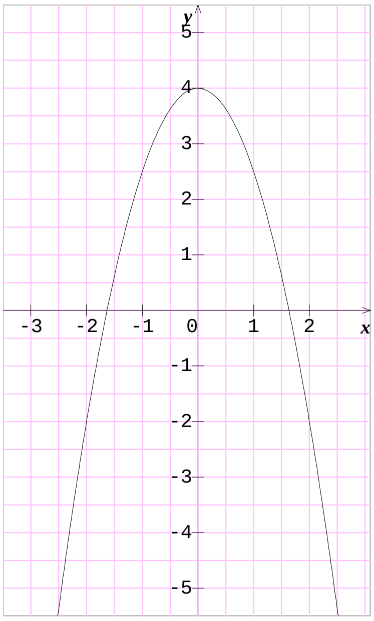
Associe les expressions analytiques aux graphiques, lorsque cela est possible :

Expressions analytiques	Numéro du graphique	Expressions analytiques	Numéro du graphique
a. $f(x) = 3x^2 - 2x$		h. $y = x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$	
b. $f(x) = -3x^2 - 2x$		i. $y = x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}$	
c. $y = 0{,}5x^2 - 1{,}5$		j. $y = -x^2 + 6x - 9$	
d. $y = -0{,}5x^2 - 1{,}5$		k. $y = 2(x-5)^2 + 7$	
e. $y = -1{,}5x^2 - 4$		l. $y = -2(x-5)^2 + 7$	
f. $y = -1{,}5x^2 + 4$		m. $y = 2(x-1)(x+4)$	
g. $y = 4x^2 + 20x + 25$		n. $y = (2x-1)(x+4)$	

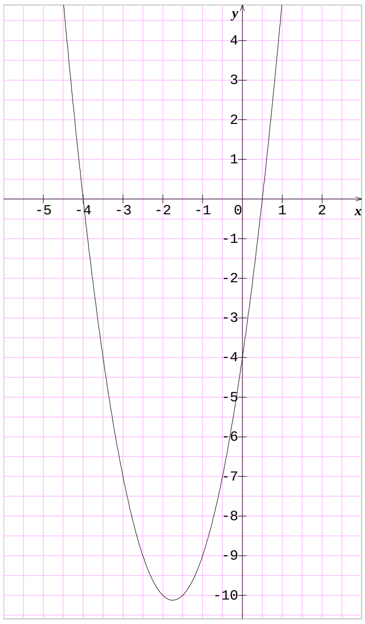
(1)	(2)	(3)
		

(4)	(5)	(6)
		
(7)	(8)	(9)
		

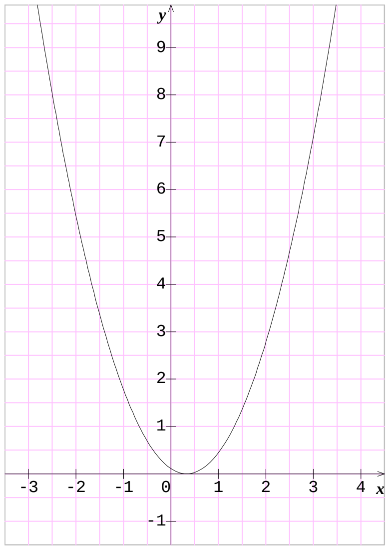
(10)



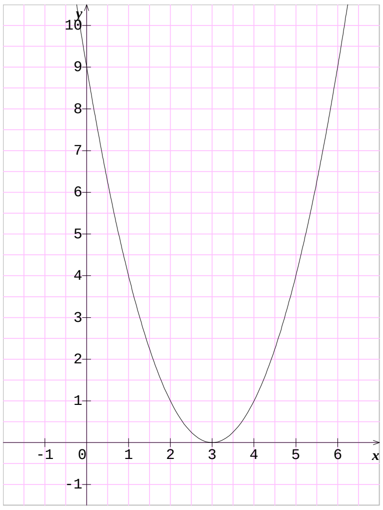
(11)



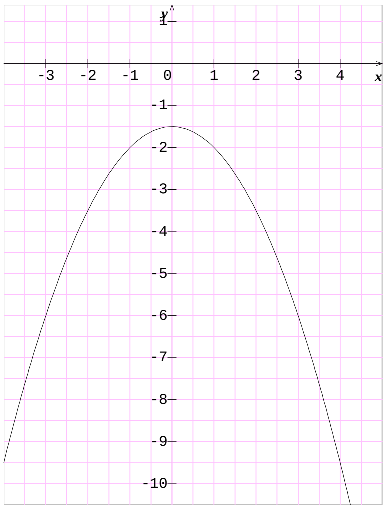
(12)



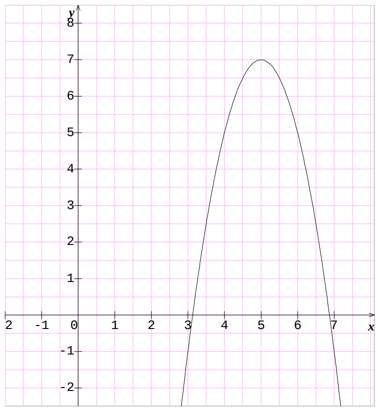
(13)



(14)



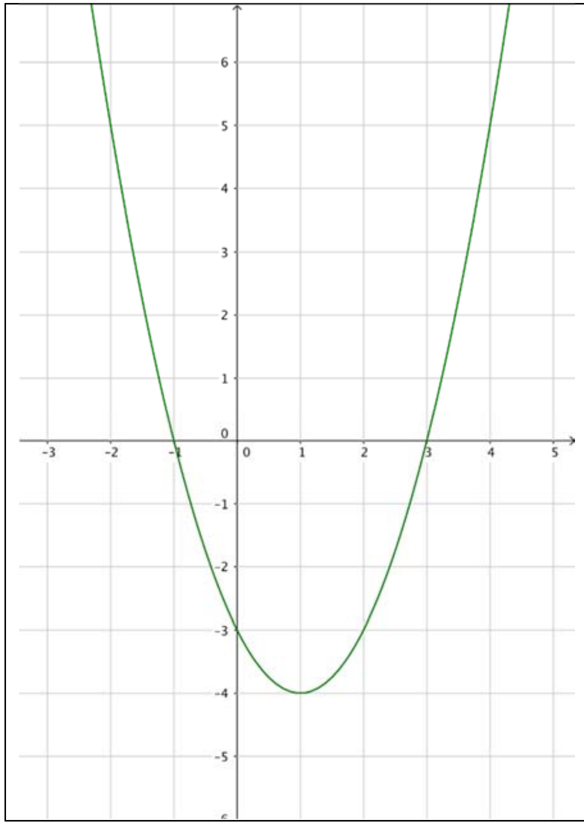
(15)



Fiche 37 :

Tableau de signes et représentation graphique (4^e année)

Réponds aux questions suivantes à partir du graphique ou du tableau de signes.



x	…	-1	…	3	…
$f(x) = x^2 - 2x - 3$	$+$	0	$-$	0	$+$

a) Quel est l'ensemble des x tels que $f(x) = 0$?

b) Quel est l'ensemble des x tels que $f(x) \geq 0$?

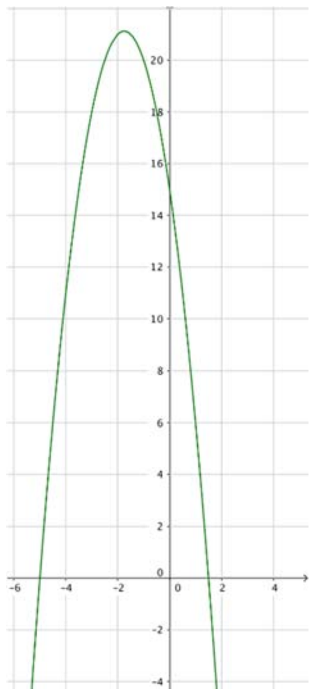
c) Quel est l'ensemble des x tels que $f(x) < 5$?

d) Quelles sont les coordonnées du minimum de cette fonction ?

Fiche 38 :

Tableau de signes et représentation graphique (4^e année)

Réponds aux questions suivantes à partir du graphique ou du tableau de signes.



x	...	-5	...	$\frac{3}{2}$	...
$f(x) = -2x^2 - 7x + 15$	$-$	0	$+$	0	$-$

a) Quel est l'ensemble des x tels que $f(x) = 0$?

b) Quel est l'ensemble des x tels que $f(x) < 0$?

c) Quel est l'ensemble des x tels que $f(x) \geq 11$?

d) Quelles sont les coordonnées du maximum de cette fonction ?

54

Fédération Wallonie-Bruxelles / Ministère
Avenue du Port, 16 – 1080 BRUXELLES
www.fw-b.be – 0800 20 000

Mise en page : Léopold KROEMMER - leopold.kroemmer@cfwb.be
Octobre 2018

Le Médiateur de la Wallonie et de la Fédération Wallonie-Bruxelles
Rue Lucien Namèche, 54 – 5000 NAMUR
0800 19 199
courrier@le-mediateur.be

Éditeur responsable : Lise-Anne HANSE, Administratrice générale

La « Fédération Wallonie-Bruxelles » est l'appellation désignant usuellement la « Communauté française » visée à l'article 2 de la Constitution